

低复杂度的多用户MIMO下行链路块对角化算法

张 健, 刘元安, 谢 刚, 毛峻岭, 刘 芳

(北京邮电大学泛网无线通信教育部重点实验室 北京 海淀区 100876)

【摘要】提出了一种低复杂度的多用户多输入多输出(MIMO)下行链路块对角化预编码算法,证明了该算法能够实现与传统块对角化算法完全相同的系统总容量。算法基于迫零方法进行改造,通过对迫零向量实施格拉姆-施密特正交,可以快速实现等效下行链路的全局块对角化,从而获得最终的预编码矩阵。由于算法避免了传统块对角化算法求解零空间所进行的矩阵奇异值分解运算,其计算复杂度相比传统方法有显著下降,下降幅度接近50%。

关键词 块对角化; 计算复杂度; 多输入多输出; 预编码

中图分类号 TN911

文献标识码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2011.05.005

Low Complexity Block Diagonalization Algorithm for Multiuser MIMO Downlink Systems

ZHANG Jian, LIU Yuan-an, XIE Gang, MAO Jun-ling, and LIU Fang

(Key Laboratory of Universal Wireless Communications of Ministry of Education,

Beijing University of Posts and Telecommunications Haidian Beijing 100876)

Abstract A low complexity block diagonalization precoding algorithm is proposed for multiuser multiple-input multiple-output (MIMO) downlink systems. It is proved that the algorithm can achieve the same sum capacity with that of the traditional block diagonalization one. The algorithm improves the existing zero forcing method. By performing Gram-Schmidt orthogonalization to zero forcing beams, the algorithm can achieve fast global block diagonalization of the equivalent downlink channel, thus further obtaining the precoders. Avoiding matrix singular value decomposition required when calculating null space in the traditional block diagonalization algorithm, the computational complexity of the proposed algorithm is greatly reduced by about 50%.

Key words block diagonalization; computational complexity; multiple-input multiple-output; precoding

对于多输入多输出系统,使用空分多址(SDMA)方式与多个用户通信可以实现比时分多址(TDMA)方式更高的系统吞吐量^[1]。因此,近年来对MIMO技术的研究正从单用户向多用户转移^[2]。

多用户MIMO关键在于预编码设计。非线性的脏纸编码方法(dirty paper coding, DPC)^[3]可以实现多用户MIMO的容量,但由于复杂度过高而难以在实际系统中应用。作为性能与复杂度的折中,线性预编码方法逐渐成为研究的热点。用户配置单天线情况下,迫零(zero forcing, ZF)预编码^[4-5]是一种简单易行的线性方法,预编码过程仅需一次信道求逆。块对角化(block diagonalization, BD)方法^[6-7]是ZF在用户多天线下推广,主要思想是将等效全局信道

矩阵转化成块对角化形式。理论研究表明,BD方法实现的系统总容量已经可以达到DPC容量的很大比重^[8]。文献[7]提出的传统BD算法,是迫零约束下非迭代的最优形式^[9]。多用户MIMO常采用BD算法消除用户干扰^[10],但对于用户数为 K 的系统,传统BD算法需要计算 $2K$ 次奇异值分解(singular value decomposition, SVD)^[7]。

本文提出的GSO-ZF算法同样研究多用户MIMO下行链路块对角化预编码。与传统BD算法^[7]不同,GSO-ZF算法不需要获得完整的零空间,仅利用信道求逆和格拉姆-施密特正交,就可以实现块对角化。由于其避免了传统BD算法逐用户寻找零空间时所进行的SVD分解,因而可以大幅降低运算复杂度。此外,本文也证明了算法复杂度的降低并没有

收稿日期: 2009-11-08; 修回日期: 2011-05-03

基金项目: 中加国际科学与技术合作项目(2010DFA11320); 国家自然科学基金(60802033, 60873190); 中央高校基本科研业务费专项资金(2009RC0308, G470209); 国家科技重大专项(2010ZX03005-001-03, 2010ZX03007-003-04)

