

· 复杂性科学专栏 ·

# 基于置乱算法的复杂网络零模型构造及其应用

尚可可<sup>1,2</sup>, 许小可<sup>2</sup>

(1. 青岛理工大学通信与电子工程学院 山东 青岛 266520; 2. 大连民族学院信息与通信工程学院 辽宁 大连 116600)

**【摘要】**整理了无权网络、加权网络和时变网络中经常使用的各种零模型构造算法,重点总结了基于置乱算法的零模型构造过程和它们的实际应用。置乱算法既可以将网络上的连接关系进行断边重连,也可以在保持原有连接的前提下随机化某些因素。通过对这些置乱算法的分析和比较,有助于相关学者了解如何使用置乱算法来构造复杂网络零模型,在参考零模型的前提下合理计算各种统计量的相对值,进一步深化对各种复杂系统的理解 and 应用。

**关键词** 复杂网络; 零模型; 置乱算法; 时变网络; 无权网络; 加权网络

中图分类号 N94

文献标志码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2014.01.002

## Construction and Application for Null Models of Complex Networks Based on Randomized Algorithms

SHANG Ke-ke<sup>1,2</sup> and XU Xiao-ke<sup>2</sup>

(1. School of Communication and Electronic Engineering, Qingdao Technological University Qingdao Shandong 266520;

2. College of Information and Communication Engineering, Dalian Nationalities University Dalian Liaoning 116600)

**Abstract** In this paper, a variety of fundamental construction algorithms of null model for un-weighted networks, weighted networks, and temporal networks have been reviewed, especially the construction of null models based on randomized algorithms and their practical applications have been summarized. Randomized algorithms can not only rewire edges of networks, but also randomize some factors on the condition of keeping the original connection. By analyzing and comparing randomized algorithms, this study is helpful for researchers to know how to use randomized algorithms to construct null models of complex networks, and this study is useful to calculate relative values of various statistics by comparing the original network with its null model. Furthermore, this work can deepen our understanding and utilizing various complex systems.

**Key words** complex networks; null model; randomized algorithm; temporal networks; unweighted networks; weighted networks

复杂网络是指由数量巨大的节点和节点之间在一定时间尺度上错综复杂的关系共同构成的网络结构,描述这种网络的常见统计量有平均度、度分布、匹配系数、聚类系数和平均路径长度等<sup>[1-2]</sup>。由于不同复杂网络的规模大小各异、结构千差万别,仅仅计算出上述统计量的绝对数值,通过这些数值来判断网络的宏观特性不仅在定量分析上不够精确,有些时候甚至连定性分析的结果都不准确<sup>[3]</sup>。

鉴于复杂网络各种统计量的绝对数值无法刻画出网络本身的复杂性,因此在很多研究中学者们更看重的是实际网络统计量和该网络随机化零模型比较后的相对结果<sup>[4-7]</sup>,此时如何构造出一个合理的复杂网络零模型作为参照物就变得非常重要。通常人

们把与一个实际网络具有某些相同性质的随机网络称为该实际网络的随机化副本,这类随机化网络在统计学上被称为零模型<sup>[8-10]</sup>。

一个好的复杂网络零模型能为原始网络提供一个准确的基准,结合统计量指标就可以准确描述出实际复杂网络的非凡特性。复杂网络的零模型构造方式主要有两种:网络模型方法和随机置乱的方法。尽管好的网络模型既能保持形式简洁又能深刻描述复杂系统内在的物理机制<sup>[11-12]</sup>,但是使用模型从无到有生成实际网络零模型的时候往往只能和实际网络“神似”,而达不到“形神兼备”效果。

基于置乱方式产生的复杂网络零模型不是一个从无到有生成新网络的过程,这种方法主要是将实

收稿日期: 2013-06-21; 修回日期: 2013-11-15

基金项目: 国家自然科学基金(61004104, 61104143, 61374170); 山东省自然科学基金(ZR2011FQ008)

作者简介: 尚可可(1989-), 男, 硕士, 主要从事加权网络、时变网络方面的研究。

际网络的数据进行随机化后得到的。置乱算法既可以将网络上的连接关系进行随机化断边重连,也可以在保持原有连接的前提下随机化某些因素。这种由原始数据直接生成新数据的思想不仅在复杂网络领域得到广泛应用,也是时间序列处理领域的常用方法<sup>[13-14]</sup>。

基于置乱方式产生的复杂网络零模型数据通过使用不同的约束条件,可以保持或破坏实际网络数据多尺度的时变和拓扑性质。置乱算法不仅仅能够保持和破坏网络的平均度、度分布、匹配特性、聚类特性等,还可以任意地保持和破坏网络的权重分布和时变特性<sup>[8-9,15]</sup>。置乱算法不但能让研究者细致分析网络的不同特性,而且这种随机化方法不需要高深的理论,很容易理解和编程实现。因此它为实际网络提供了一套从“形似”到“形神兼备”的随机化参照物,在有些问题的研究中,它甚至是唯一的零模型构造方法。鉴于置乱算法产生复杂网络零模型的重要性,本文整理和总结了静态无权网络、静态加权网络和时变网络上经常使用的各种置乱算法,同时简单介绍了这些算法的实际应用。通过对这些置乱算法的分析和比较,有助于复杂网络以及相关领域的学者正确使用置乱算法来产生复杂网络零模型,在参考零模型的前提下合理计算各种统计量的相对值,进一步深化大家对各种复杂系统的理解和利用<sup>[16]</sup>。

## 1 静态无权网络零模型的构造

静态无权网络是目前最常见的复杂网络形式,有关这种网络零模型的研究也最广泛和深入。随机化网络除了与原网络具有相同节点数外,按照约束条件从少到多,可定义如下不同层次的零模型<sup>[8-9]</sup>:

0阶零模型:与原始网络具有相同的平均度  $\langle k \rangle$ ;

1阶零模型:与原始网络具有相同的度分布  $\rho(k)$ ;

2阶零模型:与原始网络具有相同的联合度分布  $\rho(k, k')$ ;

2.25阶零模型:与原始网络具有相同的联合度分布  $\rho(k, k')$  和平均聚类系数  $\langle c \rangle$ ;

2.5阶零模型:与原始网络具有相同的联合度分布  $\rho(k, k')$  和度相关的聚类系数  $c(k)$ ;

3阶零模型:与原始网络具有相同的联合度分布  $\rho(k_1, k_2, k_3)$ 。

以此类推下去,理论上还可以定义更高阶的零

模型<sup>[17]</sup>。由于随着零模型阶次的提高,拓扑上的约束条件也就越多,可以被置乱的连边数也就越少,生成的复杂网络零模型越接近于原始网络,因此本文重点介绍可以将原始网络进行较高程度随机化的0~2阶复杂网络零模型。

### 1.1 基于网络模型的零模型构造

构造静态无权网络零模型的方法主要有基于模型和基于连边随机化重连两种。其中基于模型的方法包括ER随机图<sup>[18]</sup>、配置模型<sup>[19]</sup>等。

ER随机图是最为大家熟知的随机网络,也是最经典的0阶网络零模型。ER随机图可以由两种方式构造出来:一种是给定 $N$ 个节点和 $M$ 条连边,随机的将节点用 $M$ 条连边连接起来,构造出没有重边和自环的简单图;另一种是给定 $N$ 个节点,以概率 $P$ 任意连接两个不同的节点,连通概率 $P$ 介于0和1之间<sup>[20]</sup>。ER随机图能够生成跟实际网络具有相同节点数和平均度的零模型网络,但是ER网络的度分布是泊松的、聚类系数接近于零,这些性质和实际复杂网络中幂律度分布和高聚类特性相差很大<sup>[21]</sup>。

为了更精确地构造出符合真实网络度分布的零模型,文献[22-23]提出了广义随机图,也就是大家熟知的配置模型。配置模型给定了真实网络的度序列,严格规定了每个节点的度值,这样就可以生成具有与真实网络相同度分布的随机网络<sup>[19,24-25]</sup>。大多数配置模型仅研究如何保持复杂网络的一阶特性,即如何和实际网络具有相同的度分布,而真实网络中的高聚类性却没有在配置模型中体现出来。为了解决这一缺陷,文献[26-27]提出了能够保持实际网络聚类特性和子图个数的新模型,大大拓展了配置模型的使用范围。但需要注意的是,尽管配置模型可以精确展现真实网络的度序列、甚至是网络的聚类特性和子图分布,但配置模型也有如下缺点:一是算法比较复杂,因此针对加权网络和时变网络很难使用;二是配置模型产生的网络为了保证连边配对的随机性,可能会存在自环和重边。

### 1.2 基于随机断边重连的1阶零模型

用增长模型或配置模型来构造零模型是从无到有生成新网络的过程,而用置乱算法来构造零模型则是将原有网络随机化的过程<sup>[28-29]</sup>。在静态无权网络中常用的置乱算法就是连边随机重连,它使用断边重连的方式生成复杂网络的1阶零模型。无向网络的连边置乱算法最早被文献[28]运用于蛋白质网络的研究中,该算法的一步连边置乱过程如图1所示。如果网络中有节点 $A$ 与 $B$ 相连, $C$ 与 $D$ 相连;且节点 $A$

