

柔性矢量形态学梯度算子

雷涛^{1,2}, 樊养余², 王小鹏¹

(1. 兰州交通大学电子与信息工程学院 兰州 730070; 2. 西北工业大学电子信息学院 西安 710072)

【摘要】经典的形态学梯度算子不能直接拓展到彩色图像处理中, 现有的矢量形态学梯度算子对噪声较为敏感且性能较低。为解决该问题, 提出了一种新的柔性矢量形态学梯度算子, 并将其应用到彩色图像边缘检测中。新的形态学梯度算子利用柔性形态学原理有效地降低了噪声对彩色图像边缘的影响, 从而提高了矢量形态学梯度算子的抗干扰能力。实验结果表明, 新的柔性矢量形态学梯度算子在噪声条件下能获得较好的矢量梯度, 对彩色图像的后续分割及目标识别具有重要的作用。

关键词 彩色图像处理; 边缘检测; 柔性形态学算子; 矢量排序

中图分类号 TP391.4

文献标志码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2014.06.020

Soft Vector Morphological Gradient Operators

LEI Tao^{1,2}, FAN Yang-yu², and WANG Xiao-peng¹

(1. School of Electronics and Information Engineering, Lanzhou Jiaotong University Lanzhou 730070;

2. School of Electronics and Information, Northwestern Polytechnical University Xi'an 710072)

Abstract Since classical morphological gradient operator cannot be directly extended to color image processing, the existing vector morphological gradient operator is sensitive to noise and it has low performance. This paper proposes a new soft vector morphological gradient operator and applies it in the edge detection of color images in order to solve the problem. New morphological gradient operator takes the advantage of soft morphology theory, which effectively reduces the influence of noise on the edge, so as to improve the anti-interference ability of the vector morphological gradient operator. Experimental results show that compared with the existing vector morphological gradient operators, the new soft vector morphology gradient operators achieve better gradient vector in the case of noise, and plays an important role in the following steps of color image segmentation and recognition.

Key words color image processing; edge detection; soft morphological operators; vector ordering

计算图像梯度是图像处理的基本步骤, 是进行图像特征提取和分割的先决条件。图像边缘是指其周围像素灰度有阶跃变化和屋顶变化的像素集合, 常见的图像噪声包含高斯噪声和椒盐噪声两类。就单个像素而言, 噪声和边缘具有同样的特征, 而在对噪声图像进行边缘检测时, 常用的方法是根据像素灰度的突变进行边缘检测。然而, 由于边缘和噪声具有同样的灰度突变特征, 因此在检测图像边缘的同时噪声也被检测出来, 而对已检测出的图像边缘再去区分目标边缘和噪声边缘时就成为难题。就形态学边缘检测而言, 常用的抗噪边缘检测方法有基于多结构元素的图像边缘检测、基于改进边缘检测算子的方法等^[1], 这些方法在一定程度上改善了传统方法的缺陷, 能有效地检测出图像边缘^[2-3]。

经典的形态学梯度算子是基于膨胀和腐蚀构建

的, 这种梯度算子对噪声较为敏感。文献[4]最早提出了形态学边缘检测方法, 然而该方法仅限于灰度图像的边缘检测。因为缺少对高维数据排序的明确定义, 所以人们很难将形态学算子扩展到彩色图像中, 也不能得到用于彩色图像处理的矢量形态学梯度算子。文献[5]采用一种按字典排序的方式构建矢量梯度算子并用于彩色图像分割。将向量数据映射为实数值, 然后根据实数值对向量进行排序, 文献[6-7]利用这种方法实现了基于矢量形态学的彩色图像边缘检测。近年来, 随着研究的不断深入, 出现了许多新的矢量数学形态学理论, 具有代表性的是文献[8]定义的两层词典编纂顺序的矢量形态学算子。文献[9]在此基础上增加了色调分量, 定义了三层词典编纂顺序的矢量排序规则, 并成功应用于彩色图像处理。在RGB彩色空间中, 文献[10]提出了基

收稿日期: 2013-09-12; 修回日期: 2014-01-30

基金项目: 国家自然科学基金(61461025, 61202314, 61261029); 中国博士后科学基金(2012M521801); 中国博士后特别资助项目(2014T70937)

