第29卷 第3期
2000年6月

电子科技大学学报
Journal of UEST of China

Vol.29 No.3
Jun. 2000

一种选取相空间重构最优延迟时间的算法*

胡 晓** 陈拥军 曾 敏 尧德中

(电子科技大学自动化系 成都 610054)

【摘要】 利用时间序列的可预测性随预测步长变化的规律，提出了一种选取最优延迟时间的新方法；用已知的混沌系统Lorenz、Rossler等产生的时间序列进行仿真计算，与重建扩展法相比，取得了较好的结果，证明了该方法的有效性。

关 键 词 动力学分析； 相关维数； 预测； 新方法

中图分类号 R312

脑功能的分析研究是一个前沿领域，其内容包括空域成像分析和时域的非线性动力学分析两个方面[1,2]。从一维时间序列重构相空间是对脑电等时间序列进行动力学分析的一个必要步骤。动力学分析中需计算的参量如相关维数(D_2)、李氏指数等，其计算结果的可靠性依赖于重构相空间的质量。延迟时间法是最常用的一种相空间重构方法，重构相空间的质量决定于嵌入维数m与延迟时间τ的选取。嵌入维数m由待求的动力学系统的相关维数D_2来决定，在满足Takens不等式$m\geqslant 2D_2+1$的前提下，重构相空间即为待求的动力学系统的等价空间。在D_2的确切值不可知的情况下，m可以由D_2的经验值得到，或者通过考察一定范围内m的变化来确定一个充分大的m，此外还有其他确定m的最优值的方法。

本文研究了在m确定的情况下对τ的选取。现有的方法可归结为两类：基于重构相空间中动力学系统轨道的几何特性的方法和基于时间序列某种特征时间的方法[3,4]。通过分析时间序列的可预测性，得到一个该序列的特征时间，将其作为最优的延迟时间。数值试验表明，该方法取得了与重建扩展法相当的效果。

1 方 法

1.1 时间延迟法相空间重构和相关维数的计算

假设任一分量的演化都是由与之相互作用的其他分量所决定的，则这些相关分量的信息隐含在这一分量的发展过程中。可以通过时间延迟来选取时间序列中相隔一定时间的数据点，以这些点作为其他未知分量，得到重构相空间中一个点，对整个时间序列作延迟处理后即得到重构相空间中的若干点，连接这些点就形成了重构相空间中的一条随时间演变的轨道。

设延迟时间为τ，则从时间序列重构出m维相空间中的N_p个向量$\boldsymbol{X}_I$，$\boldsymbol{X}_1=\{v_1,v_{1+\tau},\cdots,v_{1+(m-1)\tau}\}$，$\cdots$，$\boldsymbol{X}_i=\{v_i,v_{i+\tau},\cdots,v_{i+(m+1)\tau}\}$，$\boldsymbol{X}_{N_p}=\{v_{N_p},v_{N_p+\tau},\cdots,v_N\}$，其中：$N_p=N-(m-1)\tau$；$m$与$\tau$是决定重构相空间质量的两个重要参数。

通过相空间重构，从时间序列V中构造出一条在嵌入空间中随时间运动的轨道$X\{X_1,X_2,\cdots,X_{N_p}\}$，其中$X_i$是$m$维嵌入空间中的一个点。

用GP算法计算时间序列V的D_2，首先计算相关积分$C(r,m)$为

$$C(r,m)=\frac{2}{(N_p-w)(N_p-w-1)}\sum_{j=w}^{N_p}\sum_{i=1}^{N_p-j}Hr-\left(r-\left\|\boldsymbol{X}_i-\boldsymbol{X}_{i+j}\right\|\right) \tag{1}$$

1999年9月23日收稿
* 国家自然科学基金资助项目，基金号 3998009, 39770215；霍英东青年教师基金及骨干教师计划项目
** 男 26岁 硕士

式中　H是Heaviside函数。$C(r,\ m)$的物理意义是重构相空间中两两距离小于或等于r的向量对出现的概率，表征了动力学系统的轨迹在空间中的关联程度。式(1)求和符号前的系数中w的作用是消除时间上相邻两向量之间因其时间相关性而引入的空间相关性[5]。w的物理意义在于：统计相空间中两点距离时，排除时间间隔小于w的点对。这与延迟时间τ的意义类似，最优的τ使空间点各坐标分量对时间的相关性最小。因而在计算D_2时，令$w=\tau$。$\|\ \|$是求两向量之间的距离，通常采用欧拉距离。GP证明了如下关系

$$D_2=\lim_{r\to 0}\lim_{m\to\infty}\mathrm{d}[\ln(C(r,m))]/\mathrm{d}[\ln(r)]=\lim_{r\to 0}\lim_{m\to\infty}D(r,m) \tag{2}$$