作者简介: 张 健(1983-), 男, 博士生, 主要从事宽带无线移动通信方面的研究。

对性能造成任何损失, GSO-ZF算法能够实现与BD算法完全相同的系统总容量。

1 系统模型

首先给出多用户MIMO系统模型。假设基站配置 M 根发射天线, 用户数为 K , 用户 k 配置 N_k 根接收天线, 用户总天线数 $N = \sum_{k=1}^K N_k$ 。若信道为平坦衰落信道, 基站已知全部信道信息, 则用户 k 合并输出的信号为:

$$\hat{y}_k = \mathbf{R}_k^H \mathbf{H}_k \sum_{i=1}^K \mathbf{T}_i \sqrt{P_i} \mathbf{x}_i + \mathbf{R}_k^H \mathbf{n}_k \quad (1)$$

对于用户 k , $\mathbf{x}_k = [x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{kL_k}]^T$ 为 L_k 维发送符号向量, 每个符号具有单位能量; 对角阵 $\sqrt{P_k} = \text{diag}(\sqrt{P_{k1}}, \sqrt{P_{k2}}, \dots, \sqrt{P_{kL_k}})$ 是功率分配阵, 满足

基站总功率约束 $\sum_{k=1}^K \text{tr}(\mathbf{P}_k) = P_{\max}$; $\mathbf{T}_k \in \mathbb{C}^{M \times L_k}$ 、

$\mathbf{R}_k \in \mathbb{C}^{N_k \times L_k}$ 分别表示预编码矩阵和接收矩阵; 信道矩阵 \mathbf{H}_k 的元素是服从 $N(0,1)$ 的独立同分布复高斯随机变量; \mathbf{n}_k 是服从 $N(0, \sigma^2 \mathbf{I}_{N_k})$ 分布的循环对称复高斯噪声。信噪比定义为 $\text{SNR} = \frac{P_{\max}}{\sigma^2}$ 。本文假设对

噪声归一化, 即 $\sigma^2 = 1$ 。

2 块对角化BD算法

本节简要回顾传统BD算法。传统BD要求在用户天线处无用户间干扰, 所以用户 k 的预编码阵 \mathbf{T}_k 要位于其他用户信道的零空间。定义全局用户矩阵:

$$\mathbf{H} = [\mathbf{H}_1^T, \mathbf{H}_2^T, \dots, \mathbf{H}_K^T]^T \quad (2)$$

本文假设 $N \leq M$, 以满足BD算法要求, 并且假设富散射环境, 即 \mathbf{H} 的各行是线性无关的。定义除用户 k 以外的所有其他用户组成的信道矩阵为:

$$\tilde{\mathbf{H}}_k = [\mathbf{H}_1^T, \dots, \mathbf{H}_{k-1}^T, \mathbf{H}_{k+1}^T, \dots, \mathbf{H}_K^T]^T \quad (3)$$

则 \mathbf{T}_k 要在 $\tilde{\mathbf{H}}_k$ 的零空间内。对 $\tilde{\mathbf{H}}_k$ 进行SVD分解得:

$$\tilde{\mathbf{H}}_k = \tilde{\mathbf{U}}_k [\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_k \mathbf{0}] [\tilde{\mathbf{V}}_k^{(1)} \tilde{\mathbf{V}}_k^{(0)}]^H \quad (4)$$

其中 $\tilde{\mathbf{V}}_k^{(0)}$ 包含了 $\tilde{\mathbf{H}}_k$ 的后 $M - \sum_{i=1, i \neq k}^K N_i$ 个右奇异向量, $\tilde{\mathbf{V}}_k^{(0)}$ 的列构成了 $\tilde{\mathbf{H}}_k$ 零空间的一个正交基, \mathbf{T}_k 基

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 \mathbf{G}_1 \mathbf{B}_1 & & & \\ & \mathbf{H}_2 \mathbf{G}_2 \mathbf{B}_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{H}_K \mathbf{G}_K \mathbf{B}_K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{P_1} \mathbf{x}_1 \\ \sqrt{P_2} \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \sqrt{P_K} \mathbf{x}_K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{n}_K \end{bmatrix}$$

