

· 学术论文与技术报告 ·

基于波导模式正交的新吸收边界条件^{*}

喻志远^{**} 林为干^{***}

(电子科技大学应用物理所 成都 610054)

【摘要】 提出了一种可同时吸收波导内行波和雕落波型的新型吸收边界条件。与常规的吸收边界条件相结合,在这种新的吸收边界条件下,可将边界紧置于不连续区附近而保持计算精度,使计算时间和对计算机内存的要求都大大下降。数值计算的例子表明用新的边界条件计算出的结果与用常用吸收边界条件计算出的结果吻合得很好。

关键词 时域差分法 模式正交; 雕落模; 吸收边界条件
中图分类号 TN015

在用时域差分(FDTD)法分析波导系统不连续问题中,为去除雕落模式的影响,保证计算的稳定性和一定精度,计算区域不能选得太小,这样就需耗费大量计算时间和计算机内存。雕落模式的存在主要是由于频带过宽的激励源和不连续问题本身所引入的。用一带通激励源可以除去由激励而引入的雕落模,但是由不连续所激起的雕落模是不可避免的。常规的吸收边界条件只能吸收行波,所以为了得到精确的计算结果,须将边界设置得离不连续区充分远,使从边界反射回来的雕落模到达不连续区时已可勿略不计了。为了满足这种效果常要求较大的计算区域,导致较长的计算时间和大的计算机内存,降低了计算效率。

为了提高计算效率,人们作出了大量的工作来克服这个问题,文献[2]中给出了可以同时吸收行波和雕落模式用于微带计算的边界条件。文献[3]中给出了将波分解为一组正交模式分别用不同的公式模拟其在波导中的运行。文献[4]给出了可同时吸收行波和雕落波的完善匹配层(PMC)方法。然而应用PML方法总需要额外的计算空间开销。本文给出了一种新的基于正交模式技术和时域场卷积的吸收边界条件,与常规吸收边界条件相比,它可以高效精确地计算波导不连续问题。

1 雕落模吸收和新吸收边界条件方案

设 $E_{ei}(x, y, z, t)$ 是波导中 z -平面上时域雕落模横向电场分布(z 为传播方向) 则

$$E_{ei}(x, y, z, t) = \sum_i^l V_{ei}(z, t) e_{eti}(x, y) \quad (1)$$

式中 $e_{eti}(x, y)$ 是第 i 个雕落模的横向电场分布函数; $V_{ei}(z, t)$ 为其的幅度

$$V_{ei}(z, t) = \iint_s E_{eti}(x, y, z, t) e_{ai}(x, y) dx dy / \iint_s e_{eti}^2(x, y) dx dy \quad (2)$$

s 是波导的横截面。在频域有

$$V_{ei}(z + \Delta z, \omega) = A_i(\omega) e^{-\alpha_i(\omega)z} \quad (3)$$

式中 $\alpha_i(\omega)$ 是与频率相关的衰减常数; $A_i(\omega)$ 是与频率有关的电压幅度。 则有

$$V_{ei}(z + \Delta z, \omega) = V_{ei}(z, \omega) e^{-\alpha_i(\omega)\Delta z} \quad (4)$$

式中 Δz 是网格在传播方向 z 方向上的尺寸。返回到时域由式(4)的卷积可以得到

1999年5月18日收稿

*国家自然科学基金资助项目,基金号:69771027

**男 53岁 博士 教授

***男 哲学博士 中科院院士 教授

$$V_{ei}(z + \Delta z, t) = \int_0^t V_{ei}(z, t - \tau) \alpha_i(\Delta z, \tau) d\tau \quad (5)$$

式中 $\alpha_i(\Delta z, t)$ 是频域函数 $e^{-\alpha_i(\omega)\Delta z}$ 的反变换。

将时间分为宽度为 Δt 的 n 等份, Δt 充分的小使得 $V_{ei}(z, t)$ 在 Δt 间隔内变化得非常缓慢, 这样式(5)就可以用卷积求和公式来近似

$$V_{ei}^n(z + \Delta z) = \sum_{j=1}^n V_{ei}^{n-j+1}(z) \alpha_i^j(\Delta z) \quad (6)$$