式中　d是一阶微分算子。实际上式(2)的两个极限均不可求。因为当r取值较小时，相关积分反映的主要是噪声和测量误差的影响；而m取得过大时，对数据量以及计算量的要求都是难以满足的。因而可行的方法是画一条$\mathrm{d}[\ln C(r,m)]$ vs. $\mathrm{d}[\ln(r)]$曲线，即相关维数曲线，如果该曲线中存在一平台区，则在平台区中，$D(r,m)$的均值即为在该嵌入维数m下的D_2，表1中列出的D_2及其变化范围即是通过此法求得的。

1.2　多步预测及最优延迟时间

重构相空间时，选择最优延迟时间的出发点是使得重构相空间中轨道上的点各坐标分量之间的冗余性为最小。这种冗余性是由于时间序列的可预测性造成的，因而，可用使得序列可预测性最差时的预测步长来作为重构相空间时选取延迟时间的依据，确保重构空间中点的坐标分量之间的冗余性为最小。为此，定义如下的多步预测模型来反映时间序列可预测性随预测步长变化：设时间序列为V，对该时间序列的一步预测函数$\hat{v}_t=f_p(\boldsymbol{Z}_{t-1})$，其中$\boldsymbol{Z}_{t-1}=\{v_{t-p},v_{t-p+1},v_{t-p+2},\cdots,v_{t-1}\}$是一步预测函数的输入矢量，则$\hat{v}_t$是一步预测函数的输出值，$p$是一步预测函数的阶数。若仅知道$v_{t-1}$之前的数据，则$n$步预测可以定义为

$$\hat{v}_{t-1+n}=\begin{cases} f_p(v_{t-p+(n-1)},\cdots,v_{t-1},\hat{v}_t,\hat{v}_{t+1},\cdots,\hat{v}_{t+n-2}) & 1<n\leqslant p\\ f_p(\hat{v}_{t-1+n-p+1},\hat{v}_{t-1+n-p+2},\hat{v}_{t-1+n-p+3},\cdots,\hat{v}_{t+n-2}) & n>p\end{cases}$$

通常情况下f_p是由时间序列本身求得的数据模型。本文主要通过考察时间序列可预测性随预测步长减小而呈现的规律来决定最优的延迟时间，因而选用了较简单的线性AR模型。利用预测方法决定最优延迟时间的算法如下：

1) 取$v_1,v_2,v_3,\cdots,v_N$的前r%的数据点作为建模的数据源，求得f_p。

2) 利用剩余数据(假设有$N+p$点)的1~p点作为f_p的输入作一次n步预测，可以得到原剩余数据中的第p+1点到第$n+p$点的估计值。其中第p+1点为第1步预测的结果，第$n+p$点是n步预测的结果。

3) 向后滑动1点后重复步骤2)的过程，即用剩余的数据(假设有$N+p$点)的第2点到第p+1点输入f_p作一次n步预测。

4) 重复2)、3)步中的过程，直到滑动$N-n$步，可以得到$N-n$组从1~n各步预测的结果。

5) 计算1~n各步的相对预测误差

$$e(i)=\frac{\sum_{j=1}^{N-n}(r_i(j)-\hat{r}_i(j))^2}{\sum_{j=1}^{N-n}r_i(j)^2}\qquad i=1,2,\cdots,n \tag{3}$$

式中　$r_i(j)$和$\hat{r}_i(j)$分别表示第j组第i步的真实值和预测值。

6) 计算$e(i)$关于i的局域斜率$d_{if}(i)$

$$d_{if}(i)=e(i)-e(i-1)\qquad i=2,3,\cdots,n \tag{4}$$

$d_{if}(i)$反映了e随步长增加的快慢，因此时间序列最不可预测的时刻是在d_{if}最大时，而不是e取最大值时。$d_{if}(i)$的极大值点所对应的i_{opt}即是所求的最优延迟点。

2 数值实验

为了验证算法的有效性，对于几种非线性动力学系统产生的时间序列计算D_2，用该算法与重建扩展法的处理结果进行了比较。实验所用的非线性动力学系统如表1所示，采用4阶龙格-库塔求解微分方程组，生成变量x的时间序列。以下用τ_{pre}和D_{2pre}分别表示用时间序列可预测性求得的最优延迟时间和据此计算出的相关维数，τ_{avs}和D_{2avs}表示用重建扩展法得到的结果。表1的结果表明，D_{2pre}与D_{2avs}相比，相对较好地重建了D_2的参考值，从而证明了新方法的有效性。