于 $\tilde{\mathbf{V}}_k^{(0)}$ 生成。至此, BD算法等价于将原多用户系统分解成了 K 个并行的MIMO单用户系统, 每个单用户MIMO的等效信道为 $\mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{V}}_k^{(0)}$ 。为最大化系统总容量, BD算法对 $\mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{V}}_k^{(0)}$ 做SVD分解得:

$$\mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{V}}_k^{(0)} = \bar{\mathbf{U}}_k [\boldsymbol{\Sigma}_k \mathbf{0}] [\bar{\mathbf{V}}_k^{(1)} \bar{\mathbf{V}}_k^{(0)}]^H \quad (5)$$

$\mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{V}}_k^{(0)}$ 行满秩, 秩为 N_k 。 $\bar{\mathbf{V}}_k^{(1)}$ 包含 $\mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{V}}_k^{(0)}$ 的前 N_k 个右奇异向量。用户 k 的预编码阵 \mathbf{T}_k 最终更新为:

$$\mathbf{T}_k = \tilde{\mathbf{V}}_k^{(0)} \bar{\mathbf{V}}_k^{(1)} \quad (6)$$

用户 k 使用的接收矩阵为 $\mathbf{R}_k = \bar{\mathbf{U}}_k$ 。在 P_{\max} 总功率约束下, 各用户的功率分配阵通过对全局对角阵 $\boldsymbol{\Sigma} = \text{diag}(\boldsymbol{\Sigma}_1, \boldsymbol{\Sigma}_2, \dots, \boldsymbol{\Sigma}_K)$ 的对角线元素进行注水得到。

综上所述, 对于用户数为 K 的系统, BD算法需要计算 $2K$ 次SVD分解。

3 低复杂度块对角化算法

本节给出一种新的对多用户MIMO下行链路实施块对角化的方法。

首先对全局信道矩阵 \mathbf{H} 计算伪逆, 得到:

$$\bar{\mathbf{W}} = \mathbf{H}^\dagger = \mathbf{H}^H (\mathbf{H} \mathbf{H}^H)^{-1} = [\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2, \dots, \mathbf{W}_K] \quad (7)$$

式中, 对矩阵 $\bar{\mathbf{W}}$ 按 N_k 列为一组进行了分块, 第 k 个子块 \mathbf{W}_k 由 $\bar{\mathbf{W}}$ 的 N_k 个列向量组成, \mathbf{W}_k 满足:

$$\tilde{\mathbf{H}}_k \mathbf{W}_k = \mathbf{0} \quad (8)$$

即 \mathbf{W}_k 在 $\tilde{\mathbf{H}}_k$ 的零空间内。 $\tilde{\mathbf{H}}_k$ 由式(3)给出。

对每个子块 \mathbf{W}_k 的列向量进行格拉姆-施密特正交化(Gram-Schmidt orthogonalization), 记为:

$$\mathbf{G}_k = \text{GSO}(\mathbf{W}_k) \quad (9)$$

同样, \mathbf{G}_k 也在 $\tilde{\mathbf{H}}_k$ 的零空间内, 即有 $\tilde{\mathbf{H}}_k \mathbf{G}_k = \mathbf{0}$ 。由于 \mathbf{G}_k 的各列满足标准正交的关系, 所以 \mathbf{G}_k 的列向量是 $\tilde{\mathbf{H}}_k$ 零空间某一标准正交基的一部分。之所以说 \mathbf{G}_k 的列只是零空间标准正交基的一部分, 是因为 \mathbf{G}_k 的列数为 N_k , $\tilde{\mathbf{H}}_k$ 的零空间维数为 $d_k = M -$

$\sum_{i=1, i \neq k}^K N_i$, 而 $N_k \leq d_k$ 。

下面借助零空间的部分正交基 \mathbf{G}_k 构造预编码矩阵。令 $\mathbf{T}_k = \mathbf{G}_k \mathbf{B}_k$, 其中 \mathbf{B}_k 是待定矩阵。当按照 $\mathbf{T}_k = \mathbf{G}_k \mathbf{B}_k$ 为每个用户设计预编码阵 \mathbf{T}_k 后, 所有用户的全局收发关系可以写成:

预编码阵的设计将多用户MIMO下行链路的等效全局信道矩阵转化成块对角化形式。至此,相当于将多用户MIMO系统分解成 K 个并行的单用户MIMO系统,用户 k 的天线接收到的符号向量为:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{G}_k \mathbf{B}_k \sqrt{P_k} \mathbf{x}_k + \mathbf{n}_k \quad (10)$$

为用户确定预编码组成矩阵 \mathbf{B}_k 和功率分配阵 P_k 。对 $\mathbf{H}_k \mathbf{G}_k$ 做SVD分解得:

$$\mathbf{H}_k \mathbf{G}_k = \mathbf{U}_k \mathbf{D}_k \mathbf{V}_k^H \quad (11)$$

式中, $\mathbf{H}_k \mathbf{G}_k$ 为满秩方阵,秩为 N_k ,所以式中 \mathbf{D}_k 为 $N_k \times N_k$ 维对角阵,对角线元素为矩阵 $\mathbf{H}_k \mathbf{G}_k$ 的非零奇异值; \mathbf{U}_k 、 \mathbf{V}_k 为 $N_k \times N_k$ 维矩阵。选择 $\mathbf{B}_k = \mathbf{V}_k$,则最终用户 k 的预编码矩阵为:

$$\mathbf{T}_k = \mathbf{G}_k \mathbf{V}_k \quad (12)$$

用户 k 使用的接收矩阵为 $\mathbf{R}_k = \mathbf{U}_k$ 。令 $\mathbf{D} = \text{diag}(\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2, \dots, \mathbf{D}_K)$,在 P_{\max} 总功率约束下,根据 \mathbf{D} 的所有对角线元素进行注水功率分配,即得到用户的功率分配阵 P_k 。至此,获得各个用户的预编码阵和功率分配阵,算法结束。由于在实施块对角化的过程中主要运用了迫零ZF和GSO方法,所以将本文提出的算法称为GSO-ZF算法,以表示与传统BD算法的区别。GSO-ZF算法的完整流程如下:

1) 计算 \mathbf{H} 的伪逆 $\bar{\mathbf{W}} = \mathbf{H}^\dagger = [\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2, \dots, \mathbf{W}_K]$ 。

2) for $k = 1: K$

计算 $\mathbf{G}_k = \text{GSO}(\mathbf{W}_k)$;

计算SVD分解 $\mathbf{H}_k \mathbf{G}_k = \mathbf{U}_k \mathbf{D}_k \mathbf{V}_k^H$;

获得预编码矩阵 $\mathbf{T}_k = \mathbf{G}_k \mathbf{V}_k$ 。

3) 在发射总功率 P_{\max} 约束下,对全局对角阵 $\mathbf{D} = \text{diag}(\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2, \dots, \mathbf{D}_K)$ 的对角线元素进行注水功率分配,获得用户功率分配阵 $P_k, \forall k \in K$ 。

利用GSO-ZF算法同样可以获得块对角化形式的等效全局信道矩阵,而且避免了传统BD算法中对每个用户计算零空间时的矩阵SVD分解。接下来对GSO-ZF算法的性能进行验证分析,首先给出如下命题:GSO-ZF算法能够实现与BD算法相同的系统总容量。下面对该命题进行证明。

证明 在无用户干扰这一约束条件下,预编码设计的目标是使系统总容量最大化,系统总容量表示为:

$$C = \max_{\mathbf{H}_i \mathbf{T}_k = 0, i \neq k, \sum_{k=1}^K \text{tr}(P_k) \leq P_{\max}} \sum_{k=1}^K \log_2 \left| \mathbf{I} + \mathbf{H}_k \mathbf{T}_k P_k \mathbf{T}_k^H \mathbf{H}_k^H \right|$$

BD算法可以得到上面优化问题的最优解,按照BD算法确定的 \mathbf{T}_k 和 $P_{k,\text{BD}}$ 矩阵,得到系统总容量为:

$$C_{\text{BD}} = \sum_{k=1}^K \log_2 \left| \mathbf{I} + \sum_{k=1}^K P_{k,\text{BD}} \right| \quad (13)$$

相应地,按照GSO-ZF算法,得到的系统总容量为:

$$C_{\text{GSO-ZF}} = \sum_{k=1}^K \log_2 \left| \mathbf{I} + \mathbf{D}_k^2 P_{k,\text{GSO-ZF}} \right| \quad (14)$$

