

广告媒介下两种产品竞争与扩散模型的进一步研究*

唐小我** 艾兴政

(电子科技大学管理学院 成都 610054)

【摘要】 基于巴斯模型在非垄断情形下遇到的产品扩散问题, 提出了在广告媒介下两种产品竞争与扩散模型, 并对扩散过程作了进一步的研究, 为预测和模拟动态市场结构演变提供了充分的理论依据。

关键词 竞争; 扩散; 产品; 巴斯模型

中图分类号 F019.2; O221.2

产品创新扩散被定义为以一定方式随时间在社会系统中的各个成员间进行传播的过程, 它由创新、传播渠道、时间、社会系统组成。目前研究的焦点集中于大众传播媒体和人际传播渠道。当获取创新信息时, 社会成员对大众传播媒体和人际渠道的选择偏好不同, 人际传播对社会系统中扩散的速度和形态具有重要影响。创新扩散的巴斯模型可用来预测零售服务业中新产品及新技术的扩散, 已在美国的柯达、KCA 等公司中得到广泛应用^[1]。

巴斯曾根据一些消费者的合理化建议资料验证他的模型, 但在验证中却违反了他所提出的垄断假设, 本文针对少数控制市场的生产者展开竞争, 提出广告媒介下两种产品竞争与扩散模型, 并进行了经济分析, 对认识市场结构的演变和采取相应的对策具有重要意义。

1 模型

文献[2]对巴斯模型在非垄断情形下遇到的问题进行了分析, 本文在此基础上, 对扩散过程进行讨论。

对甲、乙两种相互替代的产品, 在同一社会系统中生存时, 其模型为

$$\begin{cases} N_1(t) = r_1(N_1 + a_1) \left[1 - \frac{N_1}{K_1} - \sigma_1 \frac{N_2}{K_2} \right] \\ N_2(t) = r_2(N_2 + a_2) \left[1 - \frac{N_2}{K_2} - \sigma_2 \frac{N_1}{K_1} \right] \end{cases} \quad (1)$$

式中 N_i 为第 i 种产品的数量; r_i 为固有扩散速度; K_i 为产品的最大市场容量; σ_i 为竞争能力系数。文献[2]对 $\sigma_1 < 1, \sigma_2 < 1$; $\sigma_1 > 1, \sigma_2 < 1$ 的情况进行了分析, 本文进一步对 $\sigma_1 > 1, \sigma_2 > 1$ 与 $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ 的情况进行分析。

2 结果

定理1 设 $\sigma_1 > 1, \sigma_2 > 1$, 则:

1) 系统在第一象限的平衡点 $P_4 \left[\frac{K_1(1-\sigma_1)}{1-\sigma_1\sigma_2}, \frac{K_2(1-\sigma_2)}{1-\sigma_1\sigma_2} \right]$ 为鞍点。

2) 不同的初始状态将导致三种不同的结局: (1) 当 $N_2(t_0) > N'_2(a_1, a_2)$ 时, 则市场结构演变分为两个阶段: 存在唯一的 $t' > t_0$, 使 $N_1(t') = 0$; 当 $t' < t \rightarrow +\infty$ 时, $N_1(t) = 0, N_2(t) \rightarrow K_2$; (2) 当 $N_2(t_0) = N'_2(a_1, a_2)$ 时, 则 $(N_1, N_2) \rightarrow P_4 \left[\frac{K_1(1-\sigma_1)}{1-\sigma_1\sigma_2}, \frac{K_2(1-\sigma_2)}{1-\sigma_1\sigma_2} \right]$; (3) 当 $N_2(t_0) < N'_2(a_1, a_2)$ 时,

1999年8月10日收稿

* 国家杰出青年科学基金资助项目, 基金号: 79725002

** 男 44岁 博士 教授 博士生导师

则市场结构演变过程分为两个阶段: 存在唯一的 $t' > t_0$, 使 $N_2(t') = 0$; 当 $t' < t \rightarrow +\infty$ 时, $N_2(t) = 0$, $N_1(t) \rightarrow K_1$.