表1 数值实验所采用的非线性系统及其实验条件

名称	方程	参数值	步长	D_2参考值[2]	M	τ_{pre}及D_{2pre}	τ_{avs}及D_{2avs}
Lorenz	$\mathrm{d}x/\mathrm{d}t=\sigma(y-x)$ $\mathrm{d}y/\mathrm{d}t=xy-bz$ $\mathrm{d}z/\mathrm{d}t=x(R-z)-y$	σ=10.0 R=28.0 b=2.7	0.01	1.9 ± 0.2	7	17 1.85 ± 0.20	7 1.75 ± 0.20
Rossler	$\mathrm{d}x/\mathrm{d}t=-(y-x)$ $\mathrm{d}y/\mathrm{d}t=x+ay$ $\mathrm{d}z/\mathrm{d}t=b+z(x-c)$	a=0.2 b=0.4 c=5.7	0.10	1.8 ± 0.2	7	9 1.88 ± 0.20	5 1.82 ± 0.06
Mackey Glass	$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{ax(t-s)}{1+[x(t-s)]^c}-bx(t)$	a=0.2 b=0.1 c=10.0 s=17.0	0.25	2.0 ± 0.2	7	40 1.92 ± 0.20	15 1.71 ± 0.25
Mackey Glass	$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{ax(t-s)}{1+[x(t-s)]^c}-bx(t)$	a=0.2 b=0.1 c=10.0 s=23.0	0.25	2.4 ± 0.2	7	43 2.29 ± 0.10	20 2.25 ± 0.26

3 讨 论

本文数值实验表明：运用时间序列的可预测性求得的特征时间是一个有效的反映时间序列中存在的相关性的参量，可用来定义重构相空间时的最优延迟时间。对于D_2的计算，本文提出的方法与重建扩展法相比也取得了较好的结果。

参 考 文 献

1 尧德中，齐 军. 大脑皮层成像的一种新算法. 电子科技大学学报, 1995, 24(2): 178~181

2 胡 晓, 尧德中. 不同精神状态下EEG序列复杂性研究. 电子科技大学学报, 1999, 28(3):278~282

3 Rosenstein M T, Collins J J, De Luca Carlo J. Reconstruction expansion as a geometry-based framework for choosing proper delay times. Physica D, 1994,73:82~98

4 Albano A M, Passamante A, Farrell Mary Eileen. Using higher-order correlations to define an embedding window. Physica D, 1991,54:85~97

5 Theiler James. Spurious dimension form correlation algorithms applied to limited time-series data. Physical Review A, 1986, 34(3): 2 427~2 432

A New Method to Choose Optimal Delay Time for Phase Space Reconstruction

Hu Xiao　Chen Yongjun　Zeng Min　Yao Dezhong

(Dept. of Automation, UEST of China　Chengdu　610054)

Abstract　A new method to determine the optimal delay time for the maximum independence of coordinate of phase space is proposed on the basis of predictability of time series. The numerical results show its effectiveness to compute the correlation dimension through phase space reconstruction.

Key words　dynamical analysis;　correlation dimension;　prediction;　new methods

---

·科研成果介绍·

YAG投影管正样研制

主研人员：成建波　林祖伦　李军建　祁康成　黄国高　陈泽祥　陈文彬　王　军等

YAG投影管是一种新型的电真空显示器件，它以YAG发光屏取代了传统显示器件所用的玻璃衬底荧光屏。YAG投影管正样的研制，涉及的学科技术面宽、难度大、突破了7.6 cmYAG投影管的设计与制造中的多项关键技术；突破了玻壳的制造技术；研制了新型阳极帽材料、电极引线、低熔点焊料；研制出实用化的大束流高分辨率电子枪；解决了屏面发花问题；突破了阳极高压绝缘的工业化生产技术；突破了YAG发光屏微型自循环冷却技术；解决了原理样管中较严重的打火问题；研制出了适于小批量YAG投影管生产的关键设备。

所研制的YAG投影管正样，在工作电压为29 kV、束流为0.8 mA的条件下，绿色管的聚焦光栅亮度大于100 000 cd/m^2，红色管的聚焦光栅亮度大于4 500 cd/m^2；在束流为0.5 mA的条件下，绿色管的分辨率大于1 300电视线，红色管的分辨率大于1 300电视线，蓝色管的分辨率大于1 100电视线；正样管亮度比原样管提高了一倍以上，光通量提高了5倍。在正常工作条件下寿命大于5 000 h。

GM-II型液晶盒间隙厚度测量仪

主研人员：叶玉堂　刘永智　吴金谦　刘　旭　张利勋　张晓军　庞　涛　毛清明

GM-Ⅱ型液晶盒间隙厚度测量仪是GM-Ⅱ型测量仪的产品化成果，该测量仪解决了信号自动识别、图象处理与特殊光学设计和定标等关键技术，具有测量精度高、测量光斑直径小、自动测量面积大、测量时间短、使用功能强、可靠性好、价格低等特点。它可根据用户需要广泛用于液晶显示器科研与生产中进行自动或半自动，实时、快速、单点或任意多点测量空盒或灌注TN、STN等液晶盒。同时也可用于其他类似微小光学间隙或薄膜测量。

该仪器采用已获得的两项国家专利技术，解决了彩色干涉等级级次的自动识别、激光光楔定标等关键技术。仪器具有测量精度高(≤±0.05 μm)，测量光斑直径小(<1 mm，可由用户定)，自动测量面积大(280 mm×200 mm)等特点。

·科　卞·