

DDS的背景杂散信号分析*

张玉兴** 彭清泉

(电子科技大学电子工程系 成都 610054)

【摘要】 采用信号分析的方法,在对相位累加器进行等效的基础上系统地推导出了幅度量化误差(ROM舍位)对直接数字频率合成器(DDS)频谱分布的影响规律。所得到的理论推导结果与有关文献给出的计算机模拟结果符合较好,进一步完善了DDS的理论体系。

关键词 直接数字频率合成器; 相位累加器; 只读存储器; 幅度量化; 杂散

中图分类号 TN74

近几年来,随着 DDS理论的不完善和集成工艺水平的提高,DDS正向高时钟频率、高分辨率、极短频率捷变时间、低相噪、低杂散、集 DAC于一体并同时具有多种调制功能的方向发展。DDS作为一种全数字器件,杂散多是其固有特性,这一直是限制 DDS应用的主要因素。为获取低杂散的信号输出,除在芯片内采用有效的杂散抑制技术外,设计时还应当尽可能避开杂散多而强的区域。因此,对 DDS的杂散分析就显得尤为必要。以前,对 DDS杂散分析几乎都集中在对“相位舍位”的分析上,而对 DDS的幅度量化误差带来的杂散基本上未做过系统的研究^[1]。我们在推导了相位舍位对 DDS谱分布影响的基础上^[2],又推导出了 DDS的幅度量化误差(ROM舍位)对 DDS输出频谱分布规律的影响。

1 DDS的数学模型

DDS的数学模型如图 1所示。图中 f_H 为频率捷变时钟; f_c 为 DDS的系统时钟; f_0 为 DDS输出信号频率; N 为相位累加器位数; m 为相位累加器的输出比特数; B 为相位累加器实际舍去比特数,满足 $B = N - m$; S 为查询表 ROM 的输出比特数; D 为数模转换器(DAC)的位数。频率控制码 K 在每一个时钟周期与相位累加器累加一次,得到的相位值在每一个时钟周期被送到查询表 ROM 中。查询表 ROM 再将相位信息转变为与它相应的数字化幅度值。该数字化波形经数模转换和低通滤波后得到一个“纯净”的正弦输出信号。输出信号频率由频率控制码 K 和时钟频率 f_c 共同决定,它们之间的关系满足

$$f_0 = \frac{K}{2^N} f_c \quad (1)$$

最小频率分辨率为

$$\Delta f_{\min} = \frac{1}{2^N} f_c \quad (2)$$

由数学模型可以看出,DDS的杂散信号来源于三种途径: N 比特相位累加器只输出高 m 位对 ROM 进行寻址; ROM 存储的幅值编码仅为有限位; DAC 的有限分辨率和非线性特性。DAC 器件由于具有很强的离散性,数学模型很难建立,定量分析几乎不大可能。DDS 的幅度量化误差在输出

1997年 4月 2日收稿

* 国家“九五”重点科研项目
** 男 54岁 大学 副教授

信号的频谱上表现为背景杂散,其幅度远小于由相位舍位和 DAC误差引起的杂散信号幅度,一直没有受到足够的重视,但是,它作为三大杂散来源之一,对其进行系统分析具有极大的理论价值,特别是在没有相位舍位的情况下^[2],其作用就显得尤为重要。

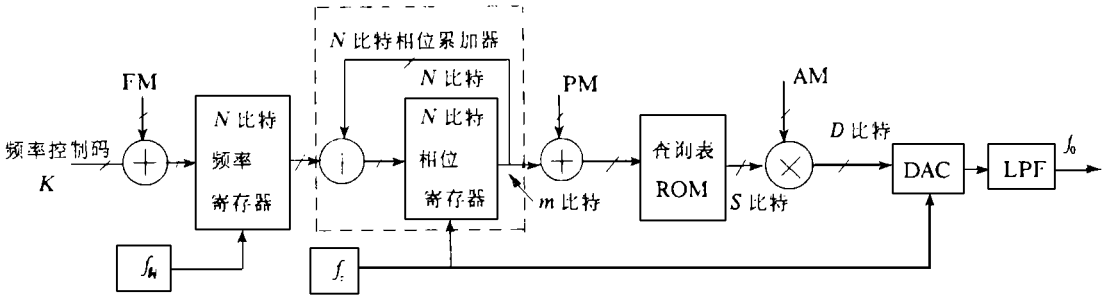


图 1 DDS的数学模型

2 DDS的背景杂散信号分析

首先定义 $a = K / 2^N = X / Y$ 以及 $\lambda = Gcd(K, 2^N) = 2^M$, 于是 $K = \lambda X, 2^N = \lambda Y$. 由此, 可认为该 DDS 实际上只相当于相位累加器的位数为 $N' = N - M$, 输入码字为 X , 相位累加器舍去的位数为 $B' = B - M$ 的 DDS. 在以后的分析中, 假定 $B' > 0$

