第29卷 第6期 电子科技大学学报 Vol.29 No.6
2000年12月 Journal of UEST of China Dec. 2000

相干分布式目标一维波达方向搜索迭代估计方法*

万 群** 杨万麟

(电子科技大学电子工程学院 成都 610054)

【摘要】 在信号源角分布函数具体的数学形式未知的情况下，基于角分布函数共轭对称性约束条件，提出了一种相干分布式目标一维波达方向搜索迭代估计方法，该方法不用多维参数搜索，并适用于角信号分布函数形式不同的分布式目标同时存在的情况。

关 键 词 相干分布式目标；角分布函数；一维波达方向估计；迭代方法

中图分类号 TN971.2

在阵列成像、声源定位、海下回波探测、对流层、电离层无线电传播、低仰角雷达目标跟踪、移动通信等目标信号源具有分布特性的情况下，由于阵列流形受信号源角分布特性的影响，基于点目标信号源假设的高分辨波达方向(DOA)估计方法[1]，诸如最大似然法、MUSIC、ESPRIT 等，由于未考虑目标的分布特性，导致 DOA 估计性能严重恶化[2~5]。将分布式目标信号源参数未知的角分布函数具体的数学形式信息与高分辨率参数估计方法结合在一起，通过多维参数搜索估计，可以改善 DOA 估计性能对目标分布参数的敏感性[2~6]。为较好地描述观测数据，一个分布式目标的分布函数一般具有多个参数，分布式目标 DOA 估计只是多维参数搜索的参数估计之一。在信号源角分布函数具体的数学形式未知，或角分布函数形式不同的分布式信号源同时存在的情况下，上述算法难以适用[7]。为此，本文基于角信号分布函数的共轭对称性约束信息，提出了一种相干分布式目标信号源的一维 DOA 搜索迭代估计方法，不要求已知角分布函数具体的数学形式。

1 相干分布式目标信号源模型

假设具有 M 个阵元的均匀线阵，相邻两个阵元间隔 d 等于1/2波长。q 个分布式目标从不同的方向 $\phi_1,\phi_2,\cdots,\phi_q$ 到达阵列，t 时刻阵列的观测数据 $\boldsymbol{x}_t$ 为

$$\boldsymbol{x}_t=\sum_{i=1}^{q}s_i(t)\int_{-\pi}^{\pi}\boldsymbol{a}(\theta)g_i(\theta-\theta_i)\mathrm{d}\theta+\boldsymbol{n}(t) \tag{1}$$

式中 $\theta_i=2\pi(d/\lambda)\sin\phi_i$，$-\pi/2\leqslant\phi_i\leqslant\pi/2$，$-\pi\leqslant\theta_i\leqslant\pi$；$g_i(\theta)$ 为第 i 个分布式目标信号源角信号分布函数，是数学形式确定但参数未知的共轭对称函数；θ_i 为 $g_i(\theta-\theta_i)$ 的单峰位置；$\boldsymbol{a}(\theta_i)=[1\quad \exp(-\mathrm{j}\theta_i)\quad\cdots\quad\exp(-\mathrm{j}(M-1)\theta_i)]^T$ 为阵列流形；$s_i(t)$ 为 t 时刻第 i 个分布式目标的信号复振幅，是相互独立的随机变量；信号矢量 $\boldsymbol{s}(t)=[s_1(t),s_2(t),\cdots,s_q(t)]^T$；$\boldsymbol{n}(t)$ 是加性随机噪声；$[\ ]^T$ 表示转置。假设信号矢量 $\boldsymbol{s}(t)$ 和噪声矢量 $\boldsymbol{n}(t)$ 是互不相关的零均值随机矢量，其二阶矩为

$$\begin{cases}E[\boldsymbol{s}(t)\boldsymbol{s}^H(k)]=\boldsymbol{P}\delta(t,k)\\ E[\boldsymbol{n}(t)\boldsymbol{n}^H(k)]=\sigma_n\boldsymbol{I}_M\delta(t,k)\end{cases} \tag{2}$$

式中 $\delta(t,k)$ 为 Kronecker δ 函数；$\boldsymbol{P}$ 为信号协方差矩阵；$\boldsymbol{I}_M$ 为 M 阶单位矩阵；σ_n 为噪声方差。阵列的观测数据式(1)又可以写成

$$\boldsymbol{x}_t=\sum_{i=1}^{q}s_i(t)\boldsymbol{b}(\theta_i)+\boldsymbol{n}(t) \tag{3}$$