与D不相连, B与C不相连。将连边AB和CD切断, 再使节点A与D相连, B与C相连。根据网络规模和实际需要不断重复上述过程就会使网络中的连边关系被随机置乱, 但是置乱前后每个节点的度均保持不变, 保证了置乱前后网络的度序列相同。从图1可以看出, 连边置乱算法破坏了网络拓扑结构, 因此可以用来研究网络拓扑结构, 并研究网络拓扑结构变化对网络功能的影响。

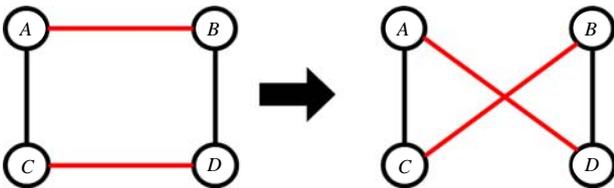


图1 原始网络和使用断边重连算法构造的1阶零模型网络

在静态无权网络中, 相对于配置算法, 连边随机重连更简单、更容易操作, 不需要理解和运用复杂的数学公式、也不会产生自环和重边现象, 却能精确保持真实网络的度分布, 因此被广泛应用到实际复杂网络分析中。在对网络子图结构的研究中, 文献[4, 30]利用连边置乱算法构造了网络零模型, 发现一些特定网络子图在原始网络中出现的频率远高于在零模型网络中出现的频率。文献[5]还对比了原始网络与连边置乱零模型中所有子图出现的频率, 提出了重要性剖面算法将来自不同领域的19个网络分成了4个超家族。

此外, 文献[31]在对网络结构如何影响网络功能的研究中, 使用连边置乱算法构造出拥有不同聚类系数且保持节点度序列不变的零模型作为Hopfield神经网络的底层网络, 并将神经元状态和存储模式之间的交叠程度作为网络的性能指标, 发现网络的计算性能更多的取决于聚类系数而不是度分布, 且低聚类网络的性能要优于高聚类网络。文献[32]在研究网络的鲁棒性中发现, 具有较少中心节点和高聚类的网络比使用连边置乱构造的随机网络更加强健。文献[33]使用连边置乱算法构造了具有不同聚类系数的随机网络, 在这些随机网络的对比研究中发现同时具有较短的平均距离和较小度分布标准差两种特性的网络具有较强的同步能力。

### 1.3 强同配或异配特性的断边重连零模型

连边随机重连算法不仅破坏了网络拓扑, 也扰乱了网络本身的度相关性, 使连边不再具有同配或异配特性。文献[28]利用连边置乱算法构造的零模型与原始网络进行对比, 发现在蛋白质相互作用网络和基因调控网络中, 度大与度大节点之间的连边受

到了系统抑制, 而度大与度小节点之间的连边出现的可能性则更大。此外, 文献[34]还将原始网络和利用连边置乱生成的零模型进行对比, 通过相关性剖面的新方法证明了Internet网络中的度度相关特性。以上研究都说明了度度相关特性对于网络的重要性, 那么有没有办法构造出满足某种度匹配模式的零模型呢?

如果想改变原始网络的度度匹配特性, 就需要有选择的进行断边重连来构造同配或异配网络。如图2所示, 原始网络图2a中有A、B、C、D四个节点, 其中节点A与C相连, B与D相连, 相连节点之间的度有一定差距但相差不大, 属于中性网络。如果将原始网络的度大节点A和度大节点D相连、度小节点B和度小节点C相连(如图2b所示), 那么就增强了网络的同配特性。将这一过程反复进行, 就可以生成强同配性的网络。相反, 将原始网络的度最大的节点A和度最小的节点B相连, 其余节点相连(如图2c所示), 那么就增强了网络的异配特性, 反复进行就可以生成强异配性的网络。

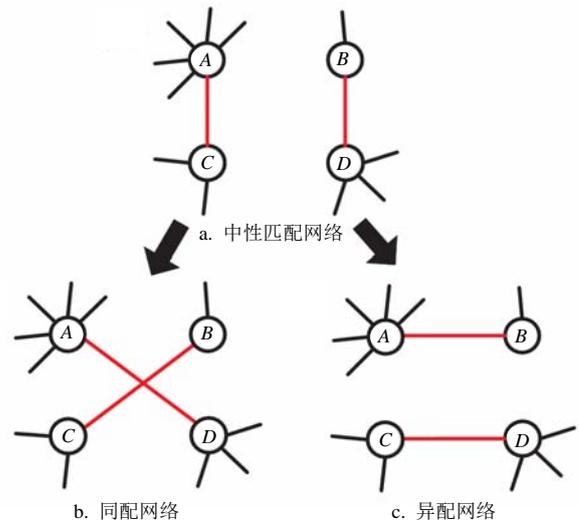


图2 复杂网络中三种不同的度匹配模式

使用上述有导向的连边重连算法生成强同配网络和异配网络可以研究网络拓扑结构对于度度相关特性的约束。Newman定义的匹配系数是实际复杂网络中最常用的衡量网络匹配特性的统计量<sup>[35-36]</sup>, 理论上讲实际网络最大同配的时候该值应该接近于1, 最大异配的时候该值应该接近于-1。但是文献[37]发现实际的Internet网络, 在保证度序列相同的情况下无论怎么进行连边重连, 它的匹配系数总是在一个非常小的范围内且总是负值。针对匹配系数这一缺陷, 文献[38]通过比较原始网络和它的零模型, 分析了Internet网络中超级节点引起网络匹配系数异常

的原因并给出了一个简单的修正方式。

有导向和无导向的断边重连的方式除了能够研究无向网络的度相关性<sup>[37]</sup>,还可以对有向网络进行置乱来研究出入度相关性,即有向网络中相连节点之间的出度和出度、入度和入度、入度和出度、以及出度和入度之间有何关系<sup>[7]</sup>。有向网络的连边置乱与无向网络的连边置乱方法类似,不同的是将节点的出连边或者入连边置乱<sup>[4]</sup>。

在有向网络的研究中,文献[7]利用原始网络和零模型中度相关性的对比,提出了同配性剖面算法,并利用同配性剖面算法检测了有向网络的同配性(连接是否倾向于出现在度大小相似的节点之间),发现同配性确实影响了真实网络的结构和动态特性,且连边的方向对同配性有一定影响。

#### 1.4 基于随机断边重连的2阶零模型

静态无权网络中最常用的就是使用随机断边重连来产生1阶复杂网络零模型,而且该方法也可以用于构造2阶和更高阶次的零模型<sup>[8,17]</sup>。高阶零模型的随机重连算法可以看作1阶随机断边重连算法的拓展,2阶零模型的随机断边重连算法是保持联合度分布不变的连边置乱,其具体步骤与前述的连边置乱一样,只是多了一个限制条件:即要求交换前后两条边连接节点的度值是不变的。因此如图3所示,只有节点B和D(或A和C)具有相同的度值时,连边交换才可以进行,以保证网络的联合度分布不变。随着零模型阶次的增加约束条件也越来越多,可以被随机断开再重连的连边就越来越少,因此网络拓扑被破坏的也越来越小。

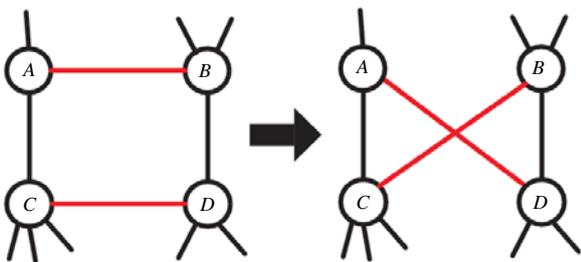


图3 原始网络和使用断边重连算法构造的2阶零模型网络

在复杂网络高阶零模型的研究中,文献[17]做了非常重要的系统性工作。一方面系统性地研究了不同阶次复杂网络零模型的度相关特性和基于随机断边重连方式的构造算法。另一方面在保持原始网络拓扑特性的前提下,提出了构造原始网络不同规模零模型的算法并提供了软件Orbis供研究者参考和使用<sup>[8]</sup>。此外,文献[9]讨论了如何结合不同网络抽样算法生成网络2.25阶(与原始网络具有相同的联合

度分布 $\rho(k,k')$ 和平均聚类系数 $\langle c \rangle$ )和2.5阶(与原始网络具有相同的联合度分布 $\rho(k,k')$ 和度相关的聚类系数 $c(k)$ )零模型的理论算法与实现过程。

#### 1.5 局部断边重连算法

很多复杂网络都具有幂律形式的度分布,表明网络中数量很少的节点具有远远多于其他节点的连接,这样的节点称为富节点或中枢(hub)节点。为了研究中枢节点之间的连接特性以及这种连接特性对于整个网络性质的影响,文献[39]提出了复杂网络的富人俱乐部系数,他们在Internet网络研究中没有使用该网络的零模型,仅仅使用了几种常用网络做基准模型,发现Internet网络具有富人俱乐部特性。文献[6]不仅计算了多种网络的富人俱乐部系数绝对值,还计算了每个网络1阶零模型的富人俱乐部系数,通过使用统计方法比较后得出了和文献[39]截然相反的结论:Internet网络不具有富人俱乐部特性。