任何一个幅度值要用无限长的比特流才能精确表示. 而实际上 ROM 查询表的输出码长仅为有限的 S 比特, 这样就存在幅度量化误差. 若假设 ROM 中所存储的值为数字化正弦幅值, 则当不存在相位舍位误差时, 在 $t = mT_c$ 时刻, 幅度量化误差为

$$e(m) = \sin(2^c m \frac{X}{Y}) - \frac{1}{2} \text{in} \left[2 \sin(2^c m \frac{X}{Y}) \right] \quad (3)$$

否则为

$$e(m) = \sin(2^c m \frac{X}{Y}) - \frac{1}{2} \text{in} \left\{ 2 \sin \left[2^c \frac{Y'}{Y} \text{int} \left(\frac{mX}{2^{B'}} \right) \right] \right\} \quad (4)$$

由式 (3)、(4) 可以看出, $e(m) \in [0, 1/2^S]$, 当 Y 很大时, 根据理论分析和计算机模拟, $e(m)$ 在 $[0, 1/2^S]$ 内服从均匀分布, 而且周期为 YT_c . 若用 $P(e)$ 来表示其概率密度函数, 则有

$$P(e) = \begin{cases} 2^S & e(m) \in [0, 1/2^S] \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

由此可得 $e(m)$ 的平均噪声功率

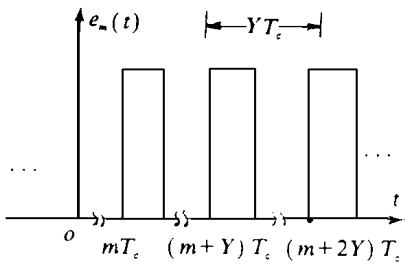
$$N_q = R(0) = \int_0^{2^{-S}} e^2 2^S de = \frac{1}{3} 2^{-2S} \quad (6)$$

$e(m)$ 在整个时域内可表示为

$$e(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} e(m) P_{T_c} \left[t - \left(m + \frac{1}{2} \right) T_c \right] \quad (7)$$

其中 $P_{T_c} [t - (m + 1/2) T_c]$ 为一窗函数. 由于 $e(t)$ 是一个周期为 YT_c 的周期信号, 所以 $e(t)$ 可看作由 Y 个相互独立的周期为 YT_c 的脉冲信号构成. 第 m 个周期为 YT_c 的脉冲信号 $e_m(t)$ 如图 2 所示.

对 $e_m(t)$ 作周期为 YT_c (令 $k_x = \frac{1}{Y} k_c$) 的傅氏级数变换, 可知由幅度量化误差引起的杂散信号在 $n k_x$ 处



由能量公式

$$E_m(nk_x) = \frac{1}{YT_c} \int_0^{YT_c} e(m) P_{T_c} [t - (m + \frac{1}{2}) T_c] \exp(-jn k_x t) dt \quad (8)$$

$$E_m(nk_x) = \frac{1}{Y} e(m) \exp(jn k_x T_c) S_a(\frac{nk_x T_c}{2}) \exp(j\frac{nk_x T_c}{2}) \quad (9)$$

图 2 第 m 个周期为 YT_c 的脉冲信号 $e_m(t)$

$$W = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |F(nk_x)|^2 \quad (10)$$

可知,第 m 个幅度量化误差分量引起的杂散信号在 nk_x 处的能量为

$$|E_m(nk_x)|^2 = \frac{1}{Y^2} |e(m)|^2 S_a^2(\frac{nk_x T_c}{2}) \quad (11)$$

于是,幅度量化误差信号 $e(t)$ 引起的频率为 nk_x 的杂散的总能量可写为

$$|E(nk_x)|^2 = \frac{1}{Y^2} S_a^2(\frac{nk_x T_c}{2}) \sum_{m=0}^{Y-1} |e(m)|^2 \quad (12)$$