2000年3月13日收稿
* 国家国防科技重点实验室试点项目
** 男 29岁 博士生

式中 $b(\theta_i)$ 定义为分布式目标信号源的方向矢量

$$b(\theta_i)=\int_{-\pi}^{\pi}a(\theta)g_i(\theta-\theta_i)\mathrm{d}\theta \tag{4}$$

式(4)由分布式目标角信号分布函数具体的数学形式和未知的分布参数决定。一般假设分布式目标角分布函数由两个未知的参数决定：一个是角分布函数的单峰位置，即分布式目标 DOA，是待估计的参数；另一个是角分布函数的分布参数，决定信号源角分布展开的宽窄程度，作为隐性参数，暂不对它进行估计。于是，分布式目标信号源的方向矢量 $b(\theta)$ 也由这两个参数决定。若角信号分布函数具体的数学形式已知，则能由式(4)得到参数化方向矢量 $b(\theta)$，再利用文献[6]提出的广义 MUSIC 型 DOA 估计方法，通过二维参数搜索，即可得到分布式目标的 DOA 估计。

分布式目标信号源的方向矢量 $b(\theta)$ 又可以表示为[2,6]

$$b(\theta_i)=G_i a(\theta_i) \tag{5}$$

式中 $G_i=\mathrm{diag}(h_i)$，$h_i=\int_{-\pi}^{\pi}a(\theta)g_i(\theta)\mathrm{d}\theta$。假设角分布函数 $g_i(\theta)$ 满足共轭对称性，即 $g_i(\theta)=g_i^*(-\theta)$，则 $h_i=h_i^*$，所以 h_i 为实数矢量，$[\ ]^*$表示共轭。

2 分布式目标一维 DOA 搜索迭代估计方法

由式(2)和式(3)可得观测数据协方差矩阵 $R=BPB^H+\sigma_n I$，其中 $B=[b(\theta_1),b(\theta_2),\cdots,b(\theta_q)]$。$R$ 的奇异值分解为 $R=U_s\Lambda_s U_s^H+U_n\Lambda_n U_n^H$，其中 q 阶对角矩阵 $\Lambda_s=\mathrm{diag}(\sigma_1,\sigma_2,\cdots,\sigma_q)$，$M-q$ 阶对角矩阵 $\Lambda_n=\mathrm{diag}(\sigma_n,\sigma_n,\cdots,\sigma_n)$，$\sigma_1\geqslant\sigma_2\geqslant\cdots\geqslant\sigma_q$，$U_s$ 和 U_n 分别由 $\sigma_1,\sigma_2,\cdots,\sigma_q$ 和 σ_n 对应的奇异矢量构成，记 U_s 的行矢量为 $u_1^H,u_2^H,\cdots,u_M^H$。假设信号源协方差矩阵 P 非奇异，即不同的分布式信号源不相干，则矩阵 B 满足 $B=U_sW$，其中 W 是非奇异 q 阶方阵。由于 h_i 为实矢量，所以

$$h_i=\mathrm{real}\left\{\left[u_1^H w_i \quad u_2^H w_i\exp(\mathrm{j}\theta_i) \quad \cdots \quad u_M^H w_i\exp[\mathrm{j}(M-1)\theta_i]\right]^T\right\}$$

式中 real{}表示取实部；w_i 为矩阵 W 的第 i 个列矢量。式(5)等号两边同时乘以矩阵 U_s^H，并将上式和 $B=U_sW$ 代入，得

$$w_i=U_s^H\begin{bmatrix}1\times\mathrm{real}(u_1^H w_i)\\ \exp(-\mathrm{j}\theta_i)\times\mathrm{real}[u_2^H w_i\exp(\mathrm{j}\theta_i)]\\ \cdots\\ \exp[-\mathrm{j}(M-1)\theta_i]\times\mathrm{real}\{u_M^H w_i\exp[-\mathrm{j}(M-1)\theta_i]\}\end{bmatrix} \tag{6}$$

关于 w_i 的非线性方程组(6)与第 i 个分布式目标的 DOA 有关。考察非线性方程组(6)的求解情况，通过一维 DOA 搜索，可以获得有关分布式目标 DOA 估计的信息。考虑到式(6)给出了一种非线性方程组求解的迭代公式，并且由式(5)知，对应分布式目标 DOA 和方向矢量 $a(\theta)$ 与 $U_s w$ 的相位角相等，可得到分布式目标 DOA 估计算法为：

