

与菲涅耳数有关的高斯光束的轴上相对光强分布*

刘 华** 胡 渝 刘盛纲

(电子科技大学应用物理所 成都 610054)

【摘要】 在考虑像差的情况下,得到了与菲涅耳数聚焦激光光学系统的衍射积分公式,并推出了轴上相对光强分布的普遍近似公式,在此基础上得到了初级球差系统的轴上相对光强分布公式,并不考虑像差因素和截取效应时,对得到的公式进行了简化,所得结果与以前的结论吻合得较好。

关键词 高斯光束; 激光光学系统; 菲涅耳数; 轴上相对光强

中图分类号 O436.1

随着激光技术的迅速发展,激光通信也得到了许多国家的高度重视,并从地面系统逐渐向太空发展。相应地,对系统的关键元器件和单元技术也提出了更高的要求,尤其是光学天线,卫星间激光通信要求达到微弧度的量级。用传统的像差理论来设计如此高精度的激光系统肯定会带有某些局限性。另外,光学存储、光信息处理等精细激光系统的设计也要求对激光光束进行进一步的像差分析,以指导高精度激光系统的设计。近年来,有许多的文献对无像差的均匀和高斯光束系统进行了研究^[1-9]。当理想高斯光束通过一个聚焦透镜后,它的波前常常会有畸变,该光束的传输和聚焦特性就将与理想光束的特性有所区别。一些文献在高斯光束的传输和聚焦方面作了一些工作^[10,11]。然而,许多文献都只适用于菲涅耳数 N 较大的情况。

研究发现,当高斯光束通过一个菲涅耳数较小的聚焦系统后,其光腰位置不在系统的几何焦点处,而是位于靠近光学系统的某个地方,并随着光束的菲涅耳数 N 的减小,焦移会增大。然而很少有文献在对有像差的高斯光束进行研究时考虑菲涅耳数的影响。在文献[13]中虽然提到了像差,但并未得到球差系统的轴上光强分布,而光学系统的轴上光强分布是光学系统设计者最关心的因素。

1 优化神经网络

图1为高斯球面波束通过一个有像差的光学系统时的几何参数和符号规定的示意图。假定高斯光束与光学系统共轴,且其光束的半径比出射光瞳的口径小得多,亦即不考虑光束的截取效应。

设 Q 点为高斯参考球面上任意一点, Q_0 为经过 Q 点的光线与通过出瞳中心 O 点的实际波阵面的交点, QQ_0 便是系统的波像差,一般用 Φ 来表示。根据 Rayleigh-Sommerfeld 衍射积分公式,只要观察点 P 距离光学系统的出射光瞳的距离不是太远,则 P 点的光场分布可以表示为

$$U(P) = \frac{C}{i\lambda z} \iint \exp\left(-\frac{\rho^2}{w^2}\right) \exp\left[ik\left(\Phi - \frac{\rho^2}{2R}\right)\right] \frac{\exp(iks)}{s} \cos\alpha \, dS \quad (1)$$

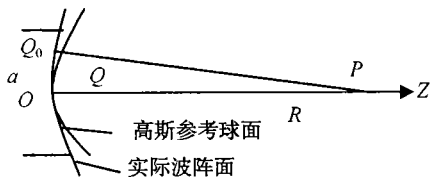


图1 会聚球面波的参数和符号规定示意图

式中 C 为常数; λ 为光波长, $k = 2\pi/\lambda$ 是波数; w 为光束的半径; ρ 为 Q 点的径向坐标; R 为高斯参考球的半径; s 为 Q 点与 P 点的距离; $\cos\alpha$ 是方向因子,积分区域 S 是遍及高斯参考球近似充满出射光瞳的那部分。

在近轴近似情况下进行计算,可以得到 P 点的光场分布为

1998年6月24日收稿,1998年7月8日修改定稿

* 电子部预研基金资助项目

** 男 27岁 博士

$$U(P) = \frac{C}{i\lambda z} \exp(ikz) \int_0^{2\pi} \int_0^a \exp\left(\frac{-\rho^2}{w^2}\right) \exp\left[ik\left(\Phi + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{R}\right)\rho^2\right)\right] d\rho d\theta \quad (2)$$

2 轴上相对光强公式

根据式 (2)，可以得到光学系统轴上点的相光强为

$$i(z) = \left(\frac{R}{2}\right)^2 \left| \int_0^{2\pi} \int_0^a \exp\left(\frac{-\rho^2}{w^2}\right) \exp(ik\Phi') d\rho d\theta \right|^2 \left| \int_0^{2\pi} \int_0^a \exp\left(\frac{-\rho^2}{w^2}\right) d\rho d\theta \right|^{-2} \quad (3)$$

式中 $(R/z)^2$ 可以从光强与光束传输距离的平方反比关系得到解释，两个绝对值平方因子实际上就是通常所谓的用来评价光束质量的 Strehl 比 (SD)。另外， Φ' 为新定义的像差函数

$$\Phi' = \Phi + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{z} - \frac{1}{R}\right)\rho^2 \quad (4)$$

实际上， $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{z} - \frac{1}{R}\right)\rho^2$ 这一项可以看作是由于观察点位置 z 的变化而引起的光程差。

当系统像差很小时，可以得到著名的用于计算 Strehl 比的 Marechal 公式

$$SD \approx 1 - k^2 [\overline{\Phi'^2} - (\overline{\Phi'})^2] \quad (5)$$

式中 $\overline{\Phi'^n}$ 表示 Φ' 的 n 次幂的平均值，定义为

$$\overline{\Phi'^n} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^a \exp\left(\frac{-\rho^2}{w^2}\right) (\Phi')^n \rho d\rho d\theta}{\int_0^{2\pi} \int_0^a \exp\left(\frac{-\rho^2}{w^2}\right) \rho d\rho d\theta} \quad (6)$$