作者简介: 雷涛(1972-), 男, 博士, 主要从事图像处理、模式识别等方面的研究。

于欧式距离的矢量形态学算子。文献[11]提出了基于马氏距离的矢量形态学算子, 并将其应用于彩色图像滤波、增强和分析, 取得了较好的效果。文献[12]提出了基于 α 修剪的词典编纂顺序, 并将其应用到矢量形态学算子中, 得到了较好的矢量形态学滤波效果。文献[13-14]给出了基于四元数分解的矢量形态学理论, 新的方法可用于定义常用的矢量形态学算子以及组合的矢量形态学算子。更多其他矢量形态学理论可参见文献[15-17]。

利用现有的矢量形态学理论构建矢量形态学梯度算子, 并将其应用到彩色图像边缘检测中, 常常由于矢量形态学算子的各向异性导致矢量形态学梯度算子抗噪声性能差, 在噪声环境下难以获取较好的矢量梯度。针对该问题文献[18]提出了具有抗噪声性能的形态学梯度方法, 然而该方法所采用的矢量距离不符合形态学算子的极值规则, 仅取所有矢量像素之间的极大距离, 而并不是直接构建矢量形态学梯度算子, 因此该方法严格意义上讲并不是满足矢量形态学梯度算子的定义。本文提出一种柔性矢量形态学梯度算子, 该算子通过拓展经典柔性形态学理论到矢量形态学理论中, 构建了具有强抗噪声能力的矢量柔性形态学梯度算子, 解决了矢量形态学梯度算子的各向异性导致的抗噪声性能差的问题。实验结果表明, 本文提出的矢量柔性形态学梯度算子在噪声环境下能获得较好的矢量梯度, 具有较好的使用价值, 且计算简单。

1 基于向量统计排序的彩色边缘检测

设向量集合为 X^1, X^2, \dots, X^n 的标量距离为:

$$d^i = \sum_{k=1}^n \|X^i - X^k\|_p \quad (1)$$

式中, p 是范数; $X^1 \leq X^2 \leq \dots \leq X^n$, 其中 X^i 是向量中值。依据上述排序, 矢量边缘检测(vector edge detection, VRED)定义为:

$$\text{VRED} = \|X^{(n)} - X^{(1)}\|_p \quad (2)$$

用于计算中值到极值向量的距离。对于单个噪声点, 矢量边缘检测算子能够通过参考 k 阶向量的最大距离来提高它的鲁棒性, 即最小矢量边缘检测(smallest vector edge detection, MVRED)为:

$$\text{MVRED} = \min_j \left\{ \|X^{(n-j+1)} - X^{(1)}\|_p \right\} \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (3)$$

根据灰度图像的形态学梯度:

$$\rho(f) = \delta_b(f) - \varepsilon_b(f) \quad (4)$$

利用结构元素 b 对输入图像 f 的腐蚀 ε 和膨胀 δ 定

义为:

$$[\varepsilon_b(f)](x, y) = \min_{s, t \in b} f\{(x+s, y+t)\} \quad (5)$$

$$[\delta_b(f)](x, y) = \max_{s, t \in b} f\{(x-s, y-t)\} \quad (6)$$

根据灰度形态学梯度 ρ , 可以衍生出彩色形态学梯度算子。

由于:

$$\begin{aligned} \rho(f) &= \delta_b(f) - \varepsilon_b(f) = \\ &= \max_{\forall (x, y), (s, t) \in b} f\{(x-s, y-t)\} - \min_{\forall (x, y), (s, t) \in b} f\{(x+s, y+t)\} = \\ &= \max_{\forall (x, y), (s, t) \in b} |f\{(x, y)\} - f\{(s, t)\}| \end{aligned}$$

利用彩色图像 $f \in \Gamma(R, \Omega^{\text{RGB}})$ 替代灰度图像 f , 可以得到:

$$\rho(f) = \max_{\forall (x, y), (s, t) \in b} |f\{(x, y)\} - f\{(s, t)\}| \quad (7)$$

由此可见, 形态学梯度可以看成是结构元素内任意两个像素点差值的绝对值的最大值; CMG算子定义了彩色形态学梯度, 记 $\{N\} = 1, 2, \dots, N$ 为结构元素 g 的一个 N 维向量, CMG定义为:

$$\text{CMG} = \max_{i, j \in \{N\}} \left\{ \|X^{(i)} - X^{(j)}\|_p \right\} \quad (8)$$