对于任一用户 k ,定义:

$$\mathbf{E}_{k,\text{BD}} = \mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{V}}_k^{(0)} \tilde{\mathbf{V}}_k^{(0)H} \mathbf{H}_k^H \quad (15)$$

其中, $\tilde{\mathbf{V}}_k^{(0)}$ 由式(4)给出。将式(5)代入式(15),得到:

$$\mathbf{E}_{k,\text{BD}} = \bar{\mathbf{U}}_k \boldsymbol{\Sigma}_k^2 \bar{\mathbf{U}}_k^H \quad (16)$$

式(16)是 $\mathbf{E}_{k,\text{BD}}$ 的特征值分解表达式, $\boldsymbol{\Sigma}_k^2$ 是矩阵 $\mathbf{E}_{k,\text{BD}}$ 的非零特征值组成的对角阵。同样定义:

$$\mathbf{E}_{k,\text{GSO-ZF}} = \mathbf{H}_k \mathbf{G}_k \mathbf{G}_k^H \mathbf{H}_k^H \quad (17)$$

同理可得, \mathbf{D}_k^2 是矩阵 $\mathbf{E}_{k,\text{GSO-ZF}}$ 的非零特征值组成的对角阵。假设 $\boldsymbol{\Sigma}_k^2$ 、 \mathbf{D}_k^2 中特征值顺序相同,均按照由大到小顺序在对角线上排列。

对于式(2)定义的全局矩阵 \mathbf{H} ,其SVD分解可以表示为:

$$\mathbf{H} = \mathbf{U} [\mathbf{A} \mathbf{0}] [\mathbf{V}^{(1)} \mathbf{V}^{(0)}]^H = \mathbf{U} \mathbf{A} \mathbf{V}^{(1)H} \quad (18)$$

式中, \mathbf{H} 行满秩,秩为 N ; $\mathbf{V}^{(1)}$ 包含 \mathbf{H} 的前 N 个右奇异向量; $\mathbf{V}^{(0)}$ 包含 \mathbf{H} 的后 $M - N$ 个右奇异向量。 $\mathbf{V}^{(0)}$ 构成 \mathbf{H} 零空间的一个标准正交基,因而有 $\mathbf{H}_k \mathbf{V}^{(0)} = \mathbf{0}$ 成立。

令 $\mathbf{S}_k = [\mathbf{G}_k \mathbf{V}^{(0)}]$,则 $\mathbf{H}_k \mathbf{S}_k = [\mathbf{H}_k \mathbf{G}_k \mathbf{0}]$,式(17)可验证得:

$$\mathbf{E}_{k,\text{GSO-ZF}} = \mathbf{H}_k \mathbf{S}_k \mathbf{S}_k^H \mathbf{H}_k^H \quad (19)$$

由文献[11]可知,矩阵伪逆与矩阵SVD分解之间存在关系,由式(18)可以得到:

$$\bar{\mathbf{W}} = \mathbf{H}^\dagger = \mathbf{V}^{(1)} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{U}^H \quad (20)$$

式(20)说明, $\bar{\mathbf{W}}$ 的每一列均可以由 $\mathbf{V}^{(1)}$ 的列线性表示,又因为 $\mathbf{V}^{(1)}$ 与 $\mathbf{V}^{(0)}$ 相互正交,所以 $\bar{\mathbf{W}}$ 各列均与 $\mathbf{V}^{(0)}$ 的列正交。进而由式(7)可知, \mathbf{W}_k 的任一列均与 $\mathbf{V}^{(0)}$ 的所有列向量正交。又因为 \mathbf{G}_k 是对 \mathbf{W}_k 的列进行正交化而得到的,所以 \mathbf{G}_k 的列仍与 $\mathbf{V}^{(0)}$ 的列保持正交,并且 $\mathbf{S}_k = [\mathbf{G}_k \mathbf{V}^{(0)}]$ 的各列是标准正交的。