针对Internet网络是否具有富人俱乐部特性引起的诸多争论<sup>[3,6]</sup>,文献[37]提出了改变网络富人俱乐部系数的局部连边随机重连算法,再次有力证明了Internet网络确实存在富人俱乐部特性。具体的算法构造过程如图4所示,其中网络中节点A和B是富节点,重连以前这两个富节点之间无连接,没有形成富人俱乐部。首先在网络中任意选取两个非富节点C和D,这两个节点分别连接到富节点A和B上且相互之间没有连边。然后采用上文提到的连边重连算法将连边AC和BD切断,再使节点A与B相连,C与D相连,这样网络就有了富人俱乐部性质(节点A和B相连)。上述算法描述的是如何使网络具有强的富人俱乐部特性,如果将这一过程反过来运用,也可构造出一个几乎没有富人俱乐部特性的零模型网络。

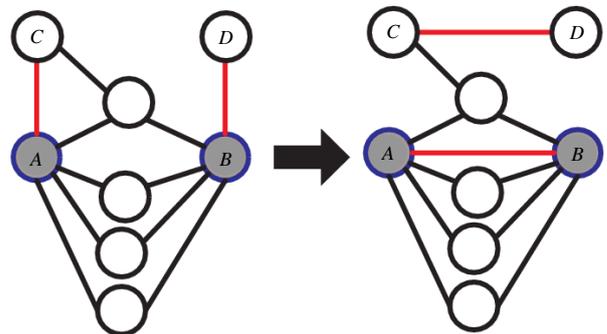


图4 原始网络和使用连边置乱算法构造的2阶零模型网络

局部连边随机重连算法几乎可以任意改变中枢节点之间的连接特性,通过将完全没有富人俱乐部特性的网络、原始网络以及具有极强富人俱乐部特性的几种网络进行比较,就可以分析出富节点之间的连接特性对于整个网络性质的影响。文献[40]通过

这一方法分析了多种网络中富人俱乐部特性对于网络聚类系数、匹配系数和平均路径长度的影响, 并讨论了在不同度分布网络中富人俱乐部特性的影响力大小。

## 2 静态加权网络零模型的构造

复杂网络中不仅仅要深入分析网络的拓扑性质, 连边强度的异质性往往也是某些复杂系统的最重要特征<sup>[41-42]</sup>。如在社会网络中的个体之间存在着强、弱两种连接<sup>[43]</sup>, 而且这两种连接的功能和作用是不同的<sup>[44]</sup>; 在新陈代谢网络的各条路径中存在着不均匀的流量<sup>[45]</sup>; 在食物链网络中不同物种之间相互作用强度往往也是不同的<sup>[46]</sup>。加权网络中的每条连边都带有一个度量连接强度的数值, 为复杂网络中节点之间的关系和相互作用提供了更加细致的刻画手段, 因此加权网络已经成为复杂网络研究的一个重要分支<sup>[47]</sup>。

相对于无权网络, 加权网络增加了权重这个重要属性, 而配置模型一般没有涉及到对权重分布的研究, 因此不能作为加权网络的零模型使用。尽管加权网络中也有比较经典的几种模型, 如文献[48]建立的BBV模型和文献[49]提出的交通流驱动模型, 但是使用这几种模型还是不容易分析出加权网络的拓扑结构和权重分布这两个因素的相关性。权重拓扑相关性是指网络上不同层次的拓扑结构和结构内部节点之间的权重分布存在着一定的相关性, 这种相关性有可能是存在于局域结构上的、也可能是在全局拓扑结构上的, 该特性对于复杂系统中的资源优化配置具有非常重要的作用<sup>[50]</sup>。置乱算法可以精确控制影响权重拓扑相关性的几个重要因素, 因此本文主要阐述如何使用置乱算法来构造加权网络的零模型。

### 2.1 权重置乱算法

在加权网络上最简单的置乱算法就是进行连边随机重连, 但是这样加权网络的拓扑和连边的权重就被同时随机化了, 无法弄清网络的某些性质是由于网络的拓扑还是连边的权重导致的。为了单独研究权重的影响, 文献[51]在对经济物理学家交流网络的研究中提出了权重置乱算法。典型权重置乱算法的具体过程如图5所示, 首先在网络中任意选取两个权重不相等的连边, 如连边 $AB$ 的权重为3,  $CD$ 的权重为2; 然后将两个连边的权重交换, 置乱后连边 $AB$ 的权重为2,  $CD$ 的权重为3。根据网络的规模重复上述两个步骤足够多次, 就可以达到置乱连边权重的

目的。

该算法在不改变网络拓扑的情况下, 随机化了连边上的权重, 可以用来研究权重对网络的影响。文献[52]在对规则网络的权重置乱研究中发现权重置乱可以引发网络的小世界效应, 并且可以显著提高混沌系统的同步能力。文献[53]分别对演员合作网络和航空网络运用了权重置乱算法, 发现相邻连边之间存在正的权重相关性, 且这种权重相关性对网络的作用是非常重要的。在研究手机通信网络的时候, 文献[54]也使用了权重置乱算法, 通过将置乱后的零模型网络与原始网络的对比, 发现个体之间的交互强度与网络的局部拓扑有很强的关联性。文献[50]同时利用权重置乱算法和连边置乱算法分别对航空网络、科学家合作网络和在线社会网络进行了研究。最终发现在航空网络中, 中心机场到各个目的地之间有大量的客流, 即节点的度和连边权重之间有强的相关性。相反, 在科学家合作网络中, 作者发现合作密度跟合作人数之间缺乏相关性。而对在线社会网络, 作者发现受欢迎的个体彼此之间少有联系, 但是一旦发生了联系, 他们之间便会建立比随机情况更强的联系。

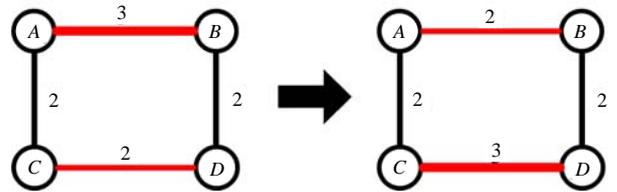


图5 原始网络和使用权重置乱算法构造的零模型网络

### 2.2 等权重置乱算法

加权网络中的连边置乱同时扰乱了网络的拓扑和权重, 而权重置乱算法随机化了连边的权重而保留了网络的拓扑结构, 那么如何保持节点的权分布不变而仅仅改变网络的拓扑性质呢? 本文提出一种等权重置乱算法, 具体置乱过程如图6所示。

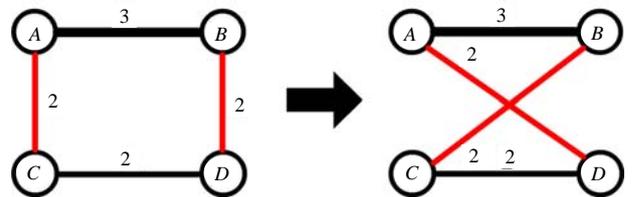


图6 原始网络和使用等权重置乱算法构造的零模型网络

首先选取两对权重相等(在要求不严格的情况下可以仅让权重近似相等)的连边 $AC$ 和 $BD$ , 如果此时节点 $A$ 与 $D$ 不相连,  $B$ 与 $C$ 不相连, 那么可将连边 $AC$ 和 $BD$ 切断, 再使节点 $A$ 与 $D$ 相连,  $B$ 与 $C$ 相连, 连边权重均和以前的连边 $AC$ 权重相同。这样网络的拓

扑结构被破坏了,而每个节点的权并没有发生变化,而且每个节点连边之间的权重相关性也没有发生变化。

### 2.3 局部权重置乱算法

当对有向加权网络进行置乱的时候,相对于权重置乱算法,局部权重置乱算法仅仅将同一个节点上连边的出权重(或入权重)相互交换,破坏了网络局部的权重拓扑相关性<sup>[50]</sup>。具体构造过程如图7所示,首先找出度大于1的节点,然后随机找出该节点上出权重不等的两条连边,接着将两条连边上的出权重互换。在置乱一次之后,节点A出权重为3和1的两条连边被互换了。当对无向加权网络进行置乱的时候,由于没有办法让所有节点的权均保持不变,所以该算法无法使用。但是在实际问题允许的情况下,可以先把无向网络转化为双向的有向网络,这样就可以保持节点的出权重或者入权重不变,然后再进行局部权重置乱<sup>[55]</sup>。

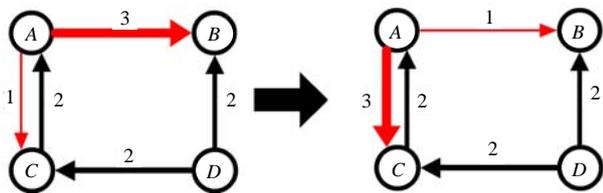


图7 保持节点出权不变的局域权重置乱算法示意图

局部权重置乱是在同一节点的连边之间进行的置乱,且保证了网络的出权(或入权)分布不变,可以用来研究加权网络的局部特性。文献[50]在研究多个加权网络富人俱乐部特性时就用了连边置乱、权重置乱和局部权重置乱来构造零模型,发现航空网络、科学家合作网络和在线社交网络这三种网络中权大的节点之间会倾向于将大部分资源彼此共享,以控制资源在网络中的流通。尤其是在科学家合作网络中,通过基于局部权重置乱算法发现了度大和权大节点的局域拓扑结构(科学家进行科研合作的模式)是有很大差异的。