它的输出为集合中距离最远的两个向量之间的距离。与VRED相比, 式(6)避免了式(4)求单个通道的形态学梯度, 因此可以更好地估计彩色图像梯度。式(2)表明单通道形式下, 决定距离最大或最小的是离中值最远的向量, 仅当对称分布时, 该方法可以得到较好的梯度估计。

与VRED相比, 式(8)具有较小的计算开销, 仅需要计算 N 个范数, 然后再进行 N 次比较。然而, 与经典形态学类似, 该方法仍然对噪声十分敏感。MVRED计算向量与中值的距离, 剔除距离最大的点, 由此克服了上述缺点。同样地, CMG可以通过剔除边缘点来增加鲁棒性, 然而除非向量中值已经确定, 否则不能对MVRED使用相同的方法。基于上述方法, 文献[16]提出一种简单有效的形态学梯度方法。首先定义两个距离较远的向量; 然后剔除集合中所有与该距离有关的点; 再重新计算最大值, 剔除向量对, 得到新的最大距离。设 $X_{(\max\{\text{CMG}\}, n)}$ 为剔除的 n 个向量对, 鲁棒的彩色形态学梯度(robust color morphological gradient, RCMG)定义为:

$$\text{RCMG} = \max_{i, j \in \{N\} - (\max\{\text{CMG}\}, n)} \left\{ \|X^{(i)} - X^{(j)}\|_p \right\} \quad (9)$$

2 矢量形态学算子

根据文献[20]提出的矢量排序算法(hybrid distance in HSV color space, HDHSV), 可以得到:

$$p_{1_{\text{HDHSV}}} < p_{2_{\text{HDHSV}}} \Leftrightarrow \sqrt{v_1^2 + s_1^2} + D(h_1, h_0) < \sqrt{v_2^2 + s_2^2} + D(h_2, h_0) \quad (10)$$

式中, $p_1(h_1, s_1, v_1)$ 、 $p_2(h_2, s_2, v_2)$ 为HSV彩色空间下的两个矢量像素, $D(h_i, h_0)$ 表示色调距离, 则有:

$$D(h_i, h_0) = \begin{cases} |h_i - h_0| & |h_i - h_0| < 0.5 \\ 1 - |h_i - h_0| & |h_i - h_0| \geq 0.5 \end{cases} \quad h_i, h_0 \in [0, 1] \quad (11)$$

根据该矢量距离可以定义基本的矢量形态学腐蚀、膨胀算子。定义彩色图像 $f \in \Gamma(R, \Omega^{\text{RGB}})$, b 为结构元素, 则利用结构元素 b 对图像 f 在 $x \in R$ 处的腐蚀可定义为:

$$\varepsilon(f)(x) = \{f(y) : f(y) = \wedge_{\text{HDHSV}} [f(t)], t \in b_x\} \quad (12)$$

式中, \wedge_{HDHSV} 表示对矢量集合求下限, 同理, \vee_{HDHSV} 表示对矢量集合求上限, 由此得到彩色膨胀运算的定义为:

$$\delta(f)(x) = \{f(y) : f(y) = \vee_{\text{HDHSV}} [f(t)], t \in b_x\} \quad (13)$$

在传统的形态学理论中, 腐蚀后的图像变暗, 膨胀后的图像变亮。将形态学理论拓展到彩色图像处理中, 应该满足矢量形态学腐蚀后的彩色图像亮度变小而饱和度增大, 矢量膨胀后的彩色图像亮度变大而饱和度变小。利用式(12)和式(13)对彩色图像进行矢量腐蚀和矢量膨胀处理, 结果如图1所示(结构元素选用 3×3 的方形结构)。

形态学梯度算子是通过输出结构元素中极大、极小像素, 然后组合当前像素和极值像素得到的梯度算子。将形态学梯度算子拓展到彩色图像处理中, 根据式(12)和式(13), 给出3种矢量形态学梯度算子。