\mathbf{S}_k 的列向量数目为 $M - \sum_{i=1, i \neq k}^K N_i$,等于 $\tilde{\mathbf{H}}_k$ 零空间维数,并且 \mathbf{S}_k 满足 $\tilde{\mathbf{H}}_k \mathbf{S}_k = \mathbf{0}$,即 \mathbf{S}_k 在 $\tilde{\mathbf{H}}_k$ 的零空间内,所以 \mathbf{S}_k 的列向量构成了 $\tilde{\mathbf{H}}_k$ 零空间的一个标准正交基。由式(4)可知, $\tilde{\mathbf{V}}_k^{(0)}$ 也是 $\tilde{\mathbf{H}}_k$ 零空间的标准正交基。根据文献[11],对于同一空间的两个标准正交基,存在基变换公式:

$$\mathbf{S}_k = \tilde{\mathbf{V}}_k^{(0)} \mathbf{A} \quad (21)$$

其中 \mathbf{A} 称为由旧基改变为新基的过渡矩阵,是酉矩阵,即满足 $\mathbf{A} \mathbf{A}^H = \mathbf{I}$ 。将式(21)代入式(19),得到:

$$\mathbf{E}_{k,\text{GSO-ZF}} = \mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{V}}_k^{(0)} \tilde{\mathbf{V}}_k^{(0)H} \mathbf{H}_k^H \quad (22)$$

对比式(15), 可以得到:

$$\mathbf{E}_{k,\text{GSO-ZF}} = \mathbf{E}_{k,\text{BD}} \quad (23)$$

由于 \mathbf{D}_k^2 和 \sum_k^2 分别是 $\mathbf{E}_{k,\text{GSO-ZF}}$ 和 $\mathbf{E}_{k,\text{BD}}$ 的特征值矩阵, 所以有:

$$\mathbf{D}_k^2 = \sum_k^2 \quad \forall k \in K \quad (24)$$

又因为功率分配阵 $\mathbf{P}_{k,\text{GSO-ZF}}$ 、 $\mathbf{P}_{k,\text{BD}}$ 分别基于所有用户的 \mathbf{D}_k 和 \sum_k 阵注水获得, 所以有:

$$\mathbf{P}_{k,\text{GSO-ZF}} = \mathbf{P}_{k,\text{BD}} \quad \forall k \in K \quad (25)$$

根据容量表达式(13)和式(14), 最终得到:

$$C_{\text{GSO-ZF}} = C_{\text{BD}} \quad (26)$$

至此, 证明了本文提出的GSO-ZF算法能够达到与BD算法相同的系统总容量。相比于BD算法, GSO-ZF算法不造成任何性能上的损失。

4 复杂度分析

本节对GSO-ZF算法的复杂度进行分析, 并给出与BD算法复杂度的比较。为方便统计, 假设用户接收天线数目均相同, 即 $N_k = N_r$, $\forall k \in K$, 总天线数 $N = KN_r$ 。复杂度采用flops数目进行度量, 一个flop表示一次实数乘法或加法运算, 一次复数乘法需要6个flop, 一次复数加法需要2个flop^[12]。假设 \mathbf{H} 为 $n \times m$ 维复矩阵, \mathbf{Q} 为 $m \times p$ 维复矩阵, 本文涉及的矩阵运算复杂度归纳如下:

1) $\mathbf{H}(n \leq m)$ 矩阵SVD分解所需的flop数目^[12]为 $24nm^2 + 48n^2m + 54n^3$ 。

2) \mathbf{H} 的伪逆使用有限迭代法Greville计算^[11], 需要计算 $1.5nm^2 - 0.5nm$ 次复数乘法和 $1.5nm^2 - 0.5m^2 - nm$ 次复数加法^[13], 总共所需的flop数目为 $12nm^2 - 5nm - m^2$ 。

