

## 一种提取多导体互连电磁参数的有效方法\*

朱汉清\*\* 吴正德

(电子科技大学电子工程学院 成都 610054)

**【摘要】**利用区域分解法,将直线法和有限差分法相结合,计算了多层介质多导体互连的电容和电感矩阵。通过在纯介质区域使用直线法,导体所在区域使用有限差分法分别进行求解,充分发挥其各自的优越性。数值结果表明该计算方法有效,且计算时间与介质层的厚度无关。

**关键词** 互连; 参数提取; 区域分解法; 直线法; 有限差分法

中图分类号 TN817; O441

## An Effective Method for Parameter Extraction of Multilayered Multiconductor Interconnections

Zhu Hanqing Wu Zhengde

(College of Electronic Engineering, UEST of China Chengdu 610054)

**Abstract** Through domain decomposition method, the method of lines combined with the finite-difference method is used to calculate the capacitance and inductance matrices of the multilayered multiconductor interconnections. The subregion with pure dielectric layers is analyzed by method of lines, while the subregion with conductors is analyzed by finite-difference method to take advantage fully the superiorities of these two methods. Numerical results show that the method in this paper is efficient, and the computing time is unrelated to the thickness of the pure dielectric layers.

**Key words** interconnections; parameter extraction; domain decomposition method; method of lines; finite-difference method

多层介质多导体结构是微波集成电路(MIC)和超大规模集成电路(VLSI)中常用的互连单元。在设计集成电路时,为提高其可靠性,可将这种结构看作一种特殊的电路元件,先提取其电磁参数,然后将这些参数代入瞬态分析软件进行分析,以确定互连对集成电路功能的影响。直线法是分析平面分层介质结构较理想的方法之一<sup>[1]</sup>,该方法具有计算量小和节约内存等优点,但在处理有厚度的导体问题时很不方便;有限差分法是具有较强适应性的方法之一<sup>[2]</sup>,它可以有效地用于解决有厚度的多导体问题,然而在分析整个开放结构时,所需剖分的求解区域较大,占用内存多,无法研究导体数较多的情况。针对这一困难,本文利用文献[3]中的区域分解法,首次将直线法和有限差分法相结合,计算了多层介质中有厚度多导体互连的电容和电感矩阵。通过在纯介质区域使用直线法,导体所在区域使用有限差分法进行分别求解,充分发挥两种方法各自的优越性。同时为了充分提高算法的计算效率,在区域分解法中还引入了松弛迭代算法。计算实例表明,该方法有效,而且由于在纯介质区域使用直线法求解,因此其计算时间与介质层的厚度无关。

2002年5月16日收稿

\* 江苏省教育科研基金资助项目,编号:99KJD140005

\*\* 男 39岁 在职博士生 副教授

### 1 提取互连电磁参数的松弛迭代区域分解法

多层介质多导体互连的横截面及区域分解情况如图1所示, 由于采用的是重叠型区域分解法, 因此每个子域内均含有相邻子域的虚拟边界, 为进行离散化处理, 在距离两侧导体足够远处加理想电壁作为截断边界。设第 $m$ 次系统迭代时第 $i$ 子域( $D^i$ )的上、下虚拟边界( $y = y_2^i$ 、 $y = y_1^i$ )处离散点电位值所组成的向量为 $(U_2^i)^m$ 、 $(U_1^i)^m$ , 它可在 $D^i$ 区的相邻子域 $D^{i+1}$ 、 $D^{i-1}$ 中求得, 则 $D^i$ 区的第 $m$ 次迭代位函数 $(u^i)^m$ 满足

$$\begin{cases} \nabla[\mathbf{e}\nabla(u^i)^m] = 0 \\ (u^i)^m|_{x=0,a} = 0 \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N_D \quad (1)$$

$$(u^i)^m|_{y=y_1^i} = (U_1^i)^m \quad i = 1, 2, \dots, N_D \quad (2)$$

$$(u^i)^m|_{y=y_2^i} = (U_2^i)^m \quad i = 1, 2, \dots, N_D - 1 \quad (3)$$

式中  $N_D$  为子域数;  $m=0,1,2,\dots$ 。需要注意的是 $D^1$ 区的下边界条件 $U_1^1$ 为零, 而 $D^{N_D}$ 区上边界的约束条件为有限值。为加快迭代收敛速度, 引入松弛算法, 将式(2)、(3)改写为

$$(u^i)^m|_{y=y_n^i} = (U_n^i)^m + \mathbf{a}[(U_n^i)^m - (U_n^i)^{m-1}] \quad n = 1, 2 \quad (4)$$