1) 估计观测数据的协方差矩阵 $\hat{R}=\dfrac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}x_t x_t^H$，$N$ 是独立的快摄数。由 $\hat{R}$ 的奇异值分解估计信号子空间 $\hat{U}_s$ 和目标数 $\hat{q}$，设定迭代序号 $k=0$ 和相同初始值 $w_0(\theta)$，设定 DOA 搜索间隔为 $\Delta\phi$；

2) 设定序号 $m=0$ 和 DOA 搜索起始点 $\phi_0=-90^\circ$，$\theta_0=2\pi(d/\lambda)\sin\phi_0$；

3) 迭代 $w_{k+1}(\theta_m)=U_s^H\begin{bmatrix}1\times\mathrm{real}[u_1^H w_k(\theta_m)]\\ \exp(-\mathrm{j}\theta_m)\times\mathrm{real}[u_2^H w_k(\theta_m)\exp(\mathrm{j}\theta_m)]\\ \cdots\\ \exp[-\mathrm{j}(M-1)\theta_m]\times\mathrm{real}\{u_M^H w_k(\theta_m)\exp[\mathrm{j}(M-1)\theta_m]\}\end{bmatrix}$

归一化

$$w_{k+1}(\theta_m)=w_{k+1}(\theta_m)\|w_{k+1}(\theta_m)\|^{-1/2}$$

计算相位角拟合误差 $f_{k+1}(\theta_m)=\lg\{|\mathrm{angular}[\boldsymbol{U}_s\boldsymbol{w}_{k+1}(\theta_m)]-\mathrm{angular}[\boldsymbol{a}(\theta_m)]|\}$；

4) $\phi_{m+1}=\phi_m+\Delta\phi$，$\theta_{m+1}=2\pi(d/\lambda)\sin\phi_{m+1}$，$m=m+1$，重复步骤3)，直到 ϕ_{m+1} 大于 90°。

5) $k=k+1$，即重复步骤 2)，直到 $\min_{\theta} f_{k+1}(\theta)<\varepsilon$ (较小)或总迭代次数大于某个允许值(较大)；

6) 由相位角拟合误差曲线的极小点位置估计分布式目标 DOA。

需要说明的是：1) 相位角拟合误差的大小反映迭代过程的收敛情况。在真实分布式目标波达方向搜索点，由式(6)可知，迭代过程存在稳定解，相位角拟合误差取极小值；2) 在不同的波达方向搜索点，迭代过程从相同的初始条件出发。由于主要是考察迭代过程在不同波达方向搜索点是否收敛，而不用关心具体的收敛结果，因此对初始条件的要求并不严格，下面的仿真实验取初始值 $\boldsymbol{w}_0(\theta)$ 为某个单位矢量；3) 与多维参数搜索的分布式目标 DOA 估计方法不同[2,6]，这种一维搜索迭代的分布式目标 DOA 估计方法未利用信号源角分布函数具体的数学形式信息，适于角信号分布函数形式不同的分布式目标同时存在的情况。

3　数值结果

考虑由相邻间隔为1/2波长的阵元组成的均匀线阵。假设噪声和信号为正态分布，噪声方差为 σ^2，定义信噪比为 $10\lg(1/\sigma^2)$。

例1　两个分布式目标的角信号分布满足共轭对称性

$$g_i(\theta)=\begin{cases}1 & |\theta-\theta_i|\leqslant\varDelta_i \\ 0 & |\theta-\theta_i|>\varDelta_i\end{cases}\qquad i=1,2$$

未知参数分别为 $\phi_1=8.0°$，$\varDelta_1=0.0175$，$\phi_2=15.0°$，$\varDelta_2=0.0227$。阵元数为8，信噪比为20 dB，相互独立的快摄数为100。文献[2, 5]为估计分布式目标 DOA，要求角分布函数具体的数学形式已知，这里无此要求。图1给出了一维 DOA 搜索迭代方法迭代40次后相位角拟合误差结果，极小点对应的分布式目标 DOA 估计分别为 $\hat{\phi}_1=7.90°$，$\hat{\phi}_2=15.20°$。

例2　两个分布式目标的角信号分布分别为

$$g_1(\theta)=\begin{cases}1 & |\theta-\theta_1|\leqslant\varDelta_1 \\ 0 & |\theta-\theta_1|>\varDelta_1\end{cases}\qquad g_2(\theta)=\frac{1}{1-\rho_2\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\theta-\theta_2)}}$$