1) 矢量形态学标准梯度, 即膨胀和腐蚀的差为

$$\rho_b(f) = \delta(f) - \varepsilon(f) \quad (14)$$

2) 矢量形态学外梯度, 即膨胀和原始图像间的差为:

$$\rho_b^+(f) = \delta(f) - f \quad (15)$$

3) 矢量形态学内梯度, 即原始图像和腐蚀间的差为:

$$\rho_b^-(f) = f - \varepsilon(f) \quad (16)$$

图2所示为3种矢量形态学梯度结果。由图2可以看出, 矢量形态学梯度算子能够较好地得到图像梯度, 而且比传统的Sobel、Prewitt等梯度算子执行简单, 将各个像素视作一个向量进行处理, 而不需要传统的梯度算子进行单通道处理, 破坏图像中各分量原有的关系。然而, 当图像受噪声污染时, 矢量形态学梯度算子效果较差。因此实际处理噪声图像时, 由于柔性形态学算子在抗噪声方面具有突出

的优势, 在实际应用中常常构建性能更佳的柔性形态学算子。



a. 原图像



b. 矢量腐蚀



c. 矢量膨胀

图1 矢量形态学腐蚀、膨胀运算结果



a. 矢量形态学标准梯度



b. 矢量形态学外梯度



c. 矢量形态学内梯度

图2 3种矢量形态学梯度结果

利用柔性形态学梯度算子的定义结合矢量数学形态学算子式(12)和式(13), 给出矢量柔性形态学腐

蚀和膨胀算子的定义如下。定义彩色图像 $f \in \Gamma(R, \Omega^{RGB})$, 利用结构元素 B 对图像 f 在 $x \in R$ 处的矢量柔性形态学腐蚀可定义为:

$$\varepsilon(f)(x)(B, A, r) =$$

The r th smallest value of the multiset \times
 $\{r \diamond f(a) : a \in A_x\} \cup \{f(b) : b \in (B \setminus A_x)\}$ (18)

矢量柔性形态学膨胀的定义:

$$\delta(f)(x)(B, A, r) =$$

The r th largest value of the multiset \times
 $\{r \diamond f(a) : a \in A_x\} \cup \{f(b) : b \in (B \setminus A_x)\}$ (19)

式中, B 为结构元素; A 为结构元素的内核; \diamond 表示重复运算; r 表示重复次数, $r \diamond x = \underbrace{x, \dots, x}_r$ 。根

据式(14)、式(18)和式(19), 给出矢量柔性形态学梯度算子:

$$\rho_b^{\text{soft}} = \delta(f)(B, A, r) - \varepsilon(f)(B, A, r) \quad (20)$$

在实际应用中, 为了得到清晰的细边缘, 结构元素 B 常常选用 3×3 的方形结构, 结构元素的内核 A 为方形结构的中心点, $1 \leq r \leq 6$ 。

由于柔性矢量形态学算子兼顾了噪声抑制和新的矢量形态学算子, 因此对彩色图像梯度计算具有较好的响应, 实验结果显示了对噪声图像的梯度计算。

3 实验结果及分析

为了验证本文提出的矢量形态学梯度算子, 仿真实验选用Kodak公司提供的标准测试图像和加州大学伯克利分校计算机视觉组提供的图像(Benchmark dataset)。为了说明本文方法的优越性, 给出了4种主流的形态学梯度计算方法作为对比方法, 分别为: VSH^[9](HSV彩色空间下的词典编纂顺序)、DRGB^[10](RGB彩色空间下的距离顺序)、QPEPA^[13](基于四元数分解的词典编纂顺序)和HVSD^[20](HSV彩色空间下的混合距离顺序)。利用给出的4种方法和本文方法计算测试图像的梯度, 结果如图3所示(结构元素为 3×3 的方形结构)。图3a为原彩色图像, 图3b为加入2%的椒盐噪声图像, 图3c~图3f为利用4种对比方法得到的矢量梯度图像, 图3g~图3i为本文方法得到的矢量梯度图像。