其中

$$\alpha_i^j(\Delta z) = \int_{j\Delta t}^{(j+1)\Delta t} \alpha_i(\Delta z, \tau) d\tau \quad (7)$$

取 Δt 为 FDTD 方法中的时间步长上标 n 表示 $n\Delta t$ 时间瞬间。虽然在某些情况下 $\alpha_i(\omega)$ 可以用解析式子来表达, 但是通常求 $e^{-\alpha_i(\omega)\Delta z}$ 的反变换是一件困难的工作, 并且在 FDTD 计算中的每一时间步都进行积分计算式(7)也是一项沉重的任务。因此为了有效地计算式(6), 必须另想办法。为此将式(6)表示为

$$V_{ei}^n(z + \Delta z) = V_{ei}^1(z) \alpha_i^n(\Delta z) + \sum_{j=1}^{n-1} V_{ei}^{n-j}(z) \alpha_i^j(\Delta z) \quad (8)$$

将式(8)右边的第二项与式(6)相比较, 式(8)可以表示为

$$V_{ei}^n(z + \Delta z) = V_{ei}^1(z) \alpha_i^n(\Delta z) + V_{ei}^{n-1}(z + \Delta z) \quad (9)$$

式中 $V_{ei}^1(z)$ 和 $V_{ei}^{n-1}(z)$ 在 FDTD 计算中的第 $n\Delta t$ 时刻是已知的, 而 $\alpha_i^n(\Delta z)$ 可以近似地由下式给出

$$\alpha_i^n(\Delta z) = \frac{V_{ei}^n(Z_{in}) - V_{ei}^{n-1}(Z_{in})}{V_{ei}^1(Z_{in} - \Delta z)} \quad (10)$$

式中 Z_{in} 是计算区域内的 z 向坐标。当边界上的雕落模的幅度 $V_{ei}^n(z)$ 计算出来后, 雕落模在边界上的切向场 $E_{xei}^n(x, y) E_{yei}^n(x, y)$, 可由式(1)给出。

假定我们研究的波导为矩形波导, 则其中的主模式为 H_{10} 模, 新的吸收边界条件为

$$E_y^n(x, y) = E_{y10}^n(x, y) + E_{yei}^n(x, y) \quad (11)$$

$$E_x^n(x, y) = E_{xei}^n(x, y) \quad (12)$$

由于 $\alpha_i^n(\Delta z)$ 的计算是由计算区域内部的场得出的近似值, 其在每一时间步形成的计算积累误差将导致计算失败。由于雕落模的幅度在传播方向上是衰减的, 故可以在式(11)、(12)中的雕落场分量前乘一固定的小于 1 的因子 α

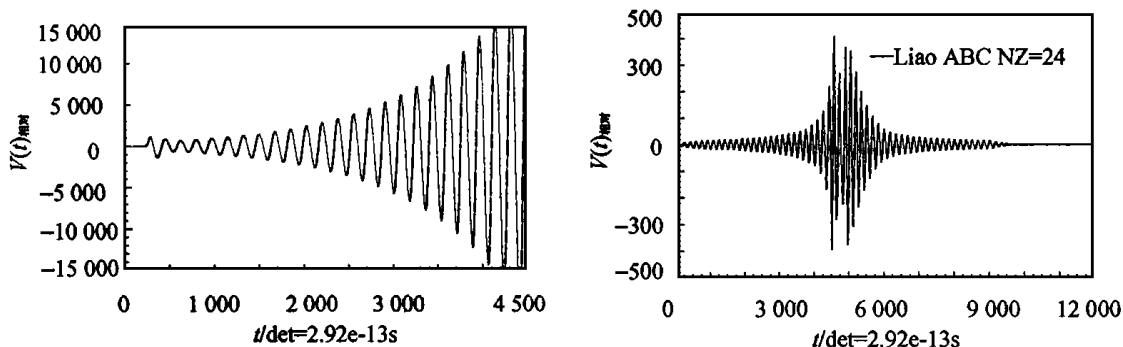
$$E_y^n(x, y) = E_{y10}^n(x, y) + \alpha E_{yei}^n(x, y) \quad (13)$$