## 3 时变网络零模型的构造

人们将复杂系统抽象为复杂网络后不仅要分析系统的拓扑结构,更要研究网络上的动力学过程,性接触网络、Internet网络,神经网络、电力网络等等都需要这么做<sup>[54]</sup>。在经典的复杂网络研究中,将这些来自不同领域的系统结构抽象为网络,然后再将不同的动力学过程在网络上模拟运行,最后通过对网络中每个节点的动态行为观察来分析复杂系统的动力学特性。尽管这种研究有助于评估网络各部分之间是如何相互影响的,并优化和预测系统的

动态行为<sup>[56-57]</sup>,但这些研究割裂了网络结构和动力学之间的内在一性。此外,静态无权网络和加权网络结构中没有任何网络拓扑变化的信息,虽然演化网络<sup>[12]</sup>和自适应网络<sup>[58]</sup>的结构每时每刻都在变化,但是单独观察某时刻的网络结构,并不知道网络结构的时变特性。那么能否将网络结构和动力学过程使用某种网络形式统一来进行描述呢?这种网络是否也能将演化网络和自适应网络的时变特性包含其中呢?下面介绍的时变网络就可以做到以上两点。时变网络在传统的网络结构上多了一个时间维度,因此可以将系统的动态、事件发生的顺序、邻边上事件之间的相关性等等动力学特性均嵌入到网络结构中,也能在多个时间尺度上刻画演化网络和自适应网络的时变特性<sup>[15]</sup>。

时变网络的最典型应用就是人类动力学方面的研究<sup>[59-60]</sup>,人类行为具有阵发性<sup>[61]</sup>、级联性<sup>[62]</sup>、记忆性<sup>[63]</sup>和周期性<sup>[64]</sup>等,且大多数联系都不是持续的<sup>[65]</sup>,因此关于社会网络中的各种动态现象研究都无法忽略人类行为时变模式的重要影响。人类行为的动力学模式会强烈影响疾病的传播<sup>[66-68]</sup>、信息的扩散<sup>[69-71]</sup>等,因此如何使用时变网络来研究耦合性的复杂动力系统,如何使用随机重连算法来构造时变网络的零模型,怎么根据不同的需要使用零模型打开或关闭某些时变特性来研究人类行为变得非常重要。

### 3.1 时变网络简介

本文在介绍各种时变网络的随机重连算法之前,先以接触序列为例,简单介绍一下时变网络的基本概念并描述一下时变网络与加权网络的区别和联系。如图8所示,图8a是静态加权网络,图8b是8a对应的以接触序列表达的时变网络,图8c描述了8b中节点之间接触发生的时间。可以看出图8a中的权重为多少,图8b中就有多少次接触,因此时变网络是一种有时间的加权网络。图8a中连边AB的权重为3,那么相应的图8b中连边AB上有3个接触,3个接触的时间戳分别为1、3、5,且按照时间的先后顺序组成了事件序列“1、3、5”。图8c中最下面的横轴代表了时变网络的时间轴,从左至右时间依次增加。当两个节点在某个时间点 $t$ 发生接触的时候,那么就在 $t$ 处将两个节点连接起来,这样就可以清楚的看出节点在哪些时间上发生了接触,也可以观察到接触发生的顺序以及各个节点之间时间-拓扑上的连通特性。

如果将时变网络中连边上的接触次数或事件发生的次数称为时变网络的权重,那么此时时变网络

的静态拓扑就是加权网络。时变网络和加权网络的不同之处在于时变网络中将各种接触或事件都加上了时间戳, 这样生成的网络就增加了一个时间上的维度。时变网络主要有接触序列和区间图两种表达方式。在构造时变网络时, 如果将每条连边上发生的接触或事件按时间顺序聚合到连边上, 从而组成每条连边的事件序列, 这样生成的时变图称为接触序列<sup>[31]</sup>。相应的, 如果把节点间每次接触过程的时间长度聚合到连边上, 这样生成的时变图就为区间图<sup>[15]</sup>。

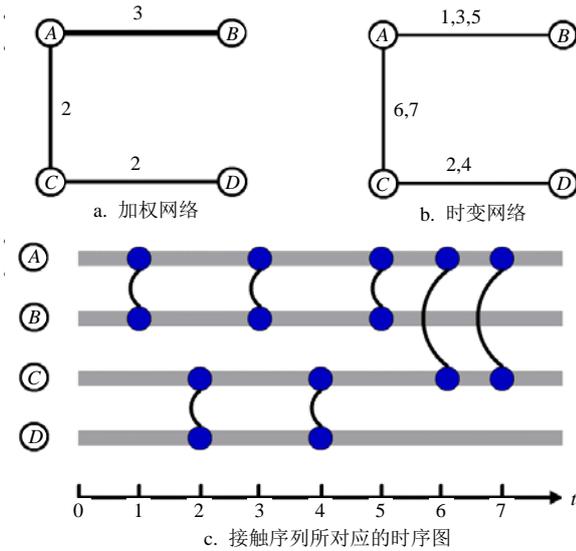


图8 加权网络与时变网络的区别和联系

下面介绍的各种随机重连算法都是基于接触序列表达的时变网络进行描述的, 但这些算法基本上也适用于区间图表达的时变网络, 它们分别破坏了网络拓扑、权重拓扑相关性、单个连边上的事件阵发性、邻边上事件间的相关性和事件的每日、每周模式等<sup>[72]</sup>。其中单个连边上的事件阵发性是指连边上事件的发生时间具有阵发性, 有的时候在极短时间内事件集中爆发, 有的时候很长一段时间内没有任何事件发生<sup>[59]</sup>。邻边上事件间的相关性是指相邻连边上的事件发生往往是相关的、存在一定的先后顺序, 因此这些事件有可能是相互触发的、甚至具有内在的因果联系<sup>[62]</sup>。每日每周模式是指每日或者每周事件发生的频率和时间点是有其规律的, 比如说我们习惯于每天早晨从家里出发去工作, 周末的时候呆在家里休息等<sup>[64,73-75]</sup>。

### 3.2 连边置乱算法

时变网络的连边置乱算法和静态网络的连边置乱算法是类似的, 具体的置乱步骤也是一样的。不同的是时变网络中邻边上的事件之间具有时间上的

相关性, 基于时变网络的连边置乱算法不仅破坏了网络拓扑、权重拓扑相关性, 还破坏了事件间的相关性。该算法保留了事件阵发性和每日、每周模式, 因此可以研究其他三种因素的综合影响。该算法也可以同其他算法一起, 对比研究某种因素的影响。如时权置乱算法保留了事件阵发性、网络拓扑和每日、每周模式, 通过比较连边置乱算法和时权置乱算法这两种零模型就可以得知网络拓扑所起的作用。

### 3.3 时间置乱算法

为了研究时变相关性(事件阵发性和事件间的相关性)对网络的影响, 时间置乱算法将连边的接触时间置乱<sup>[31]</sup>, 这样就随机化了事件发生的原始时间, 从而破坏了时变相关性, 具体的置乱过程如图9所示。首先任意选取一条连边AB上一个接触的时间戳1。然后将该时间戳同连边CD上一个接触的时间戳4置换, 置换后每条连边上都不允许出现两个相同的时间戳。这样连边AB上第一次接触的时间戳与连边CD上第二次接触的时间戳进行了交换。不断重复上述两个步骤, 就能使整个时变网络的各个事件的发生足够随机化。除了采用上述方法进行时间置乱之外, 如果直接把所有连边上的接触时间重新随机排列, 也可以达到时间置乱的目的。

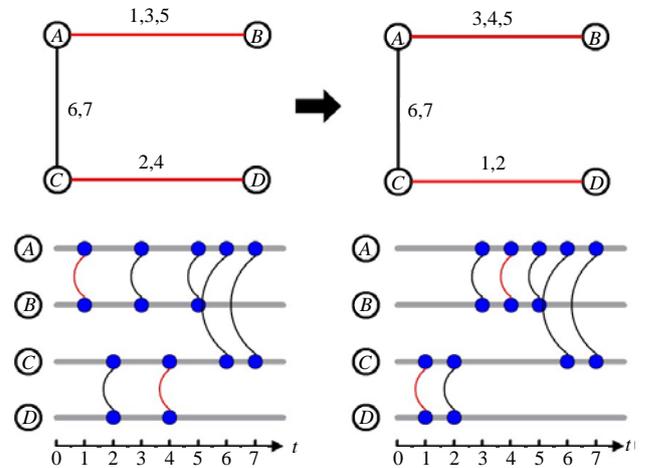


图9 原始网络和时间置乱算法构造的零模型网络

时间置乱算法仅仅置乱了接触时间, 破坏了单个连边上的事件阵发性和邻边上事件间的相关性, 但不改变每条连边上事件发生的次数和网络拓扑结构。文献[76]对在线社交网络的研究中利用时间置乱算法验证了他们获得的实证数据没有受到数据规模的影响, 并可以利用当前事件的状态来预测未来的事件。文献[29]同时对在线社交网络和电子邮件网络进行研究, 并提出了两种可达性指标: 一个是能够反映信息传播速度的可达时间, 另一个是反映信息