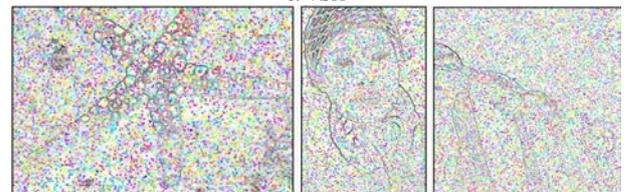
a. 原图像



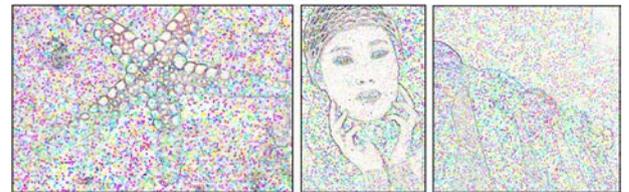
b. 噪声图像(2%椒盐噪声)



c. VSH



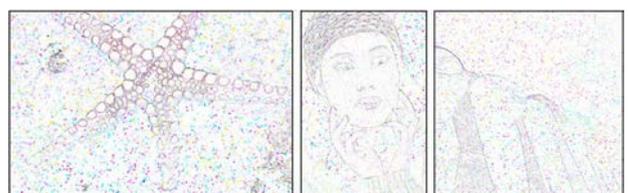
d. DRGB



e. QPEPA



f. HVSD



g. 本文方法(r=2)



h. 本文方法(r=3)



i. 本文方法(r=4)

图3 不同形态学梯度算子得到的矢量梯度图像

从图3可以看出,现有的矢量形态学梯度算子对于噪声较为敏感,对受噪声污染的图像计算矢量梯度,梯度图像中含有大量的噪声梯度,如图3c~图3f所示。从图3g~图3f可以看出,本文提出的柔性矢量形态学梯度算子在有效检测图像梯度的同时抑制了噪声,该算子具有较高的鲁棒性。随着柔性算子等级 r 的增大,该矢量形态学梯度算子的抗噪声能力越强,其矢量梯度结果也越好。

常用的图像质量评价指标有图像的峰值信噪比、均方误差以及归一化色差,设 f 为不含噪声的梯度图像, g 为经过梯度算子处理后的梯度图像,其中,图像尺寸为 $M \times N$ 。由此得到图像的均方误差为:

$$MSE = \frac{1}{3MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \|f(i, j) - g(i, j)\|^2 \quad (21)$$

峰值信噪比为:

$$PSNR = 10 \lg \frac{3MN \times 255^2}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \|f(i, j) - g(i, j)\|^2} \quad (22)$$

归一化色差为:

$$NCD = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \|f_{L^*a^*b^*}(i, j) - g_{L^*a^*b^*}(i, j)\|^2}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \|f_{L^*a^*b^*}(i, j)\|^2} \quad (23)$$

为了计算MSE、PSNR和NCD,图4给出了图3a的矢量梯度图像(梯度算子为Sobel算子,单分量合成法),根据式(21)~式(23),采用不同矢量形态学梯度算子对不同等级椒盐噪声下的3幅彩色图像计算矢量梯度,实验数据如表1~表3所示。



图4 图3a的矢量梯度图像(Sobel算子)

表1 不同矢量形态学梯度算子对不同噪声等级下的矢量梯度计算结果(PSNR)

PSNR	噪声级别							
	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%
VSH	17.380 1	14.509 1	13.047 6	11.683 8	10.970 6	10.218 6	9.733 2	9.334 5
DRGB	16.155 5	13.409 8	11.937 7	10.679 3	9.963 6	9.284 9	8.757 0	8.374 2
QPEPA	19.300 3	16.545 8	15.111 4	13.722 7	12.995 7	12.385 8	11.826 8	11.405 1
HVSD	18.169 5	16.678 6	15.937 6	15.126 6	14.588 7	14.164 4	13.876 6	13.757 2
本文方法($r=2$)	20.545 7	19.481 3	18.722 9	17.574 7	16.884 5	16.169 5	15.649 2	15.218 2
本文方法($r=3$)	20.621 8	20.151 3	19.898 0	19.201 3	18.847 0	18.165 5	17.614 9	17.149 3
本文方法($r=4$)	20.039 0	19.691 2	19.502 2	19.160 4	19.127 6	18.697 3	18.388 0	18.139 0

表2 不同矢量形态学梯度算子对不同噪声等级下的矢量梯度计算结果(MSE)