3) 对 \mathbf{H} 的列实施格拉姆-施密特正交化GSO(\mathbf{H}), 所需的flop数目^[12]为 $8m^2n - 2mn$ 。

4) 对 n 个奇异值实施注水功率分配, 所需的flop数目^[12]为 $2n^2 + 6n$ 。

5) 矩阵乘法 $\mathbf{H}\mathbf{Q}$ 所需的flop数目^[12]为 $8mnp$ 。

下面分析算法的计算复杂度。对于GSO-ZF算法: 1) 求矩阵伪逆所需的flop数目为 $12NM^2 - 5NM - M^2$ 。2) 对格拉姆-施密特正交、SVD分解和矩阵乘法均计算 K 次, 总共需要的flop数目为 $K[16N_r^2M - 2N_rM + 126N_r^3]$ 。3) 注水功率分配所需的flop数目为 $2N^2 + 6N$ 。综上所述, GSO-ZF算法总共所需要的flop数目为:

$$\psi_{\text{GSO-ZF}} = (12KN_r - 1)M^2 + (16KN_r^2 - 7KN_r)M + 126KN_r^3 + 2K^2N_r^2 + 6KN_r = O(KN_rM^2)$$

BD算法对 $\tilde{\mathbf{H}}_k$ 的SVD分解计算 K 次, 对 $\mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{V}}_k^{(0)}$

的SVD分解计算 K 次, 用于获得 \mathbf{T}_k 的矩阵乘法 K 次, 还需计算一次对全局奇异值矩阵的注水功率分配, 同样按照上面的方法进行统计, BD算法总共需要的flop数目为:

$$\psi_{\text{BD}} = 8K(3K+1)N_rM^2 + 8K(6K^2 - 19K + 19)N_r^2M + 6K(9K^3 - 23K^2 + 11K + 12)N_r^3 + 2K^2N_r^2 + 6KN_r = O(K^2N_rM^2)$$

由上面分析可以看出, GSO-ZF算法复杂度 $\psi_{\text{GSO-ZF}}$ 的数量级为BD算法 ψ_{BD} 数量级的 $1/K$ 。

定义相对复杂度为 $\phi = \psi_{\text{GSO-ZF}} / \psi_{\text{BD}}$, ϕ 表示GSO-ZF算法复杂度占BD算法的百分比。图1固定发射天线数 $M = 8$, 对于 $N_r = 2$ 和 $N_r = 3$ 两种用户天线配置, 分别给出了算法相对复杂度 ϕ 随用户数 K 变化的曲线, 曲线上的菱形和方块符号表示实际满足BD算法天线维数要求的点。对于起始点 $K = 2$, 当 $N_r = 2$ 时, 相对复杂度为32.14%; $N_r = 3$ 时, 相对复杂度为42.07%, 均低于50%, 由图中可以看出, 相对复杂度是用户数 K 的单调递减函数, 用户数越多, GSO-ZF算法在复杂度上的优势就越明显。

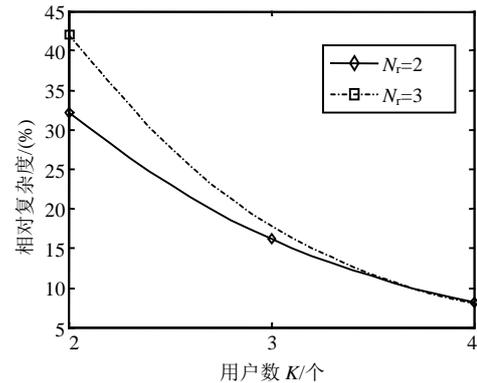


图1 $M=8$, K 变化时两种算法复杂度比较

图2假设用户数保持 $K = 2$ 不变, 同样考虑 $N_r = 2$ 和 $N_r = 3$ 两种配置, 给出算法相对复杂度随发射天线数 M 变化的曲线, 曲线中的菱形和方块符号表示实际满足BD算法天线维数要求的点。对于 $N_r = 2$ 配置, 算法需要的最小发射天线数为 $M = 4$, 此时相对复杂度为51.47%; $N_r = 3$ 情况下, 最小发射天线配置 $M = 6$ 处的相对复杂度为51.97%, 之后随 M 增加, 相对复杂度均单调递减。

由图1和图2看出, ϕ 取最大值也低于50%, 而绝大多数情况均有 $\phi < 1/K$ 成立, 说明GSO算法复杂度可以比BD算法降低约50%, 甚至更多。另外可以验证, 对于 $KN_r = M$ 满用户数的情况, 随着发射天线数 M 的增加, GSO-ZF算法复杂度占BD算法的百分比逐渐减小。