传播范围的可达率。利用时间置乱算法构造的零模型与原网络进行对比后发现时变相关性被破坏,两种可达性指标均发生变化,信息会更迅速、更广泛地传播。文献[77]对在线投票网络的研究中,在每个投票用户和被投票对象之间均建立起一条连边,且每条连边上有一个相应的投票时间戳,通过原始网络和时间置乱算法构造的零模型的对比,发现投票用户都倾向于将票投给票数高的被投票对象。此外文献[72]利用时间置乱算法研究了手机通信网络上的信息传播,发现时变相关性对信息传播具有非常强烈的迟滞作用,认为该网络中社团之间的弱链接和连边权重值差异大是信息传播的两大瓶颈。

### 3.4 时间随机化算法

时间置乱算法虽然破坏了连边上事件的阵发性和各种事件之间的相关性,但是该算法并没有打破事件发生的每日、每周模式。为了研究每日、每周模式的影响,学者们提出了时间随机化算法<sup>[64,72,75]</sup>。如为了分析周期模式和活跃性的不同影响,文献[75]定义了一种新的时间间隔计算方式,并构造出个体行为和群体行为均满足一定时间特性的新模型。

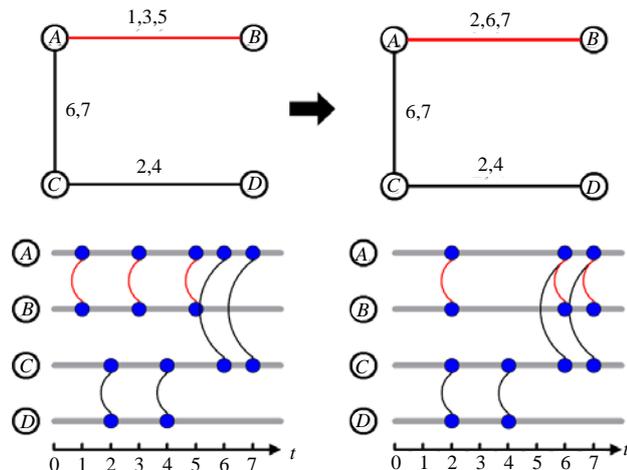


图10 原始网络和时间随机化算法构造的零模型网络

时间随机化算法与时间置乱算法的不同在于它将接触的时间戳随机化,而不是仅仅将接触的时间戳进行随机化交换操作。经过这样随机化接触时间之后,在每个时间点上事件发生的次数就平均化了,因此每日和每周事件发生的次数或频率也发生了变化,从而打破了事件发生的每日、每周模式。具体的做法如图10所示。首先选取任意连边上的一个时间戳 $t_1$ ,然后在整个网络上接触最先开始的时间和最后结束的时间之间随机选取一个时间 $t_2$ ,用 $t_2$ 代替 $t_1$ ,随机化后不允许单个连边上出现两个相同的时间点。假设整个网络上接触最早开始时间为1,最后结束时间为7,使用时间随机化算法可将连边AB

上的接触时间1、3、5分别随机化为2、6、7。连边上所有时间的随机化可以遵循某一个特定的分布或者过程,例如泊松过程<sup>[72]</sup>。

同时间置乱算法一样,时间随机化算法仍然保持了每条连边的权重不变,没有破坏时变网络的拓扑以及权重拓扑相关性。在基于SI模型的研究中发现:事件阵发性对信息的传播起到了重要作用,而每日和每周模式起到的作用很小<sup>[64,72]</sup>。文献[29]在利用时间随机化算法置乱在线社交网络和电子邮件网络后,发现破坏每日、每周模式会使信息传播的更迅速更广泛,其效果与时间置乱算法是类似的。

### 3.5 时权置乱算法

为了研究时变网络的权重拓扑相关性,文献[29]提出了时权置乱算法。时权置乱算法就是将时变网络不同连边上的所有事件序列进行整体性交换,这样连边上的接触或事件次数(权重)和对应的接触时间就发生了变化,从而打乱了网络的权重拓扑相关性和邻边上事件间的相关性。该算法很简单,具体置乱过程如图11所示。首先任意选取两条连边AB和CD,连边AB上的事件序列为1、3、5,连边CD上的事件序列为2、4。然后将两条连边AB和CD上的事件序列交换,时权置乱后连边AB上的事件序列为2、4,连边CD上的事件序列为1、3、5。

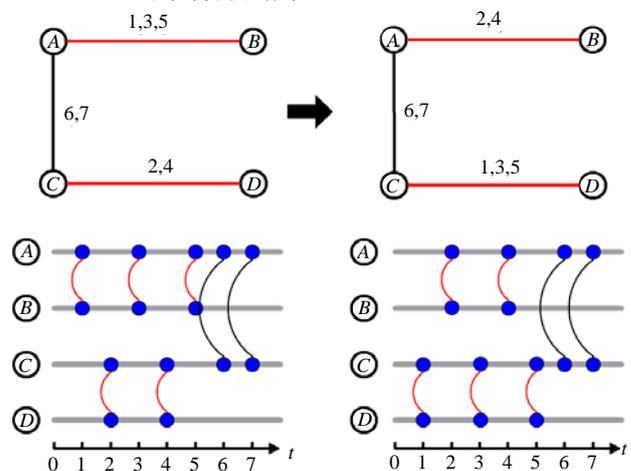


图11 原始网络和时权置乱算法构造的零模型网络

需要强调的一点是时权置乱算法没有破坏单个连边上的事件阵发性,即每条连边上的事件顺序没有被打乱,而是将这些事件整体性的换到另外一条连边上了。因此,文献[72]将时间置乱算法和时权置乱算法结合,比较了手机通信网络上事件阵发性和权重拓扑相关性所起的作用,发现事件阵发性对信息传播的迟滞作用要远远大于权重拓扑相关性。

### 3.6 等权置乱算法

时变网络上的等权置乱算法仅仅破坏了邻边上

事件之间的相关性, 是随机化程度最小的一种置乱算法。该算法的具体置乱过程如图12所示。首先任意选取两个权重相等的连边AC和CD, 连边AC上的事件序列为6、7, 连边CD上的事件序列为2、4。然后将这两个连边上的事件序列置换, 等权置乱后连边AC上的事件序列为2、4, 连边CD上的事件序列为6、7。

等权置乱算法没有破坏拓扑结构、权重拓扑相关性、单个连边上的事件阵发性和每日、每周模式, 仅仅破坏了邻边上事件间的相关性, 因此该算法可以用来单独衡量事件间的相关性对网络的影响。文献[72]利用等权置乱算法研究了手机通信网络上的信息传播, 发现事件间的相关性轻微加速了社团内部的信息传播, 但是随着时间的推移会出现信息传播的瓶颈。等权置乱算法的不足之处在于它只适用于数据量很大的网络, 因为这样才能有足够多的等权重连边用于随机化置乱。

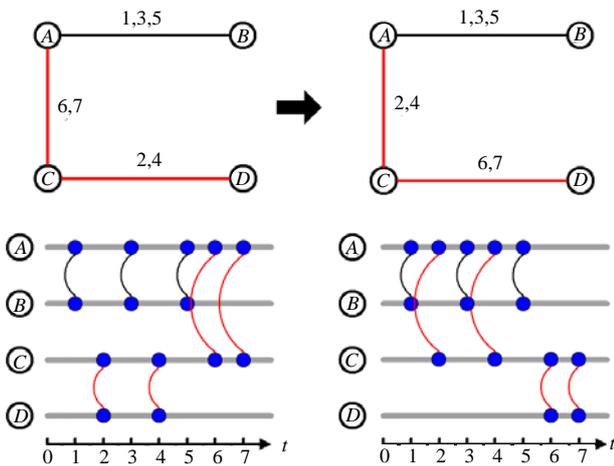


图12 原始网络和等权置乱算法构造的零模型网络

### 3.7 接触置乱算法

接触置乱算法既破坏了权重拓扑相关性, 又破坏了单条连边上事件的阵发性和邻边上事件间的相关性。它将连边上的所有接触随机的重新分配到每条连边上<sup>[29]</sup>, 在保证置乱后每条连边上的每个时间点最多仅出现一次接触的前提下, 也可以让置乱后连边上的接触次数服从二项分布<sup>[15]</sup>, 具体置乱过程如图13所示。假设整个网络有三条连边, 每条连边上都有着各自的接触序列, 接触被重新分配以后三条连边随机的分配了整个网络的所有接触。

文献[29]利用接触置乱算法对在线社交网络和电子邮件网络进行了研究, 置乱后连边上接触次数的分布服从泊松分布, 且与时间随机化算法对比后发现破坏权重拓扑相关性比破坏每日、每周模式更