MSE	噪声级别							
	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%
VSH	1 194.3	2 310.5	3 247.7	4 439.3	5 218.9	6 217.9	6 951.8	7 613.5
DRGB	1 581.9	2 976.6	4 164.2	5 572.6	6 566.7	7 686.9	8 674.0	9 475.8
QPEPA	917.57	1 706.8	2 449.7	3 290.4	3 787.6	4 454.3	5 064.8	5 475.4
HVSD	1 059.7	1 488.9	1 827.6	2 210.8	2 493.2	2 769.9	2 999.3	3 056.7
本文方法($r=2$)	598.71	754.18	912.68	1 188.7	1 404.7	1 674.8	1 933.9	2 123.5
本文方法($r=3$)	613.89	661.97	698.65	803.89	872.38	1 028.1	1 168.4	1 303.6
本文方法($r=4$)	747.49	776.87	795.65	837.36	842.34	916.35	972.98	1 030.1

表3 不同矢量形态学梯度算子对不同噪声等级下的矢量梯度计算结果(NCD)

NCD	噪声级别							
	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%
VSH	0.845 9	1.601 0	2.132 3	2.789 3	3.192 3	3.644 7	3.930 5	4.187 0
DRGB	1.421 2	2.287 9	2.892 2	3.585 3	4.014 5	4.460 7	4.789 8	5.042 9
QPEPA	0.814 1	1.419 3	1.862 8	2.363 5	2.638 4	2.989 0	3.222 7	3.398 3
HVSD	1.130 0	1.523 7	1.754 4	2.039 5	2.240 8	2.425 2	2.539 3	2.626 6
本文方法(r=2)	0.754 2	0.893 2	1.023 6	1.254 4	1.429 4	1.637 4	1.816 0	1.961 4
本文方法(r=3)	0.762 3	0.798 8	0.835 0	0.926 3	0.993 8	1.116 3	1.245 7	1.347 7
本文方法(r=4)	0.843 4	0.866 9	0.879 3	0.910 4	0.929 4	0.977 2	1.040 3	1.080 2

为了方便分析实验数据, 图5给出了表1~表3的实验数据图形显示结果。从图5可以看出, 在不同噪声等级下, 本文提出的柔性矢量形态学算子均能得到最高的PSNR和最低的MSE、NCD。由此表明本文的方法具有较高的鲁棒性和实用性。

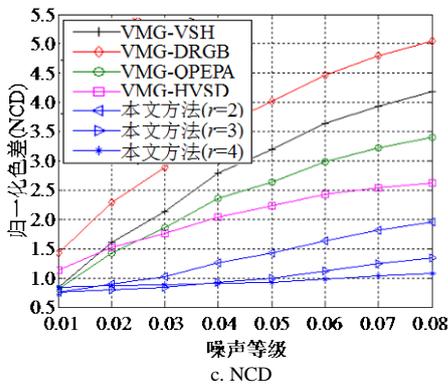
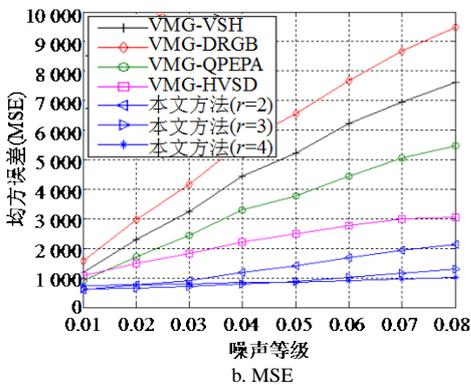
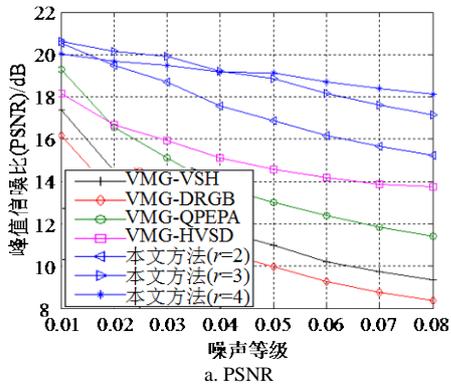