由式 (6) 可知

$$\sum_{m=0}^{Y-1} |e(m)|^2 = YN_q = \frac{Y}{3} 2^{2S} \quad (13)$$

所以

$$|E(nk_x)|^2 = \frac{1}{3Y} 2^{2S} S_a^2(\frac{nk_x T_c}{2}) \quad (14)$$

又知输出信号的主谱幅度为^[2]

$$X(k_0) = c S_a(c \frac{f_0}{f_c}) \exp(j \frac{f_0}{f_c} c) \quad (15)$$

则 DDS 输出的主谱能量为

$$|X(k_0)|^2 = c^2 S_a^2(c \frac{X}{Y}) \quad (16)$$

由此,可得幅度量化引起的杂散在频率为 nf_x 处的信噪比为

$$\frac{S}{N} = \frac{|X(k_0)|^2}{|E(nk_x)|^2} = 2^{2S} 3c^2 Y S_a^2(c \frac{X}{Y}) \left[S_a^2(\frac{c}{Y}) \right] \quad (17)$$

用 dB 表示

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{dB} = 14.71 + 6.02 S + 10 \lg Y + 20 \lg [S_a(c \frac{X}{Y})] - 20 \lg [S_a(c \frac{1}{Y})] \quad (18)$$

当 $n \rightarrow X$ 时,由于 $Xf_x = X \frac{1}{Y} f_c = f_0$,所以此时杂散信号接近主谱,由式 (18) 可得主谱附近的信噪比为

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{dB} \approx 14.71 + 6.02 S + 10 \lg Y \quad (19)$$

设 DAC 的输入总线位数为 D ,实际的 DDS 一般都满足 $\gg D$,故实际的 DDS 幅度量化杂散在频率为 nf_x 处的信噪比公式应改写为

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{dB} = 14.71 + 6.02 D + 10 \lg Y + 20 \lg [S_a(c \frac{X}{Y})] - 20 \lg [S_a(c \frac{1}{Y})] \quad (20)$$

相应地,式 (19) 应改写为

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{dB} \approx 14.71 + 6.02 D + 10 \lg Y \quad (21)$$

3 结束语

本文采用严格的信号分析方法,得到了当 Y 很大时幅度量化杂散信号的分布规律。由此,可得到如下结论:

1) 幅度量化误差将会引起频率为 $nf_x (= \frac{n}{Y}f_c)$ 的杂散信号;

2) 只存在幅度量化误差时, DDS 输出的信噪比为

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{\text{dB}} = 14.71 + 6.02D + 10 \lg Y + 20 \lg [S_a(c \frac{X}{Y})] - 20 \lg [S_r(c \frac{n}{Y})]$$

3) 只存在幅度量化误差时,主谱附近信噪比为

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{\text{dB}} = 14.71 + 6.02D + 10 \lg Y$$

4) 由幅度量化误差引起的杂散,其信杂比

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{\text{dB}} > 14.71 + 6.02D - 10 \lg Y + 20 \lg [S_a(c \frac{X}{Y})]$$

参 考 文 献

- 1 Kroupa V F. Spectral properties of DDS: computer simulations and experimental verifications. IEEE International Frequency Control Symposium, 1994: 613- 623
- 2 张玉兴,彭清泉. 相位舍位对 DDS 谱分布的影响. 电子科技大学学报, 1997, 26(2): 137- 142
- 3 Nicholas H T, Samuelli H. An analysis of the output spectrum of direct digital frequency synthesizers in the presence of phase-accumulator truncation. Proc 41st Annual Freq Control Symp, 1987: 495- 562
- 4 Jenq Y C. Digital spectral of nonuniformly sampled signals-digital look-up tunable sinusoidal oscillators. IEEE Trans, 1988, IM-37: 358- 362

Analysis on Background Spurious of DDS

Zhang Yuxin Peng Qingquan

(Dept. of Electronic Eng., UEST OF China Chengdu 610054)

Abstract Based on the signal analysis methods and the equivalent to the phase accumulator, the distribution rules of direct digital synthesizer (DDS) with amplitude quantization (ROM truncation) are deduced. The results are agreed with the computer simulation given by the Ref [1], and the DDS theory is completed.

Key words direct digital synthesizer; phase accumulator; read-only memory; amplitude quantization; spurious

编辑 叶红