能提高信息传播的速度和广度。

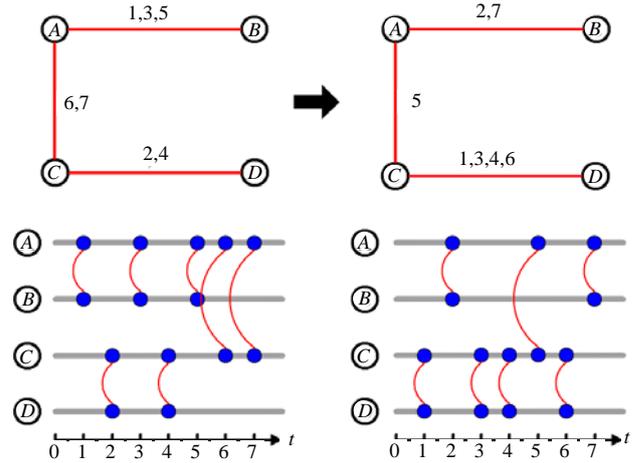


图13 原始网络和接触置乱算法构造的零模型网络

### 3.8 时间倒转算法

时间倒转算法仅适用于有向的时变网络。在时变网络中连边的时间特性是非常重要的性质, 事件在时间上的排列顺序体现了事件之间的相关性和因果性。时间倒转算法破坏了邻边上事件间的相关性, 因此可以用于分析事件之间的因果关系。该算法的实现过程很简单, 如图14所示, 只需要把连边上的接触时间倒转过来即可。原始时变网络中有AB、AC、CD三条连边, 通过时序分析可知, 消息可以从D经过C传递到A。在时间倒转之后, 消息不能从D经过C传递到A。同时, 原始时变网络中可能是CD上的事件触发了AC上的事件, 时间倒转后这种触发关系已经不存在了。因此可以看出时间倒转算法破坏了连边AC和CD之间的事件相关性, 且破坏了两之间潜在的因果模式。

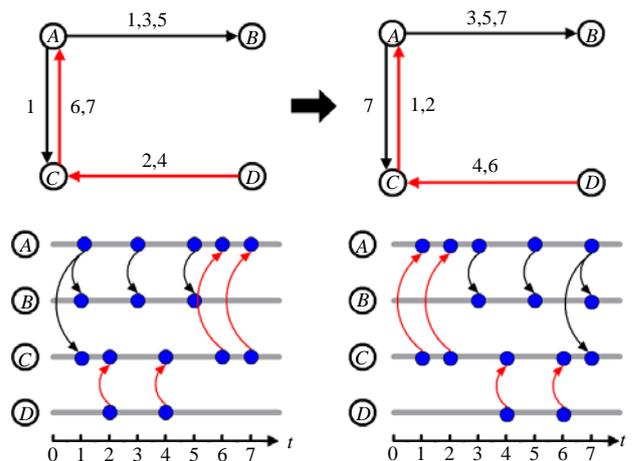


图14 原始网络和时间倒转算法构造的零模型网络

文献[78]利用时间倒转算法对牛群运动网络进行了研究, 定义了一些有向的因果图。在因果图上事件可顺着连边的方向、按照时间的先后顺序

相继发生, 这些因果图代表了连边事件之间的相关性和因果模式。在经过时间倒转后, 这些子图在置乱网络中的数量远小于在原始网络中的数量, 这说明时间的先后顺序的确对网络中事件的相关因果模式产生了影响, 因此他们认为数据集中存在着固有的时间之箭且这种时间倒转算法可以普遍用于其他时变有向网络。

### 3.9 叠加算法

本文的叠加算法是将上面提到的随机置乱算法的两种或多种合在一起使用, 这样可以有选择性的随机化更多影响时变网络的因素。比如把连边置乱算法和时间置乱算法联合起来使用, 这样除事件发生的每日、每周模式以外, 其他四种影响因素全部被破坏了。该叠加置乱算法可以用来研究网络结构、权重拓扑相关性、单个连边上的事件阵发性、邻边上事件间的相关性的综合作用。具体的做法是先使用连边置乱算法将网络结构置乱, 然后使用时间置乱算法将所有接触的时间戳置乱。图15展示了这种叠加置乱算法与连边置乱算法、时间置乱算法的联

系和区别。

文献[72]利用叠加算法破坏了手机通信网络的拓扑和时变相关性, 发现上述四种影响因素的综合作用延缓了信息在网络上的传播。除了上述叠加算法以外, 还可以将其他两个或者多个算法叠加, 以达到所需的破坏效果。如可以将连边置乱和接触置乱算法叠加, 这样对网络置乱后不仅只保留了每日每周模式, 还使得网络的权重分布服从泊松分布。文献[29]对四个实证网络同时使用了连边置乱和接触置乱叠加的算法, 发现置乱后其中三个连接较密网络的信息传播范围大大增加了, 而未能增加时间-拓扑域连通性较强的稀疏网络上信息传播的范围。

此外, 上述针对接触序列的置乱算法除了时间倒转算法外都没有强调时变网络中连边的方向性, 但有些情况下接触是有方向的。如在手机短信通信中, 收发短信的过程中有一方是主动的, 另一方是被动的, 那么这个接触也应该从发节点指向收节点。因为上述无向时变网络的随机置乱算法同样也适用于有向时变网络, 因此限于篇幅, 本文就不再赘述。

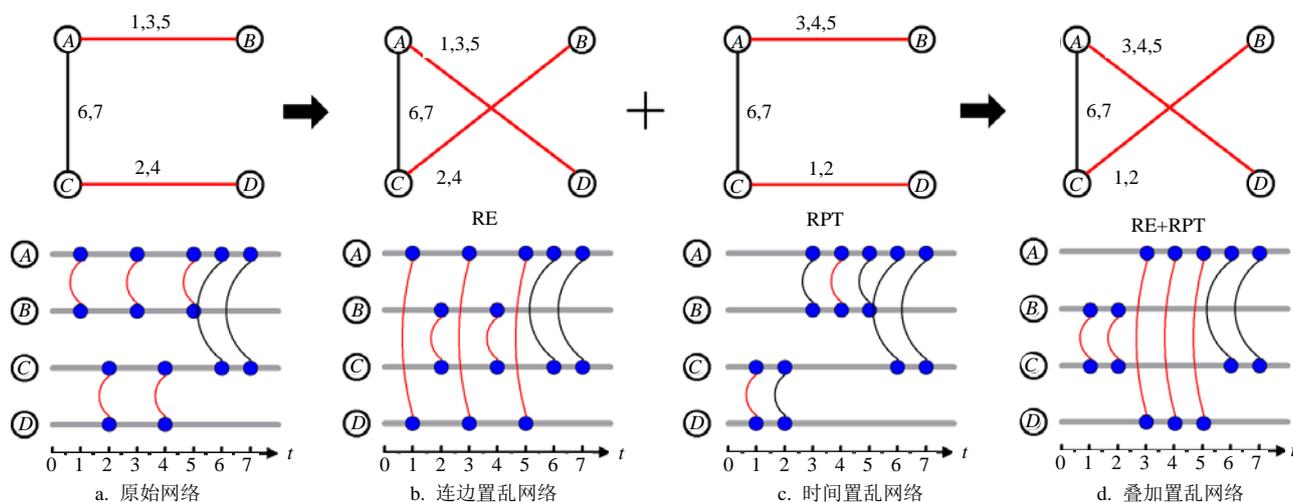


图15 原始网络和叠加置乱算法构造的零模型网络

### 3.10 区间图上的置乱算法

上面介绍的置乱算法都是基于接触序列的, 但接触序列并不适用于刻画所有的时变网络, 有些时变网络需要用区间图来刻画<sup>[79-80]</sup>。图16显示了接触序列和区间图的区别, 其中图16a是接触序列, 图16b是相应的区间图, 可以看出接触序列的连边上仅仅记录了连边上接触或者事件发生的时间点, 而区间图不但包含了连边上接触或者事件发生的起始时间点, 还完整的记录了接触或者事件的时间长度。

当实际网络中连边上的接触或者事件是瞬时发

生的, 那么用接触序列就可以很好的刻画出网络的时变特性。如短信网络和电子邮件网络中的信息传播都是即时性的, 信息在瞬间就可以传递出去, 这时我们不方便也没必要用区间图来表达实际网络。当实际网络中连边上的接触有时间上的持续性, 而且时间的累积会对网络上的传播过程产生较大影响时, 那么就需要用区间图来刻画时变网络<sup>[81]</sup>。例如, 当研究人们口头信息的传播或者某些疾病的传播时, 很明显节点间接触的时间长度就对疾病或者信息的传播起到了一定作用, 这时就应该用区间图来

表达实际网络<sup>[62,82]</sup>。

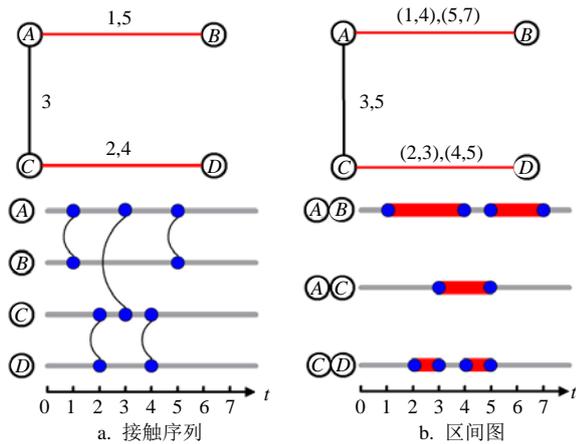


图16 接触序列和区间图的对比

当将上面的时变置乱算法运用于区间图时, 时间置乱算法、时间随机化算法、接触置乱算法和叠加置乱算法需要保证置乱后连边上的时间区间不能有重叠, 即置乱后单一连边上的任意两个接触过程在时间上不能有交集, 其余算法只需要将接触的时间点换成接触时长就可以使用了。在区间图上运用时间置乱算法时, 应该在每一次置乱前都检查一下被置乱的连边上接触时长是否会在置乱后产生重叠, 如果有重叠则取消这次置乱, 重新选择用来置乱的时间戳。在区间图上运用时间随机化算法时, 应该在每条连边随机化后检查该连边上的接触时长是否有重叠, 如果有重叠则将重叠的接触时长再次随机化, 直到没有重叠为止。在区间图上运用接触置乱算法时, 在给所有连边分配完接触时长之后, 先选出接触时长有重叠的连边, 然后再将这些有重叠的接触时长与其他接触时长互换, 直到没有重叠为止。