如果系统像差足够小，使得 $k^2 [\overline{\Phi'^2} - (\overline{\Phi'})^2]$ 比 1 小，可以得到当高斯光束通过一个有像差的光学系统后，距离其出射光瞳 z 的轴上观察点的相对光强为

$$i(z) = (R/z)^2 \frac{1}{1 + k^2 [\overline{\Phi'^2} - (\overline{\Phi'})^2]} \quad (7)$$

3 球差系统的轴上点相对光强分布

初级球差函数可以表示为

$$\Phi = S_1(\rho^4/w^4) \quad (8)$$

这里考虑的是非截取式高斯光束，所以初级球差系数 S_1 是相对于高斯光束的 e^2 光腰半径而言的。这样，光束的能量就主要集中在系统出瞳的中心，边上的光强几乎可以忽略不计。实际上，在激光大气通信系统中，发射端机所对应的正是这种情况。

经过计算，可以得到无截取效应（即光束半径 w 比系统的出瞳半径小得多）的高斯光束通过一个像差光学系统后的轴上相对光强为

$$i(z) = R^2 [(1 + \pi^2 N^2 - 16\pi^2 NS + 80\pi^2 S^2)z^2 + (16\pi^2 RNS - 2\pi^2 RN^2)z + \pi^2 R^2]^{-1} \quad (9)$$

式中 $S = S_1/\lambda$ 可以看作是新定义的初级球差系数。菲涅耳数 N 的定义如下^[12]

$$N = w^2/\lambda z \quad (10)$$

式中 a 是系统出射光瞳的半径； λ 为光波长； z 为光学系统的出瞳中心到观察点的距离。

经过极小值计算，可以得到衍射焦点的位置 z_M 和相应的峰值光强为

$$z_M = R \frac{\pi^2 N^2 - 8\pi^2 NS}{1 + \pi^2 N^2 - 16\pi^2 NS + 80\pi^2 S^2} \quad (11)$$

$$i_{M.} = \frac{1 + \pi^2 N^2 - 16\pi^2 NS + 80\pi^2 S^2}{\pi^2 N^2 (1 + 16\pi^2 S^2)} \quad (12)$$

令 $S=0$ ，则式 (11)、(12) 可简化为无像差，非截取式高斯光束的衍射焦点位置和相对光强公式为^[4,13]

$$z_M = R \frac{\pi^2 N^2}{1 + \pi^2 N^2} \quad (13)$$

$$i_M = \frac{1 + \pi^2 N^2}{\pi^2 N^2} \quad (14)$$

4 结 论

从上面的推导可以看出,如果令像差系数为零,则本文所得到的在考虑初级球差的情况下,非截取式的高斯光束的轴上相对光强式(11)和衍射焦点的位置式(12),可以简化成以前所熟知的无像差形式。这证明了我们所得到的与非涅耳数有关的高斯光束的光强衍射公式式(7)在理论上是自洽的。

感谢冯志超教授和吕伯达教授对本文工作的支持。

参 考 文 献

- 1 Stamnes J J, Spjelkavik B. Focusing at small angular apertures in the Debye and Kirchhoff assumptions. *Opt Comm*, 1981, 40(2): 81~85
- 2 Wolf E, Li Y. Conditions for the validity of the Debye integral representation of focused fields. *Opt Comm*, 1981, 39(4): 205~210
- 3 Li Y, Wolf E. Focal shifts in diffracted converging spherical waves. *Opt Comm*, 1981, 39(4): 211~215
- 4 Givens M Parker. Focal shifts in diffracted converging spherical waves. *Opt Comm*, 1982, 41(3): 145~148
- 5 Li Y. Focal shift formula for focused, apertured Gaussian beams. *J of Modern Opt*, 1992, 39(8): 1 761~1 764
- 6 Li Y, Platzer H. An experimental investigation of diffraction patterns in low-Fresnel-number focusing systems. *Opt Acta*, 1983, 30(11): 1 621~1643
- 7 focal shift on Fresnel number and f number. *J Opt Soc Am*, 1982, 72(6): 770~774
- 8 Li Y, Wolf E. Three-dimensional intensity distribution near the focus in systems of different Fresnel numbers. *J Opt Soc Am A*, 1984, 1(8): 801~808
- 9 Gusinow M A, Riley M E, Palmer M A. Focusing in a large f-number optical system. *Opt Quan Elcc*, 1997, 9: 465~471
- 10 Herloski R. Strehl ratio for untruncated aberrated Gaussian beams. *J Opt Soc of Am*, 1985, 2(7): 1 027~1 030
- 11 anaka K, Saga N, Hauchi K. Focusing of a Gaussian beam through a finite aperture lens. *Appl Opt*, 1985, 24(8): 1 098~1 101
- 12 Carter W H. Focal shift and concept of effective Fresnel number for a Gaussian laser beam. *Appl Opt*, 1982, 21(11): 1 989~1 994
- 13 Mahajan V N. Uniform versus Gaussian beams: a comparison of the efforts of diffraction, obscuration, and aberrations. *J Opt Soc Am A*, 1986, 3(4): 470~485

On-axis Relative Density for Fresnel Number Related to Aberrant Laser Beam

Liu Hua Hu Yu Liu Shenggang

(Inst. of Applied Physics, UEST of China Chengdu 610054)

Abstract The diffraction integral of small Fresnel number focusing laser system is obtained in the presence of aberration. The general approximate formula for the on-axis relative density distribution is also derived, as well as the on-axis relative density distribution formula for a spherical aberration laser system. In the conditions of aberration-free and non-truncation, the formulae can be simplified which fit well with the results obtained by former researchers.

Key words Gaussian beam; laser system; Fresnel number; on-axis relative density