

· 学术论文与技术报告 ·

# 分布式信号源波达方向估计方法\*

万群\*\* 杨万麟

(电子科技大学电子工程学院 成都 610054)

【摘要】 在多径导致的局部散射信号条件下，利用信号源的一阶近似，提出了一种新的分布式信号源波达方向估计方法。新方法不仅改善了波达方向估计性能，且适用于空间信号分布的函数形式未知、分布函数形式不同的分布式信号源同时存在或其他较复杂的空间信号分布情况。

关键词 空间信号； 分布式信号源； 一阶近似； 波达方向； 估计

中图分类号 TN971.2

天线阵列在蜂窝无线通信中的干扰消除、有效功率利用、系统容量和无线传输质量的提高等方面具有明显的潜力。波达方向(DOA)估计是阵列信号处理的一个重要任务<sup>[1]</sup>。但是，对于蜂窝无线通信中多径条件下的局部散射现象导致的分布式信号源，常规的高分辨率波达方向估计方法(如MUSIC、ESPRIT)，由于未利用空间信号的分布信息，其点目标信号源不能较好地描述阵列接收数据，导致估计性能恶化，甚至不能得到正确的波达方向估计结果<sup>[2~4]</sup>。文献[4,5]在信号源空间信号分布的函数形式已知的条件下，给出了分布式信号源的二维参数搜索估计方法。但是，在空间信号分布的函数形式未知、分布函数形式不同的分布式信号源同时存在或其他较复杂的空间信号分布情况下，难以使用二维或多维参数搜索的估计方法。

一阶近似是一种在波达方向估计误差分析和模型误差分析中经常使用的方法，而利用信号模型的一阶近似的波达方向估计方法却很少见。在信号源空间信号分布范围较窄时，文献[3]利用分布式信号源的一阶近似，分析了常规MUSIC方法和ESPRIT方法在分布式信号条件下的波达方向估计性能。由于分布式信号模型的一阶近似作为一种统计模型，可以在空间信号分布范围较窄时，更好地描述阵列接收数据。本文利用分布式信号模型的一阶近似，提出了一种新的一维搜索的分布式信号源波达方向估计方法，得到了优于常规MUSIC方法和ESPRIT方法的波达方向估计结果，避免了多维参数搜索，并适合上述较复杂的空间信号分布情况。

## 1 分布式信号源模型

假设具有  $N$  个阵元的均匀线阵，相邻两个阵元间隔  $d$  不大于  $1/2$  波长。 $q$  个窄带分布式信号从不同方向  $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_q$  到达阵列， $t$  时刻的阵列接收数据矢量  $\mathbf{x}_t$  为

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{B}\mathbf{s}_t + \mathbf{n}_t \quad (1)$$

式中  $\mathbf{s}_t = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_q(t)]^T$  为  $t$  时刻信号复振幅矢量； $[\ ]^T$  表示转置； $\mathbf{n}_t$  为加性随机噪声。 $N \times q$  阶矩阵  $\mathbf{B}$  的第  $i$  个列矢量为第  $i$  个分布式信号的方向矢量，记为  $\mathbf{b}_i$ ，在局部散射时，可表示为

$$\mathbf{b}_i = \sum_{k=1}^{N_i} \mathbf{a}_{ik} \exp\{j\mathbf{j}_{ik}\} \mathbf{a}(\mathbf{q}_{ik}) \quad (2)$$

式中  $i=1, 2, \dots, q$ ； $\mathbf{a}(\mathbf{q}_{ik}) = [1 \exp(-j2\delta(d/I)\sin\mathbf{q}_{ik}) \dots \exp(-j2\delta(M-1)(d/I)\sin\mathbf{q}_{ik})]^T$  为波达方向  $\mathbf{q}_{ik}$  的方向矢量； $N_i$  为第  $i$  个信号源的多径数目。假设  $\mathbf{a}_{ik}$ 、 $\mathbf{q}_{ik}$  和  $\mathbf{j}_{ik}$  是相互独立的随机变量，

2000年3月13日收稿

\* 国家国防科技重点实验室试点项目

\*\* 男 29岁 博士生

$\{\mathbf{a}_{ik}\}_{k=1}^{N_i}$ 、 $\{\mathbf{q}_{ik}\}_{k=1}^{N_i}$ 和 $\{\mathbf{j}_{ik}\}_{k=1}^{N_i}$ 是独立同分布的随机变量,  $\mathbf{q}_{ik}$ 为 $\mathbf{q}_{ik}$ 的平均值, 即 $E\{\mathbf{q}_{ik}\}=\mathbf{q}_{ik}$ ,  $\mathbf{j}_{ik}$ 服从 $0\sim 2\pi$ 之间的均匀分布,  $E\{\exp(\mathbf{j}\mathbf{j}_{ik})\}=0$ , 对任意大小的多径数目 $N_i$ ,  $E\{N_i\mathbf{a}_{ik}\}<\infty$ .