### 4 总结与展望

综上所述, 本文整理了无权网络、加权网络和时变网络上经常使用的各种零模型构造算法, 重点总结了基于置乱算法的零模型构造过程和它们的实际应用。上述讨论的各种置乱算法分别随机化了原始网络的拓扑、权重或时变特性, 在复杂网络的分析过程中, 应根据网络的类型和问题的需要适当选择一种或几种置乱算法来构造相应的零模型网络。如果是在静态网络中基于置乱算法来构造零模型, 可以考虑使用连边置乱、权重置乱、等权重置乱或局部置乱算法来构造零模型。其中连边置乱有助于研究无权网络的拓扑影响、加权网络的拓扑和权重影响, 权重置乱有助于单独研究权重影响, 等权重

置乱有助于研究加权网络的拓扑影响, 局部权重置乱有助于研究有向网络中局部出权重(或入权重)的影响。

时变网络的影响因素大致可以总结为网络拓扑、权重拓扑相关性、单个连边上的事件阵发性、邻边上事件间的相关性和事件的每日、每周模式五种, 各种置乱算法分别破坏了这五种性质中的一种或几种。如果是有关时变网络的研究, 由于置乱方法较多, 因此不仅可以单独使用某种置乱算法, 还可以将几种算法结合起来组合成一种新算法。如上文提到的叠加置乱算法, 就是由连边置乱算法和时间置乱算法组合成的新算法。也可以同时使用时间随机化算法和时间置乱算法, 对比出每日、每周模式所起的作用, 或者同时使用时权重置乱算法和等权重置乱算法, 对比出权重拓扑相关性的作用。总之, 置乱算法的运用很灵活, 需要使用者结合具体的问题去用心分析、仔细选择。

尽管目前基于置乱方式构造的各种零模型能基本满足复杂网络研究的要求, 但已有的置乱算法也有一些缺点需要改进。最明显的缺点就是现有的零模型算法在改变网络的微观特性后, 网络的中观和宏观特性也往往随之改变, 这意味着很难从多个尺度上理解各种复杂系统中复杂现象产生的内在机制, 如何在保留网络微观特性的前提下置乱网络的中观和宏观特征是具有挑战性的问题。此外, 有些宏观统计特征直接和局部量关联, 如网络度分布和每个节点的度特性直接关联, 这个时候置乱算法很有可能保持了宏观特征(如度分布不变), 而微观特征(如度匹配特性)反而无法保持。网络在不同尺度上的复杂特性要求将来我们提出多尺度上的零模型, 相关研究的进展不但有助于研究网络的结构特性, 也有利于分析网络的功能和演化。

很多实际复杂网络都是有向网络, 而连接的方向性对于网络上动力学过程的影响是不可忽视的, 但是在静态无权、静态加权和时变网络中, 单独基于有向网络的置乱算法却很少。将来研究中一方面可以尝试置乱网络的方向性来构造零模型, 另一方面也可以利用网络的方向性来研究新问题。如可将有向加权网络中的局部权重置乱算法用于有向时变网络中, 研究时变网络中最有影响力节点的富人俱乐部特性, 研究这些富节点的局域动态特性如何影响信息和疾病传播。

最后, 目前提出的复杂网络零模型一般都是针对对于简单的网络特征量, 如保持网络的度分布、聚

类系数或匹配系数不变。如何根据复杂网络上一些重要的复杂特征来提出相应的零模型也是一个待解决的问题。如何根据网络的功能而不是结构来提出零模型算法,如何根据复杂网络的谱特征对其进行置乱。相信随着复杂网络研究的深入,将来基于置乱算法会构造出更多更好的网络零模型,同时这些零模型构造算法的研究也有助于我们进一步理解和利用各种复杂系统。

本文研究工作得到CCF-腾讯科研基金的资助,在此表示感谢。

### 参 考 文 献

- [1] COSTA L F, RODRIGUES F A, TRAVIESO G, et al. Characterization of complex networks: a survey of measurements[J]. *Advances in Physics*, 2007, 56(1): 167-242.
- [2] NEWMAN M E J. The physics of networks[J]. *Physics Today*, 2008, 61(11): 33-38.
- [3] AMARAL L A N, GUIMERA R. Complex networks: Lies, damned lies and statistics[J]. *Nature Physics*, 2006, 2(2): 75-76.
- [4] MIOL R, SHEN-ORR S S, ITZKOVITZ S, et al. Network motifs: Simple building blocks of complex networks[J]. *Science*, 2002, 298(5594): 824-827.
- [5] MILO R, ITZKOVITZ S, KASHTAN N, et al. Superfamilies of evolved and designed networks[J]. *Science*, 2004, 303(5663): 1538-1542.
- [6] COLIZZA V, FLAMMINI A, SERRANO M A, et al. Detecting rich-club ordering in complex networks[J]. *Nature Physics*, 2006, 2(2): 110-115.
- [7] FOETER J G, FOSTER D V, GRASSBERGER P, et al. Edge direction and the structure of networks[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2010, 107(24): 10815-10820.
- [8] MAHADEVAN P, HUBBLE C, KRIOUKOV D, et al. Orbis: Rescaling degree correlations to generate annotated Internet topologies[C]//ACM SIGCOMM Computer Communication Review. Kyoto: ACM, 2007, 37(4): 325-336.
- [9] GJOKA M, KURANT M, MARKOPOULOU A. 2.5 k-graphs: from sampling to generation[J/OL]. (2012-8-17). arXiv Preprint arXiv:1208.3667.
- [10] 汪小帆, 李翔, 陈关荣. 复杂网络引论——模型、结构与动力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2012: 217-218.  
WANG Xiao-fan, LI Xiang, CHENG Guan-rong. Introduction to complex networks models, structures and dynamics[M]. Beijing: Higher Education Press, 2012: 217-218.
- [11] WATTS D J, STROGATZ S H. Collective dynamics of small-world networks[J]. *Nature*, 1998, 393(6684): 440-442.
- [12] BARABÁSI A L, ALBERT R. Emergence of scaling in random networks[J]. *Science*, 1999, 286(5439): 509-512.
- [13] SMALL M, YU D, HARRISON R G. Surrogate test for pseudoperiodic time series data[J]. *Physical Review Letters*, 2001, 87(18): 188101.
- [14] NAKAMURA T, SMALL M. Small-shuffle surrogate data: Testing for dynamics in fluctuating data with trends[J]. *Physical Review E*, 2005, 72(5): 056216.
- [15] HOLME P, SARAMÁKI J. Temporal networks[J]. *Physics Reports*, 2012, 519(3): 97-125.
- [16] NEWMAN M E J. Complex systems: a survey[J]. *American Journal of Physics*, 2011, 79(8): 800-810.
- [17] MAHADEVAN P, KRIOUKOV D, FALL K, et al. Systematic topology analysis and generation using degree correlations[J]. *ACM SIGCOMM Computer Communication Review*, 2006, 36(4): 135-146.
- [18] ERDÖS P, RÉNYI A. On random graphs[J]. *Publicationes Mathematicae Debrecen*, 1959(6): 290-297.
- [19] NEWMAN M E J, STROGATZ S H H, WATTS D J J. Random graphs with arbitrary degree distributions and their applications[J]. *Physical Review E*, 2001, 64(2): 026118.
- [20] BOLLOBÁS B. Random graphs[M]. England: Cambridge University Press, 2001.
- [21] NEWMAN M E J. The structure and function of complex networks[J]. *SIAM Review*, 2003, 45(2): 167-256.
- [22] MOLLOY M, REED B. A critical point for random graphs with a given degree sequence[J]. *Random Structures and Algorithms*, 1995, 6(2-3): 161-180.
- [23] MOLLOY M, REED B. The size of the giant component of a random graph with a given degree sequence[J]. *Combinatorics Probability and Computing*, 1998, 7(3): 295-305.
- [24] CHUNG F, LU L. The average distances in random graphs with given expected degrees[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2002, 99(25): 15879-15882.
- [25] CHUNG F, LU L. Connected components in random graphs with given expected degree sequences[J]. *Annals of Combinatorics*, 2002, 6(2): 125-145.
- [26] NEWMAN M E J. Random graphs with clustering[J]. *Physical Review Letters*, 2009, 103(5): 58701.
- [27] KARRER B, NEWMAN M. Random graphs containing arbitrary distributions of subgraphs[J]. *Physical Review E*, 2010, 82(6): 066118.
- [28] MASLOV S, SNEPPEN K. Specificity and stability in topology of protein networks[J]. *Science*, 2002, 296(5569): 910-913.
- [29] HOLME P. Network reachability of real-world contact sequences[J]. *Physical Review E*, 2005, 71(4): 046119.
- [30] SHEN-ORR S S, MILO R, MANGAN S, et al. Network motifs in the transcriptional regulation network of *Escherichia coli*[J]. *Nature Genetics*, 2002, 31(1): 64-68.
- [31] KIM B J. Performance of networks of artificial neurons: The role of clustering[J]. *Physical Review E*, 2004, 69(4): 045101.
- [32] WANG B, TANG H W, GUO C H, et al. Optimization of network structure to random failures[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2006, 368(2): 607-614.
- [33] ZHAO M, ZHOU T, WANG B H, et al. Relations between