证明 1) 系统的平衡点方程为

$$\begin{cases} f(N_1, N_2) = r_1(N_1 + a_1) \left[1 - \frac{N_1}{K_1} - \sigma_1 \frac{N_2}{K_2} \right] = 0 \\ g(N_1, N_2) = r_2(N_2 + a_2) \left[1 - \frac{N_2}{K_2} - \sigma_2 \frac{N_1}{K_1} \right] = 0 \end{cases}$$

得到第一象限的平衡点 $P_4 \left[\frac{K_1(1-\sigma_1)}{1-\sigma_1\sigma_2}, \frac{K_2(1-\sigma_2)}{1-\sigma_1\sigma_2} \right]$, 记 $P_4(N_1^0, N_2^0)$, 为讨论其特性, 记

$$A \equiv \begin{bmatrix} f_{N_1}, f_{N_2} \\ g_{N_1}, g_{N_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r_1(N_1^0 + a_1)}{K_1}, -\frac{r_1\sigma_1(N_1^0 + a_1)}{K_2} \\ -\frac{r_2\sigma_2(N_2^0 + a_2)}{K_1}, -\frac{r_2(N_2^0 + a_2)}{K_2} \end{bmatrix}$$

$$P \equiv -(f_{N_1} + g_{N_2}) = \frac{r_1 a_1}{K_1} + \frac{r_2 a_2}{K_2} + \frac{r_1(1-\sigma_1) + r_2(1-\sigma_2)}{1-\sigma_1\sigma_2}$$

$$q \equiv \det A = (1-\sigma_1\sigma_2) \frac{r_1 r_2}{K_1 K_2} (N_1^0 + a_1)(N_2^0 + a_2) < 0$$

由判别准则知, 系统(1)对应的线性系统平衡点 P_4 为鞍点。由于非线性项为二次项, 对上述平衡点的线性结构与非线性系统是微分同胚的, 故拓扑结构一致。

2) 为研究第一象限轨线结构 $f(N_1, N_2) = 0$ 与 $g(N_1, N_2) = 0$, 将第一象限划分为以下四个区域:

$$S_1: \dot{N}_1 > 0, \dot{N}_2 > 0$$

$$S_2: \dot{N}_1 > 0, \dot{N}_2 < 0$$

$$S_3: \dot{N}_1 < 0, \dot{N}_2 > 0$$

$$S_4: \dot{N}_1 < 0, \dot{N}_2 < 0$$

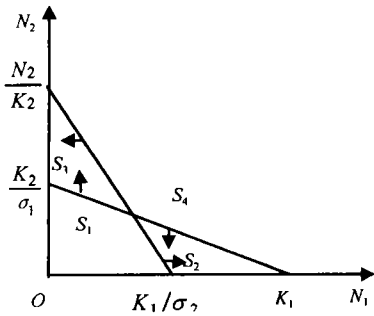


图1 向量场

在 $1 - \frac{N_1}{K_1} - \sigma_1 \frac{N_2}{K_2} = 0$ 上, $\dot{N}_1 = 0$, $\dot{N}_2 = r_2 N_2 \left[1 - \sigma_2 + (\sigma_1 \sigma_2 - 1) \frac{N_2}{K_2} \right]$, 当 $N_2 = \frac{K_2(1-\sigma_2)}{1-\sigma_1\sigma_2}$ 时, $\dot{N}_2 = 0$; 当 $N_2 > \frac{K_2(1-\sigma_2)}{1-\sigma_1\sigma_2}$ 时, $\dot{N}_2 > 0$, 即 S_2 上边界方向向量向下; 当 $N_2 < \frac{K_2(1-\sigma_2)}{1-\sigma_1\sigma_2}$ 时, $\dot{N}_2 < 0$, 即 S_3 的下边界方向向量向上。

在 $1 - \sigma_2 \frac{N_1}{K_1} - \frac{N_2}{K_2} = 0$ 上, $\dot{N}_2 = 0$, $\dot{N}_1 = r_1 N_1 \left[1 - \sigma_1 + (\sigma_1 \sigma_2 - 1) \frac{N_1}{K_1} \right]$, 当 $N_1 = \frac{K_1(1-\sigma_1)}{1-\sigma_1\sigma_2}$ 时, $\dot{N}_1 = 0$; 当 $N_1 > \frac{K_1(1-\sigma_1)}{1-\sigma_1\sigma_2}$ 时, $\dot{N}_1 > 0$, 即 S_2 上边界方向向量向下; 当 $N_1 < \frac{K_1(1-\sigma_1)}{1-\sigma_1\sigma_2}$ 时, $\dot{N}_1 < 0$, 即 S_3 的上边界方向向量向左, 如图1所示。

轨线从 S_1 出发, $\dot{N}_1 > 0$, $\dot{N}_2 > 0$, 离开 S_1 后进入 S_2 或 S_3 或直接进入 P_4 平衡点, 由于 P_4 为鞍点, 故仅有唯一的一条轨线从 S_1 进入 P_4 点, 记这条特殊轨线在 N_2' 轴上初始值为 $\dot{N}_2(a_1, a_2)$, 而且这一点可通过数值参数模拟得到。