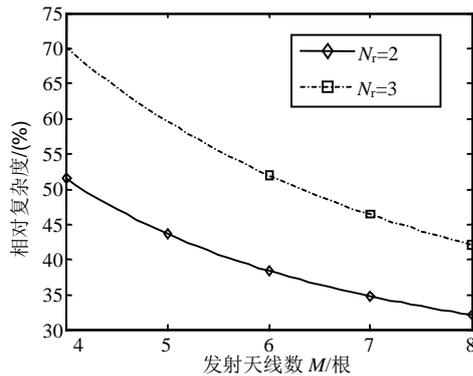


图2 $K=2$, M 变化时两种算法复杂度比较

5 结论

本文提出了一种GSO-ZF算法, 算法在迫零ZF基础上实施格拉姆-施密特正交化, 从而可以得到多用户MIMO下行链路的块对角化形式。本文在理论上证明了GSO-ZF算法可以实现与传统BD算法完全相同的系统总容量。在不损失任何性能的同时, 由于该算法不需要获得完整的零空间, 所以复杂度比BD方法有显著的降低。

参考文献

- [1] SHARIF M, HASSIBI B. A comparison of time-sharing, DPC, and beamforming for MIMO broadcast channels with many users[J]. IEEE Trans Commun, 2007, 55(1): 11-15.
- [2] GESBERT D, KOUNTOURIS M, HEATH R W, et al. From single user to multiuser communications: shifting the MIMO paradigm[J]. IEEE Signal Process Magazine, 2007, 24(5): 36-46.
- [3] COSTA M. Writing on dirty paper[J]. IEEE Trans Inform Theory, 1983, 29(3): 439-441.
- [4] HAUSTEIN T, VON HELMOLT C, JORSWIECK E, et al. Performance of MIMO systems with channel inversion[C]// VTC 2002. Birmingham: IEEE Press, 2002: 35-39.
- [5] PEEL C B, HOCHWALD B M, SWINDLEHURST A L. A vector-perturbation technique for near capacity multiantenna multiuser communication-part I: channel inversion and regularization[J]. IEEE Trans Commun, 2005, 53(1): 195-202.
- [6] CHOI L U, MURCH R D. A transmit preprocessing technique for multiuser MIMO systems using a decomposition approach[J]. IEEE Trans Wireless Commun, 2004, 3(1): 20-24.
- [7] SPENCER Q H, SWINDLEHURST A L, HAARDT M. Zero-forcing methods for downlink spatial multiplexing in multi-user MIMO channels[J]. IEEE Trans Signal Process, 2004, 52(2): 461-471.
- [8] SHEN Z, CHEN R, ANDREWS J G, et al. Sum capacity of multiuser MIMO broadcast channels with block diagonalization[J]. IEEE Trans Wireless Commun, 2007, 6(6): 2040-2045.
- [9] KAVIANI S, KRZYMIEN W A. On the optimality of multiuser zero-forcing precoding in MIMO broadcast channels[C]//VTC 2009. Barcelona: IEEE Press, 2009: 1-5.
- [10] 贾蓉, 武刚, 何旭. 多用户MIMO信道下行链路预编码方案对比研究[J]. 电子科技大学学报, 2008, 37(Suppl): 31-34.
JIA Rong, WU Gang, HE Xu. Comparison research on precoding schemes for downlink multi-user MIMO channels[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2008, 37(Suppl): 31-34.
- [11] 程云鹏, 张凯院, 徐仲. 矩阵论[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2008.
CHENG Yun-peng, ZHANG Kai-yuan, XU Zhong. Matrix theory[M]. Xi'an: Northwestern Poly Technical University Press, 2008.
- [12] SHEN Z, CHEN R, ANDREWS J G, et al. Low complexity user selection algorithms for multiuser MIMO systems with block diagonalization[J]. IEEE Trans Signal Process, 2006, 54(9): 3658-3663.
- [13] LUO Zhen-dong, ZHAO Ming, LIU Si-yang, et al. Greville-to-inverse-greville algorithm for V-BLAST systems[C]//ICC 2006. Istanbul: IEEE Press, 2006: 4214-4218.

编辑 张俊