图5 表1~表3的图形化表示

4 结 论

本文通过分析现有的形态学梯度算子, 发现该算子由于各向异性导致梯度算子对噪声较为敏感。虽然柔性形态学梯度算子一定程度上能够克服这一缺陷, 然而该算子难以拓展到彩色图像处理中。本文基于HSV彩色空间中三分量的混合距离定义新的矢量形态学算子, 结合柔性形态学理论, 从而构建了具有强抗噪声性能的柔性矢量形态学梯度算子, 并将其应用于彩色图像的梯度计算, 获得了较理想的效果。从而解决了形态学梯度算子对噪声较敏感、且难以应用到彩色图像处理中的难题。利用新的柔性矢量形态学算子处理后的梯度图像不仅较好地抑制了图像中的噪声梯度, 而且保留了图像的细节梯度, 在一定程度上丰富了矢量数学形态学理论。

参 考 文 献

- [1] LEI T, FAN Y Y. Noise gradient reduction using dual morphological operators[J]. IET Image Processing, 2011, 5(1): 1-17.
- [2] APPIA V, YEZZI A. Active geodesics: region-based active contour segmentation with a global edge-based constraint [C]//IEEE Conference on Computer Vision. Barcelona: IEEE, 2011: 1975-1980.
- [3] GAO C B, ZHOU J L, HU J R, et al. Edge detection of color image based on quaternion fractional differential[J]. IET Image Processing, 2011, 5(3): 261-272.
- [4] LEE J S, HARALICK R M, SHAPIRO L G. Morphologic edge detection[J]. IEEE Trans on Rob and Auto, 1987(3): 142-156.
- [5] D'ORNELLAS M C., A multi-scale gradient approach for color-based morphological segmentation[C]//ICPR. Barcelona: IEEE, 2000: 363-366.
- [6] TRAHANIAS P E, VENETSANOPOLOUS A N. Color edge detection using vector order statistics[J]. IEEE Trans on Image Processing, 1993, 2(2): 259-264.
- [7] TRAHANIAS P E, VENETSANOPOLOUS A N. Vector order statistics operators as color edge detector[C]//IEEE Trans SMC, 1996, 26(1): 135-143.
- [8] VARDVLIA M I, ANDREADIS I, TSALIDES P. Vector

- ordering and morphological operations for color image processing: Fundamentals and applications[J]. Pattern Analysis & Applications, 2002, 5(3): 271-287.
- [9] LOUVERDIS G, VARDAVOULIA M I, ANDREADIS I, et al. A new approach to morphological color image processing[J]. Pattern Recognition, 2002, 35(8): 1733-1741.
- [10] WITTE V D, SCHULTE S, NACHTEGAEL M, et al. Vector morphological operators for color images[C]// Lecture Note in Computer Science, Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2005: 667-675.
- [11] ANGLULO J. Morphological color operators in totally ordered lattices based on distance: application to image filtering, enhancement and analysis[J]. Computer Vision and Image Understanding, 2007, 107(1-2): 56-73.
- [12] APTOULA E, LEFEVRE S. α -trimmed lexicographical extreme for pseudo-morphological image analysis[J]. Journal of Visual Communication and Image Representation, 2008, 19(3): 165-174.
- [13] ANGULO J. Geometric algebra colour image representations and derived total orderings for morphological operators-part I: Colour quaternions[J]. Journal of Vision Communication Image Representation, 2010, 21(1): 33-48.
- [14] ANGULO J. Hypercomplex mathematical morphology[J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2011, 41(1-2): 86-108.
- [15] SANTIAGO V F, ANGULO J. Random projection depth for multivariate mathematical morphology[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2012, 6(7): 753-763.
- [16] SANTIAGO V F, ANGULO J. Supervised ordering in IR^n : application to morphological processing of hyperspectral images[J]. IEEE Trans on Image Processing, 2011, 20(11): 3301-3308.
- [17] SANTIAGO V F, ANGULO J. Morphological processing of hyperspectral images using kriging-based supervised ordering[C]//IEEE International Conference on Image Processing. New York, USE: IEEE, 2010,1409-1412.
- [18] EVANS A N, LIU X U. A morphological gradient approach to color edge detection[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2006, 15(6): 1454-1463.
- [19] ASTOLA J, HAAVISTO P, NEUVO Y. Vector median filters[J]. Proc IEEE, 1990(78): 678-689.
- [20] LEI T, WANG Y, FAN Y Y, et al. Vector morphological operators based on HSV color space[J]. Science China Information Sciences, 2013, 56(1): 1-12.

编辑 税红