$$E_x^n(x, y) = \alpha E_{xei}^n(x, y) \quad (14)$$

α 的值与所涉及的雕落模和计算中的时间步长相关。一般情况下可取 $0.995 \sim 0.998$ 。这里 $E_{y10}^n(x, y)$ 波导主模式 H_{10} 的 E_y 分量。它的幅度由常规吸收边界条件得到, 然后由类似式(1)的方法重建主模的切向分量。式(13)、(14)即为新的吸收边界条件。很明显它可以同时吸收行波和雕落波, 使精确高效进行波导数值仿真成为可能。计算实例表明, 在新的吸收边界条件下可以较在常规吸收边界条件下的计算区域小得多的区域内得到同样精度的结果。

3 数字实例

为了证明新给出的吸收边界条件的有效性, 我们同时用常规和新的吸收边界条件计算了带有对称电感膜片的 8 毫米波导的 S_{11} 和 S_{21} 参数 (WR28: $a \times b = 7.112 \text{ mm} \times 3.556 \text{ mm}$)。对常规吸收边界条件用的是三阶 Liao-ABC^[5]。在此例中波导的离散分别为 $33\Delta_x \times 12\Delta_y \times 12\Delta_z$ (新 ABC) 和 $33\Delta_x \times 12\Delta_y \times 24\Delta_z$ (常规 ABC), $\Delta_z = 0.35 \text{ mm}$, 膜片的宽度为 $3\Delta_x$, 位于波导宽边的中心计算的时间步长为 $\Delta t = 0.025 \Delta_z / c$, 其中 c 是光速。被此电感膜片激励起来的高次雕落模为 H_{no} 模, 并且因为膜片的中心对称‘ n ’ 仅取 (3, 5, 7, ...) 等奇整数。计算中由于主模的 E_y 幅度与 H_{70} 模的相应分量之比大于 10^6 。因此在式 (1) 中 n 取 3, 5, 7 已可得到可接受的结果。



(a) 当计算区域为 $33\Delta_x \times 12\Delta_y \times 14\Delta_z$ 时 H_{10} 模的 E_y 幅度的时间记录, 此时计算是发散的节
 (b) 当计算区域增加为 $33\Delta_x \times 12\Delta_y \times 24\Delta_z$ 时 H_{10} 模的 E_y 幅度。此时计算是收敛的。

图 1 在常规 Liao-ABC 下的曲线

图 1a 和图 1b 给出了在常规吸收边界条件下计算中主模幅度的时间记录。它们在 z -方向上的尺寸分别为 $14\Delta_z$ 和 $24\Delta_z$ 。图 1a 表明由于计算区域太小雕落模式与主模式之间产生了能量耦合而造成计算的发散, 故计算结果是不可接受的。图 1b 表明当计算区域由 $33\Delta_x \times 12\Delta_y \times 14\Delta_x$ 增加到 $33\Delta_x \times 12\Delta_y \times 24\Delta_x$ 。计算是收敛的。这表明在在常规吸收边界条件下需要足够大的计算空间来免除雕落模对计算的影响。图 2 表明在新的吸收边界条件下, 计算区域仍为 $33\Delta_x \times 12\Delta_y \times 14\Delta_x$ 时结果是收敛的。这就证明了在新的吸收边界条件下即使在较小的计算区域内计算仍是可行的而计算量下降了 70%。图 3 给出了两种收敛计算情况下得出的 S 参数的对比。采用新吸收边界时 Z 向的长度为 $14\Delta_z$, 采用常规 Liao-ABC 时 Z 向的长度为 $24\Delta_z$ 。在上述的计算中 S -参数的提取是采用文献[6]所给出的方法, α 取值为 0.998; 其激励源为文献[1]所设计的带通激励源。