已知分布式信号源的空间信号分布函数形式, 利用空间信号分布函数形式信息, 一般可以得到较准确的分布式信号源DOA估计结果<sup>[5,6]</sup>。在一般情况下, 分布式信号源的空间信号分布函数未知, 需要假设由未知参数, 如中心DOA、分布参数等描述的具有一定函数形式的空间信号分布, 如高斯分布、均匀分布、三角分布、拉普拉斯分布等, 再利用多维参数估计方法, 同时估计分布式信号源的中心DOA、分布参数。但是, 研究结果表明<sup>[7]</sup>, 分布函数假设具有一定的模糊性, 分布式信号源分布参数估计的方差较大, 难以得到准确的分布参数估计结果。因此, 本文的研究无须利用具体的空间信号分布函数形式信息的分布式信号源DOA估计方法, 在信号源空间信号分布展开较窄时, 不估计分布式信号源的分布参数, 只估计分布式信号源的波达方向。

## 2 一阶近似的分布式信号波达方向估计方法

假设 $s_i$ 和 $n_i$ 是互不相关的零均值随机矢量, 其二阶矩分别为

$$E[s_i s_i^H] = \mathbf{P} \mathbf{d}(t, k) \quad E[n_i n_i^H] = \mathbf{s}_n \mathbf{I}_M \mathbf{d}(t, k)$$

式中  $\mathbf{d}(t, k)$  为Kronecker  $\mathbf{d}$  函数;  $\mathbf{P} = E(s_i s_i^H)$  为信号协方差矩阵;  $[\ ]^H$  表示共轭转置;  $\mathbf{I}_N$  为  $N$  阶单位矩阵;  $\mathbf{s}_n$  为噪声方差。阵列观测数据的协方差矩阵为  $\mathbf{R} = \mathbf{B} \mathbf{P} \mathbf{B}^H + \mathbf{s}_n \mathbf{I}_N$ , 其中矩阵  $\mathbf{B}$  为  $\mathbf{B} = [\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_q]$ 。由奇异值分解可以得到  $\mathbf{R} = \mathbf{U}_s \mathbf{L}_s \mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_n \mathbf{L}_n \mathbf{U}_n^H$ , 其中,  $q$  阶矩阵  $\mathbf{L}_s = \text{diag}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_q)$ ,  $N-q$  阶矩阵  $\mathbf{L}_n = \text{diag}(\mathbf{s}_n, \mathbf{s}_n, \dots, \mathbf{s}_n)$ ,  $\mathbf{s}_1 \geq \mathbf{s}_2 \geq \dots \geq \mathbf{s}_q > \mathbf{s}_n$ ,  $\mathbf{U}_s$  和  $\mathbf{U}_n$  的列矢量分别为  $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_q$  和  $\mathbf{s}_n$  对应的奇异矢量。假设信号源协方差矩阵  $\mathbf{P}$  非奇异, 即各信号源之间不相干, 则

$$\mathbf{U}_n^H \mathbf{b}_i = 0 \quad i=1, 2, \dots, q \quad (3)$$

式中  $\mathbf{b}_i$  与未知的分布式信号中心波达方向和分布参数有关, 记为  $\mathbf{b}_i(\mathbf{q}_i, \mathbf{b}_i)$ 。如果在信号源空间信号分布函数形式已知, 将  $\mathbf{b}_i(\mathbf{q}_i, \mathbf{b}_i)$  视为函数  $\mathbf{b}_i(\mathbf{q}, \mathbf{b})$  在未知参数为  $(\mathbf{q}_i, \mathbf{b}_i)$  时的取值, 通过多维参数谱峰搜索, 由谱峰位置可以估计信号源波达方向和分布参数<sup>[4,5]</sup>。但是, 在空间信号分布的函数形式未知、分布函数形式不同的分布式信号源同时存在或其他较复杂的空间信号分布情况下, 难以使用这种多维参数搜索的估计方法。在信号源空间信号分布范围较窄时, 式(2)的一阶Taylor级数展开为

$$\mathbf{b}_i \approx \sum_{k=1}^{N_i} \mathbf{a}_{ik} \exp(\mathbf{j}\mathbf{j}_{ik}) [\mathbf{a}(\mathbf{q}_i) + (\mathbf{q}_{ik} - \mathbf{q}_i) \mathbf{h}(\mathbf{q}_i)]$$