- average distance, heterogeneity and network synchronizability[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2006, 371(2): 773-780.
- [34] MASLOV S, SNEPPEN K, ZALIZNYAK A. Detection of topological patterns in complex networks: correlation profile of the internet[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2004(333): 529-540.
- [35] NEWMAN M E J. Assortative mixing in networks[J]. *Physical Review Letters*, 2002, 89(20): 208701.
- [36] NEWMAN M E J. Mixing patterns in networks[J]. *Physical Review E*, 2003, 67(2): 026126.
- [37] ZHOU S, MONDRAGÓN R J. Structural constraints in complex networks[J]. *New Journal of Physics*, 2007, 9(6): 173.
- [38] XU X K, ZHANG J, SUN J, et al. Revising the simple measures of assortativity in complex networks[J]. *Physical Review E*, 2009, 80(5): 056106.
- [39] ZHOU S, MONDRAGÓN R J. The rich-club phenomenon in the internet topology[J]. *IEEE Communications Letters*, 2004, 8(3): 180-182.
- [40] XU X K, ZHANG J, SMALL M. Rich-club connectivity dominates assortativity and transitivity of complex networks[J]. *Physical Review E*, 2010, 82(4): 046117.
- [41] NEWMAN M E J. Analysis of weighted networks[J]. *Physical Review E*, 2004, 70(5): 056131.
- [42] 朱陈平, 张永梅, 刘小廷, 等. 复杂网络稀疏性的统计物理研究综述[J]. *上海理工大学学报*, 2011, 33(5): 425-432.
- ZHU Chen-ping, ZHANG Yong-mei, LIU Xiao-yan, et al. Fundamental statistics of weighted networks[J]. *Journal of University of Shanghai for Science and Technology*, 2012, 34(1): 18-26.
- [43] GRANOVETTER M S. The strength of weak ties[J]. *American Journal of Sociology*, 1973, 78(6): 1360-1380.
- [44] ONNELA J P, SARAMÄKI J, HYVÖNEN J, et al. Structure and tie strengths in mobile communication networks[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2007, 104(18): 7332-7336.
- [45] ALMAAS E, KOVACS B, VICSEK T, et al. Global organization of metabolic fluxes in the bacterium *escherichia coli*[J]. *Nature*, 2004, 427(6977): 839-843.
- [46] NORDLUND C. Identifying regular blocks in valued networks: A heuristic applied to the st. marks carbon flow data, and international trade in cereal products[J]. *Social Networks*, 2007, 29(1): 59-69.
- [47] 姚尊强, 尚可可, 许小可. 加权网络的常用统计量[J]. *上海理工大学学报*, 2012, 34(1): 18-26.
- YAO Zun-qiang, SHANG Ke-ke, XU Xiao-ke. Fundamental statistics of weighted networks[J]. *Journal of University of Shanghai for Science and Technology*, 2012, 34(1): 18-26.
- [48] BARRAT A, BARTHÉLEMY M, VESPIGNANI A. Modeling the evolution of weighted networks[J]. *Physical Review E*, 2004, 70(6): 066149.
- [49] WANG W X, WANG B H, HU B, et al. General dynamics of topology and traffic on weighted technological networks[J]. *Physical Review Letters*, 2005, 94(18): 188702.
- [50] OPSAHL T, COLIZZA V, PANZARASA P, et al. Prominence and control: The weighted rich-club effect[J]. *Physical Review Letters*, 2008, 101(16): 168702.
- [51] LI M H, FAN Y, CHEN J W, et al. Weighted networks of scientific communication: the measurement and topological role of weight [J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2005, 350(2): 643-656.
- [52] LI, M H, FAN Y, WANG D H, et al. Small-world effect induced by weight randomization on regular networks[J]. *Physics Letters A*, 2007, 364(6): 488-493.
- [53] RAMASCO J J, GONCALVES B. Transport on weighted networks: When the correlations are independent of the degree[J]. *Physical Review E*, 2007, 76(6): 066106.
- [54] BARRAT A, BARTHÉLEMY M, VESPIGNANI A. *Dynamical processes on complex networks*[M]. England: Cambridge University press, 2008.
- [55] BARRAT A, BARTHÉLEMY M, PASTOR-SATORRAS R, et al. The architecture of complex weighted networks[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2004, 101(11): 3747-3752.
- [56] EASLEY D, KLEINBERG J. *Networks, crowds, and markets*[M]. England: Cambridge University Press, 2010.
- [57] NEWMAN M E J. *Networks: an introduction*[M]. Oxford: Oxford University Press, 2010.
- [58] GROSS T, D'LIMA C D J, BLASIUS B. Epidemic dynamics on an adaptive network[J]. *Physical Review Letters*, 2006, 96(20): 208701.
- [59] BARABÁSI A L. The origin of bursts and heavy tails in human dynamics[J]. *Nature*, 2005, 435(7039): 207-211.
- [60] OLIVEIRA J G, BARABÁSI A L. Human dynamics: Darwin and einstein correspondence patterns[J]. *Nature*, 2005, 437(7063): 1251-1251.
- [61] GOH K I, BARABÁSI A L. Burstiness and memory in complex systems[J]. *Europhysics Letters*, 2008, 81(4): 48002.
- [62] MIRITELLO G, MORO E, LARA R. Dynamical strength of social ties in information spreading[J]. *Physical Review E*, 2011, 83(4): 045102.
- [63] WANG P, ZHOU T, HAN X P, et al. Modeling correlated human dynamics[J/OL]. (2010-11-2). arXiv preprint arXiv: 1007.4440.
- [64] JO H H, KARSAI M, KERTÉSZ J, et al. Circadian pattern and burstiness in mobile phone communication[J]. *New Journal of Physics*, 2012, 14(1): 013055.
- [65] GALLOS L K, RYBSKI D, LILJEROS F, et al. How people interact in evolving online affiliation networks[J]. *Physical Review X*, 2011, 2(3): 031014.
- [66] ROCHA L E C, LILJEROS F, HOLME P. Information dynamics shape the sexual networks of internet-mediated prostitution[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2009, 107(13): 5706-5711.
- [67] ROCHA L E C, LILJEROS F, HOLME P. Simulated epidemics in an empirical spatiotemporal network of 50,185 sexual contacts[J]. *PLoS Computational Biology*, 2011, 7(3): e1001109.
- [68] YANG Z, CUI A X, ZHOU T. Impact of heterogeneous

- human activities on epidemic spreading[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2011, 390(23): 4543-4548.
- [69] VAZQUEZ A, RACZ B, LUKACS A, et al. Impact of non-poissonian activity patterns on spreading processes[J]. *Physical Review Letters*, 2007, 98(15): 158702.
- [70] IRIBARREN J L, MORO E. Impact of human activity patterns on the dynamics of information diffusion[J]. *Physical Review Letters*, 2009, 103(3): 38702.
- [71] MIN B, GOH K I, VAZQUEZ A. Spreading dynamics following bursty human activity patterns[J]. *Physical Review E*, 2011, 83(3): 036102.
- [72] KARSAI M, KIVELÄ M, PAN R K, et al. Small but slow world: how network topology and burstiness slow down spreading[J]. *Physical Review E*, 2011, 83(2): 025102.
- [73] MALMGREN R D, STOUFFER D B, MOTTER A, et al. A poissonian explanation for heavy tails in e-mail communication[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2008, 105(47): 18153-18158.
- [74] MALMGREN R D, STOUFFER D B, CAMPANHARO A S L O, et al. On universality in human correspondence activity[J]. *Science*, 2009, 325(5948): 1696-1700.
- [75] ZHOU T, ZHAO Z D, YANG Z, et al. Relative clock verifies endogenous bursts of human dynamics[J]. *Europhysics Letters*, 2012, 97(1): 18006.
- [76] WANG C, HUBERMAN B A. How random are online social interactions?[J]. *Scientific Reports*, 2012(2): 633.
- [77] YANG Z, ZHANG Z K, ZHOU Tao. Anchoring bias in online voting[J]. *Europhysics Letter*, 2012, 100(6): 68002.
- [78] BAJARDI P, BARRAT A, NATALE F, et al. Dynamical patterns of cattle trade movements[J]. *PloS One*, 2011, 6(5): e19869.
- [79] PAN R K, SARAMAKI J. Path lengths, correlations, and centrality in temporal networks[J]. *Physical Review E*, 2011, 84(1): 016105.
- [80] SNIJDERS T A B, KOSKINEN J, SCHWEINBERGER, M. Maximum likelihood estimation for social network dynamics[J]. *The Annals of Applied Statistics*, 2010, 4(2): 567-588.
- [81] CANDIA J, GONZÁLEZ M C, WANG P. Uncovering individual and collective human dynamics from mobile phone records[J]. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 2008, 41(22): 224015.
- [82] KRETZSCHMAR M, MORRIS M. Measures of concurrency in networks and the spread of infectious disease[J]. *Mathematical Biosciences*, 1996, 133(2): 165-195.

编辑 蒋晓