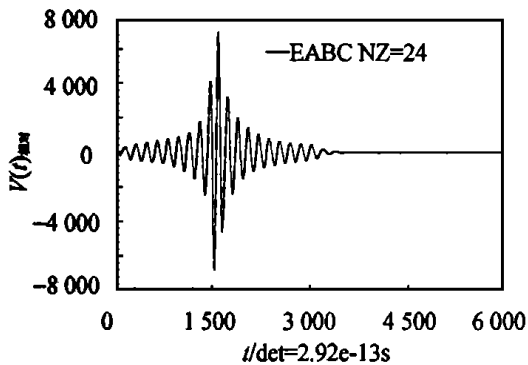


图 2 在新的吸收边界条件下当计算区域为 $33\Delta_x \times 12\Delta_y \times 14\Delta_z$ 时 H_{10} 模的 E_y 幅度的时间记录。此时计算是收敛的。

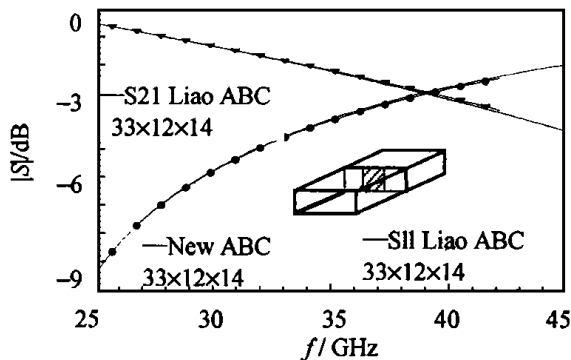


图 3 在新的和常规吸收边界条件下, z 方向计算区域尺寸分别为 $14\Delta_z$ 和 $24\Delta_z$ 波导膜片的 S -参数的绝对值对比。

4 结 论

本文给出了一种基于波导模式正交展开和时间卷积技术的新的吸收边界条件,它可以同时吸收波导中的行波和雕落波,因此可以将边界置于离波导中不连续很近的地方,从而大大减小了计算工作量和对计算机内存的需求。这种新的吸收边界条件与所涉及的波导种类无关而且容易操作故可广泛用于波导系统的数值模拟计算中。

参 考 文 献

- 1 Zhiyuan Yu. A bandpass source technique for the FDTD analyses of waveguide discontinuity. *Microwave and optical technology Letter*, 1998, 17, (2): 132~133
- 2 Vaughn Betz, Raj Mittra. A boundary condition to absorb both propagating and evanescent waves in a finite-difference time-domain simulation. *IEEE, Microwave and Guided wave Letters*, 1993, 3 (6): 182~184
- 4 Mrozowski M, Niedzwiecki M, Suchomski P. Improved wideband highly dispersive absorbing boundary condition. *Electronic Letters*, 1996, 32(12): 1109~1110
- 5 Berenge, Jean-Pierre. An effective PML for the absorbing of evanescent wave in waveguide. *IEEE Microwave and guided wave Letters*, 1998, (5): 188~190
- 6 Liao Z P, Wong H L, Yang B P, *et al.* A transmitting boundary for transient wave analysis. *Science Sinica A*, 1984, 27(10): 1063~1076
- 7 Zhiyuan Yu. A new method of *s*-parameter extraction from the FDTD in analyses of microstrip circuit discontinuities. *Microwave and Optical Technology Letters*, 1997, 16(3): 162~163

A New Absorbing Boundary Conditions Based on Orthogonalities of Waveguide Modes

Yu Zhiyuan Lin Weigan

(Inst. of Appl. Phys., UEST of China Chengdu 610054)

Abstract An absorbing boundary condition(ABC) for both traveling and evanescent waves within waveguides is presented. By combination a convention ABC, it is proved that the ABC can be placed near a discontinuity without losing the precision of the calculations, which results in reductions of CPU time and the computer memory. Numerical examples show that there is a good agreement between the data computed under the new ABC and the ones under the convention ABC.

Key words finite difference time domain; orthogonal modes; evanescent modes; absorbing boundary condition