式中  $\mathbf{h}(\mathbf{q}_i) = \partial \mathbf{a}(\mathbf{q}_i) / \partial \mathbf{q}$ 。由上式可得

$$\mathbf{b}_i \approx \mathbf{G}(\mathbf{q}_i) \mathbf{g}_i \quad (4)$$

式中  $N \times 2$  阶矩阵  $\mathbf{G}(\mathbf{q}_i) = [\mathbf{a}(\mathbf{q}_i) \quad \mathbf{h}(\mathbf{q}_i)]$ ; 2阶矢量  $\mathbf{g}_i = \left[ \sum_{k=1}^{N_i} \mathbf{a}_{ik} \exp(\mathbf{j}\mathbf{j}_{ik}), \sum_{k=1}^{N_i} \mathbf{a}_{ik} \exp(\mathbf{j}\mathbf{j}_{ik}) (\mathbf{q}_{ik} - \mathbf{q}_i) \right]^T$ 。

由式(3)可知, 波达方向估计近似为如下极小化问题的解

$$(\mathbf{q}_i, \mathbf{b}_i) = \arg \min_{(\mathbf{q}, \mathbf{b})} \mathbf{b}^H (\mathbf{q}, \mathbf{b}) \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{b}(\mathbf{q}, \mathbf{b})$$

将式(4)代入上式, 有  $(\mathbf{q}_i, \mathbf{g}_i) = \arg \min_{(\mathbf{q}, \mathbf{g})} \mathbf{g}^H \mathbf{Q}(\mathbf{q}) \mathbf{g}$ , 其中  $q \times q$  阶矩阵  $\mathbf{Q}(\mathbf{q}) = \mathbf{G}^H(\mathbf{q}) \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{G}(\mathbf{q})$ 。由此可见, 对应分布式信号波达方向, 矩阵  $\mathbf{Q}(\mathbf{q})$  的最小特征值取极小值,  $\mathbf{g}_i$  为相应的特征向量。考虑到不可能同时辨识式(1)中的信号矢量  $\mathbf{b}_i$  和复振幅  $s_i(t)$ , 不妨设式(4)中矢量  $\mathbf{g}_i$  的第1个元素  $g_i(0) = 1$ 。于是, 分布式信号波达方向估计近似为如下约束极小化问题的解

$$(\mathbf{q}_i, \mathbf{g}_i) = \arg \min_{(\mathbf{q}, \mathbf{g}), \mathbf{g}(0)=1} \mathbf{g}^H \mathbf{Q}(\mathbf{q}) \mathbf{g} \quad (5)$$

当  $\mathbf{q}$  固定不变, 容易给出满足式(5)约束极小化的矢量为

$$g = \frac{Q^{-1}(q)w}{w^T Q^{-1}(q)w}$$

式中 2阶矢量  $w = [1 \ 0]^T$ ， $Q^{-1}(q)$  为  $q \times q$  阶矩阵  $Q(q)$  的逆矩阵。将  $g$  代入式(5)，分布式信号源波达方向估计将对应如下一维空间谱的谱峰位置

$$f_1(q) = -\lg[w^T Q^{-1}(q)w] \quad (6)$$

### 3 数值结果

例1 考虑由6个阵元组成的相邻间隔为1/2波长的均匀线阵。在加性白噪声条件下，2个相互独立的窄带分布式信号源的波达方向分别服从  $-3.5^\circ \sim -0.5^\circ$  之间的均匀分布，其中  $q_1 = -2.0^\circ$ ，且服从  $1.5^\circ \sim 4.5^\circ$  之间的均匀分布，其中  $q_2 = 3.0^\circ$ ，多径数  $N_1 = N_2 = 30$ 。信噪比为20 dB，快摄数为100。图1给出了MUSIC方法和一阶近似时，由式(6)表示的一个典型的空间谱估计结果。常规MUSIC方法不能分辨2个分布式信号源。