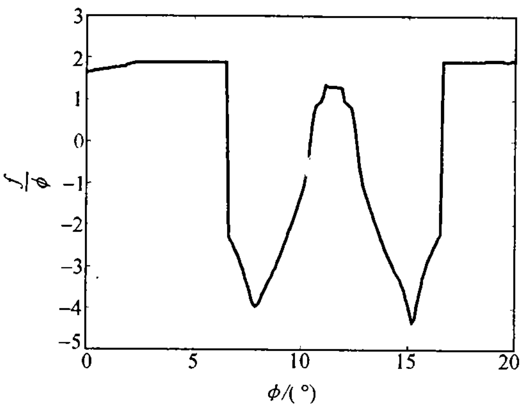

图1　角分布相同情况下迭代40次的结果

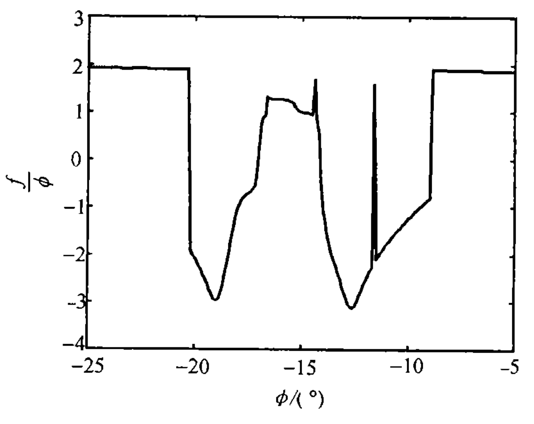

图2　角分布不同情况下迭代40次的结果

DOA 参数分别为 $\phi_1=-13.0°$ 和 $\phi_2=-19.0°$，分布参数分别为 $\varDelta_1=0.0349$，$\rho_2=0.7$；阵元数为8，信噪比为20 dB，相互独立的快摄数为100。多维参数搜索的分布式目标 DOA 估计方法由于要求不同的分布式目标具有相同形式的角分布函数，因此，在角分布函数形式不同的分布式目标

同时存在的条件下不能给出正确的参数估计结果。图2给出了一维 DOA 搜索迭代方法迭代40次后相位角拟合误差结果，极小点对应的分布式目标 DOA 估计分别为 $\hat{\phi}_1=-12.65°$，$\hat{\phi}_2=-19.10°$。

4 结 论

本文提出的分布式目标一维 DOA 搜索迭代估计方法与其他分布式目标 DOA 估计方法有两点不同：1）在角信号分布函数具体的数学形式未知的情况下，不是通过多维参数搜索，而是通过一维 DOA 搜索迭代，得到分布式目标 DOA 估计；2）适用于角信号分布函数形式不同的分布式目标同时存在的情况。

参 考 文 献

1 魏 平，肖先赐.高分辨阵列测向系统中的基本算法性能实验.电子科技大学学报，1997, 26(增):108~113

2 Valaee S, Champagne B, Kabal P. Parametric localization of distributed sources. IEEE Trans-SP, 1995,43(9): 2144~2153

3 Meng Y, Wong K M, Wu Q. Estimation of the direction of arrival of spread source in sensor array processing. Proc ICSP, 1993: 430~434

4 Meng Y, Stoica P, Wong K M. Estimation of the direction of arrival of spatially dispersed signals in array processing. IEE Proc-F, 1996, 143(1): 1~9

5 Astely D, Ottersten B. The Effect of local scattering on direction of arrival estimation with MUSIC. IEEE Trans-SP, 1999, 47(10): 3220~3235

6 Lee Y U, Choi J, Song I, Lee S R. Distributed sources modeling and direction-of-arrival estimation techniques. IEEE Trans-SP, 1997, 45(4): 960~969

7 万 群，杨万麟.基于盲信号分离的分布式目标 DOA 估计方法.电子科技大学学报，2000,29(1):1~4

An Iterative Approach for DOA Estimation of Correlated Distributed Sources Based on 1-Dimensional DOA Search

Wan Qun Yang Wanlin

(College of Electronic Engineering, UEST of China Chengdu 610054)

Abstract This paper proposes a recursive approach to direction of arrival estimation of spatially distributed signals. By using 1-dimensional DOA searching rather than resort to multidimensional parametric searching, DOA estimation of distributed sources are obtained. The algorithm needs little prior knowledge about the distribution function of the sources and can be applied in non-uniform array condition. The simulation shows that the new method outperforms the MUSIC algorithm by reducing the sensitivity for scenarios with distributed sources.

Key words correlated distributed source; angular distribution; 1-dimensional DOA estimation; iterative approach