若轨线从 S_4 出发, $\dot{N}_1 < 0$, $\dot{N}_2 < 0$, 故必然进入 S_2 或 S_3 或直接进入 P_4 。

若轨线从 S_3 出发, $\dot{N}_1 < 0$, $\dot{N}_2 > 0$, 且区域内无平衡点, 故必沿 N_1 轴穿出。即对每一初值,

存在唯一相应的 $t' > t_0$ ，使 $N_2(t') = 0$ ，这意味着将乙产品淘汰掉，而甲处于垄断地位，并按单产品巴斯模型扩散并趋于饱和和极限水平，即有 $N_2(t) = 0, N_1(t) \rightarrow K_1, t' < t \rightarrow +\infty$ 。

若轨线从 S_2 出发， $\dot{N} > 0, \dot{N} < 0$ ，且区域内无平衡点，故必沿 N_2 轴穿出，即对每一初值，存在唯一相应的 $t' > t_0$ ，使 $N_1(t') = 0$ ，这意味着将甲产品淘汰掉，而乙处于垄断地位，并按单产品巴斯模型扩散并趋于饱和和极限水平，即有 $N_1(t) = 0, N_2(t) \rightarrow K_2, t' < t \rightarrow +\infty$ 。

综上所述，我们可直观地画出两种产品竞争与扩散的动态市场结构如图 2 所示。对图形的经济结构分析如下：对于两种相互替代的新产品，由于在各自的生存范围内都具有相对竞争优势，故不可能在相互生存的环境中共存，唯一共存的是它们各自范围的边界区域，这样就导致三种不同的竞争结果。

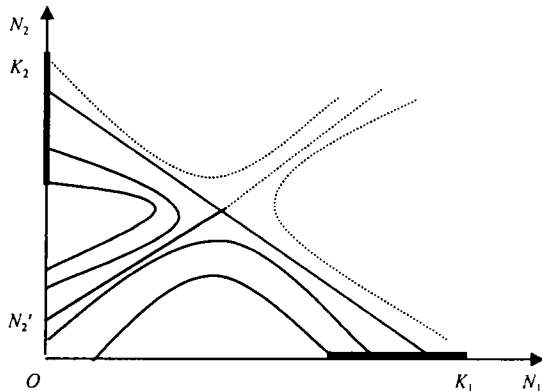


图2 $\sigma_1 > 1, \sigma_2 > 1$ 竞争扩散过程

两种产品在广告投入 a_1, a_2 的相对强度决定了早期市场优势的分界点 $N_2'(a_1, a_2)$ ，在 N_2 轴上，若早期乙产品市场份额大于临界水平 N_2' ，其竞争优势得以确立并将甲产品逐渐淘汰，这在时刻 t 即可完成，随后独自垄断市场并按单产品巴斯模型趋势于饱和和极限水平 K_2 。

当初始市场份额等于 N_2' 时，即处于两产品独自生存的边界区域上，两种产品竞争优势不明显，导致了甲、乙产品共存的局面，即趋于平衡点 $P_4(N_1^0, N_2^0)$ 。

当早期乙产品市场份额低于临界水平 N_2' 时，则甲产品较强的广告优势就能在初期市场中表现出来，并确立自己的竞争优势和生存地位，并最终将乙产品在 t 时刻淘汰，随后独自垄断市场并趋于饱和和极限水平 K_1 ，作为广告投入的两种极端情形如图 3 所示。

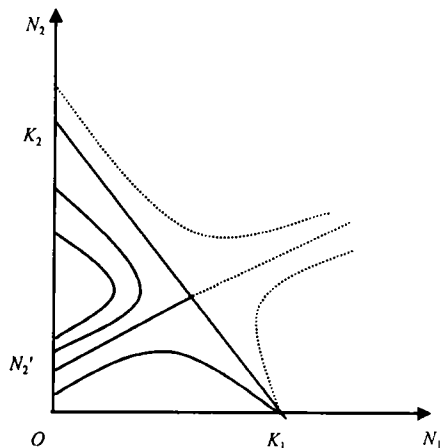


图3 $a_1 > 0, a_2 = 0$ 竞争扩散过程

例 两种替代的新产品甲、乙，生产厂家是远距离的，当考虑到附加距离成本时，甲产品在距甲较近的范围内价格低于同质的乙产品价格，具有较强的竞争优势，同样乙产品在距乙地较近的区域价格低于甲产品的价格，乙表现出竞争优势。而在距甲、乙两地同等距离的市场上，价格几乎一致，形成共存的混和市场。另一优势来自本地产品服务与维修方面的优势，这都可能导致不同的市场上产品扩散迥然不同。另外，国际间的产品扩散，由于贸易壁垒或关税，导致相同产品在甲乙两国及第三国市场上的扩散差异，都足以说明上述产品竞争与扩散结构的有效性。