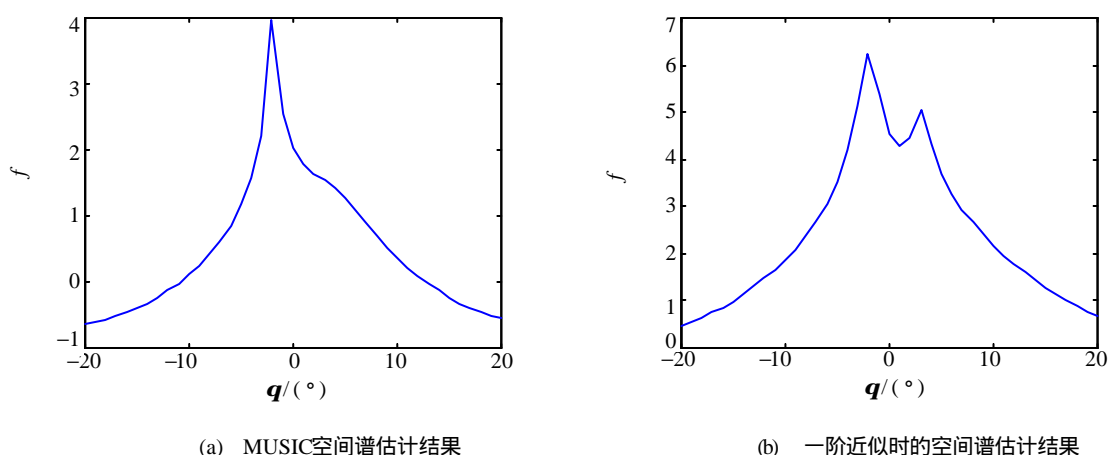


图1 空间谱估计结果

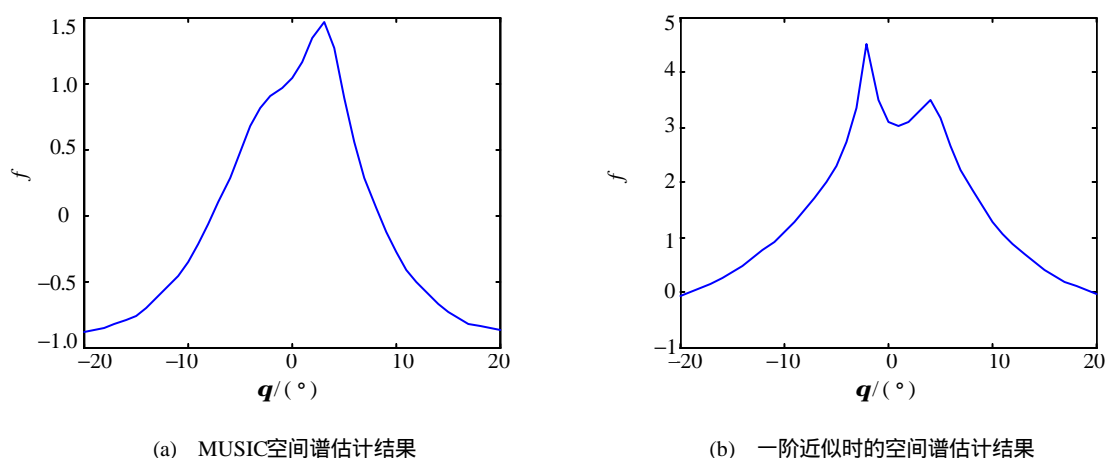


图2 空间谱估计结果

例2 考虑由8个阵元组成的相邻间隔为1/2波长的均匀线阵。在加性白噪声条件下，2个相互独立的窄带分布式信号源的波达方向分别服从  $-3.5^\circ \sim -0.5^\circ$  之间的均匀分布，其中  $q_1 = -2.0^\circ$ ，且服从中心波达方向为  $q_2 = 3.0^\circ$ ，方差为  $4.0^\circ$  的高斯分布，多径数  $N_1 = N_2 = 30$ 。信噪比为20 dB，快摄数为100。图2给出了MUSIC方法和一阶近似时，由式(6)表示的一个典型的空间谱估计结果。常规MUSIC方法不能分辨2个分布式信号源。

例3 考虑由6个阵元组成的相邻间隔为 $1/2$ 波长的均匀线阵。在加性白噪声条件下, 1个窄带分布式信号源的波达方向服从 $-10.5^\circ - D \sim -10.5^\circ + D$ 之间的均匀分布, 中心波达方向 $q_1 = -10.5^\circ$ , 多径数 $N_1 = 30$ , 信噪比为20 dB, 快摄数为100。图3给出了MUSIC方法和一阶近似时,  $-5^\circ \leq D \leq 5^\circ$ , 搜索由式(6)表示的空间谱, 得到的波达方向估计误差的统计结果(对每个 $D$ 取值, 作500次实验)。可见, 本文提出的基于分布式信号源一阶近似的波达方向估计结果优于常规MUSIC方法。

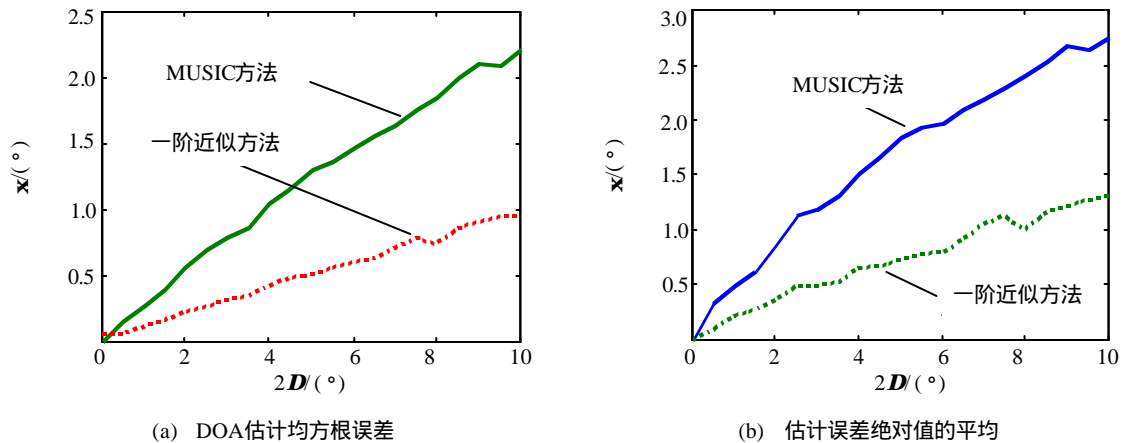


图3 分布式信号源波达方向估计误差的统计结果

## 4 结论

在波达方向估计问题中, 一阶近似一般只用于波达方向估计误差分析或模型误差分析。本文在局部散射导致的分布式信号条件下, 利用信号源的一阶近似, 提出了一种新的一维搜索的分布式信号源波达方向估计方法, 避免了多维参数搜索, 并适合空间信号分布的函数形式未知、分布函数形式不同的分布式信号源同时存在或其他较复杂的信号分布情况。仿真实验结果表明, 其信号源一阶近似的波达方向估计误差优于MUSIC方法。

## 参 考 文 献

- 1 魏 平, 肖先赐. 高分辨阵列测向系统中的基本算法性能实验. 电子科技大学学报(增), 1997, 26(增):108~113
- 2 Jantti T P. The influence of the extended sources on the theoretical performance of MUSIC and ESPRIT method: narrow band sources. Proc ICASSP, San Francisco, 1992, 3:429~432
- 3 Zetterberg P, Ottersten B. The spectrum efficiency of a base station antenna array for spatially selective transmission. IEEE Trans on Vehicular Tech, 1995, 44(3): 651~660
- 4 Astely D, Ottersten B. The effect of local scattering on direction of arrival estimation with MUSIC. IEEE Trans on Signal Processing, 1999, 47(12): 3 220~3 234
- 5 Valaee S, Champagne B, Kabal P. Parametric localization of distributed source. IEEE Trans on Signal Processing, 1995, 43(9):2 144~2 153
- 6 Lee Y U, Choi J, Song I, Lee S R. Distributed source modeling and DOA estimation techniques. IEEE Trans on Signal Processing, 1997, 45(4): 960~969
- 7 万 群, 杨万麟. 相干分布式目标一维波达方向搜索迭代估计方法. 电子科技大学学报, 2000, 29(6): 583~586

(下转第25页)

12 袁 晓, 陶德元, 何小海. 一类新子波的稳定性和正交条件研究. 电子学报, 2000, 28(10): 56~59

## Time-frequency Localization Characteristics of A Novel Class of Complex Wavelet

Tao Deyuan      Yuan Xiao      He Xiaohai

(College of Electronic Information, Sichuan University Chengdu 610064)

**Abstract** In this paper, a novel class of complex wavelet is introduced. Time, frequency and time-frequency localization characteristics are investigated using time operator. Theoretical and numerical analysis shows that the new class of wavelet possesses excellent time-frequency localization. Many complex wavelets are constructed, which are approximate to the optimal time-frequency window function by changing two controlling parameters of the new wavelet.

**Key words** complex wavelet; time operator; time width; band width; localization characteristics

-----  
(上接第4页)

## An Approach for Direction of Arrival Estimation of Distributed Sources Induced by Local Scattering

Wan Qun      Yang Wanlin

(College of Electronic Engineering, UEST of China Chengdu 610054)

**Abstract** By using 1-dimensional DOA searching rather than resort to multidimensional parametric searching, an algorithm for DOA estimation is given based on first order approximation of distributed sources induced by local scattering. It is applicable in circumstance where distributed function form of sources is unknown or sources with different distributed function forms coexist. Numerical examples illuminate that the performance of DOA estimation is improved compared with that of conventional MUSIC method.

**Key words** space signal; local scattering; distributed source; first order approximation; direction of arrival estimation