定理 2 设 $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ ，竞争与扩散的最终平衡点位于直线 $\frac{N_1}{K_1} + \frac{N_2}{K_2} = 1$ 上。

证明 当 $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ 时，系统(1)为

$$\begin{cases} \frac{dN_1}{dt} = r_1(N_1 + a_1) \left[1 - \frac{N_1}{K_1} - \frac{N_2}{K_2} \right] \\ \frac{dN_2}{dt} = r_2(N_2 + a_2) \left[1 - \frac{N_1}{K_1} - \frac{N_2}{K_2} \right] \end{cases}$$

在相平面上, $1 - \frac{N_1}{K_1} - \frac{N_2}{K_2} = 0$ 是奇异解, 并且 $\frac{dN_2}{dN_1} = \frac{r_2(N_1 + a_2)}{r_1(N_1 + a_1)}$, 故 $N_2 + a_2 = C(N_1 + a_1) \frac{r_2}{r_1}$, 又

因在第一象限的 $1 - \frac{N_1}{K_1} - \frac{N_2}{K_2} > 0$ 区域, $\dot{N}_1 > 0$, $\dot{N}_2 > 0$; 而在区域 $1 - \frac{N_1}{K_1} - \frac{N_2}{K_2} < 0$ 内, $\dot{N}_1 < 0$,

$\dot{N}_2 < 0$, 于是系统平衡点停留在上 $\frac{N_1}{K_1} + \frac{N_2}{K_2} = 1$ 上, 如图 4 所示。即在同一环境中, 对两种无差异

的产品甲、乙初始状态决定其最终平衡点规模的大小, 同时又取决于早期广告投入 a_1 与 a_2 的相对强度, 由于没有竞争相对优势, 扩散依靠当初使用者的人际传播和大众消费的从众心理, 而广告正好诱导了这种消费倾向, 谁早期广告投入强度大, 谁就将最终占据市场优势, 从而形成不同的平衡格局。

广告投入的两种极端情形如图 5 所示。即在同一环境中, 两种产品没有相对竞争优势, 这时的均衡取决于产品的初始状况和广告投入 a_1 与 a_2 的强弱。图 5 表明: 甲产品做广告而乙不做广告时, 即使乙产品先期占领市场, 甲通过广告也可以获得成长的市场份额而与乙共存。另外, 当甲产品先期占领市场而乙又不做广告时, 乙根本就不可能获得生存机会。可见, 广告对新产品的市场进入是非常重要的决定性因素。

本文的研究为事先预测和模拟市场结构提供了理论依据, 解决了巴斯本人遇到的非垄断情形的问题, 具有重要的理论和实践意义。

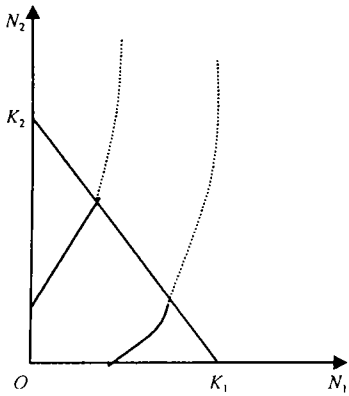


图 4 $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ 竞争与扩散过程

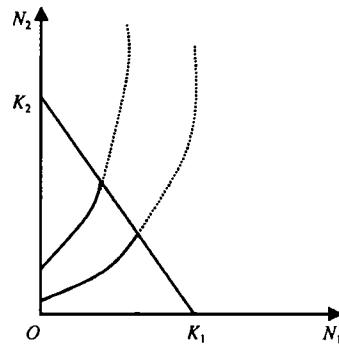


图 5 $a_1 > 0, a_2 = 0$ 竞争与扩散过程

参 考 文 献

- 1 斯通 P. 技术变革的经济分析. 北京技术经济和管理研究会技术经济学小组译. 北京: 机械工业出版社, 1989
- 2 艾兴政, 唐小我. 两种产品竞争与扩散模型研究. 电子科技大学学报, 1998, (27): 440~445

Further Study of Competition and Diffusion Models About Two Products

Tang Xiaowo Ai Xingzheng

(Management College, UEST of China Chengdu 610054)

Abstract On the question about non-monopoly of Bass models, this paper presents the competition and diffusion model about two products in advertisement, and analyzes the diffusion procedure further. It also gives a theoretical proof for forecasting and imitating of the dynamic market structure.

Key words competition; diffusion; product; market; structure