式中  $\mathbf{a}$  为松弛因子, 显然 $\mathbf{a} = 0$ 表示松弛算法未被引入。上述迭代可在各子域之间依次独立进行, 每次只需求解子域上规模较小的边值问题, 其迭代收敛判据定义为

$$\max_{n=1,2} \max_{1 \leq i \leq N_D} \frac{\|(U_n^i)^{m+1} - (U_n^i)^m\|_2}{\|(U_n^i)^{m+1}\|_2} < \mathbf{d} \quad (5)$$

式中  $\|\bullet\|_2$  表示向量的Euclid范数;  $\mathbf{d}$  为预定的收敛精度。区域之间通过虚拟边界上的值交换信息, 直至获得整个区域上的迭代收敛解。

图1中 $D^i$ 为纯介质平面分层区域, 用直线法进行分析尤为有效。 $D^{i-1}$ 区的上虚拟边界( $y = y_2^{i-1}$ )和 $D^{i+1}$ 区的下虚拟边界( $y = y_1^{i+1}$ )均位于该区域中, 图中左、右两侧为直线法的 $DD$ 边界。设 $D^i$ 区中第 $j$ 层介质的位函数为 $u^{i(j)}$ , 则该函数满足Laplace方程

$$\frac{\partial^2 u^{i(j)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u^{i(j)}}{\partial y^2} = 0 \quad (6)$$

且在介质界面( $y = y_j$ )上满足连续性条件

$$\begin{cases} u^{i(j)} = u^{i(j-1)} \\ \mathbf{e}_j \frac{\partial u^{i(j)}}{\partial y} = \mathbf{e}_{j-1} \frac{\partial u^{i(j-1)}}{\partial y} \end{cases} \quad (7)$$

作直线法常规处理<sup>[4]</sup>: 先对式(6)、(7)进行离散, 并利用直线法 $DD$ 边界的本征矢作正交变换, 使变换域内的位函数 $\bar{u}^{i(j)}$ 满足介质交界面上的连续性条件, 再经反变换, 最后便可由 $D^i$ 区上、下边界的电位值获得 $D^{i+1}$ 区域的下边界以及 $D^{i-1}$ 区域的上边界处的电位值, 这样则为 $D^{i+1}$ 区和 $D^{i-1}$ 区下次迭代求解提供了新的边界初值。

对于导体所在区域, 则选择适应性较强的有限差分法进行求解, 非均匀介质中的五点差分离散如图2所示, 4个区域内的位函数 $u^i(i=1, 2, 3, 4)$ 满足Laplace方程

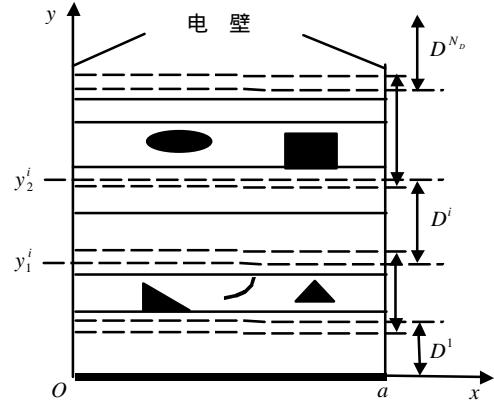


图1 多层多导体互连的横截面及区域分解

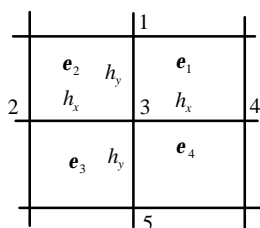


图2 非均匀介质中的五点差分离散

则可建立如下五点差分格式<sup>[5]</sup>

$$\sum_{n=1}^5 c_n u_n = 0 \quad (10)$$

其中

$$c_1 = \frac{h_x}{h_y} (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2) \quad (11)$$

$$c_2 = \frac{h_y}{h_x} (\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3) \quad (12)$$

$$c_3 = -\left(\frac{h_x}{h_y} + \frac{h_y}{h_x}\right) (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_4) \quad (13)$$

$$c_4 = \frac{h_y}{h_x} (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_4) \quad (14)$$

$$c_5 = \frac{h_x}{h_y} (\mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_4) \quad (15)$$

为了提取多层介质多导体互连的电容和电感矩阵，区域内导体上的电压是外加的。根据电容矩阵 $C$ 的定义

$$q = CV \quad (16)$$

式中 列向量元素 $q_n$ 和 $V_n$ 是指第 $n$ 个导体上的电荷与电压。因此导体电压的外加方法为：令第 $n(n=1, 2, \dots, \text{导体数})$ 个导体上的电压为1 V，其他导体上的电压为0 V，则电容矩阵 $C$ 的第 $n$ 列就为各导体上的电荷值。电感矩阵 $L$ 为

$$L = \mathbf{m} \mathbf{e}_0 C_0^{-1} \quad (17)$$

式中  $C_0$ 为各层介质相对介电常数为1时的电容矩阵。

## 2 数值结果

首先分析图3所示的耦合微带线结构，计算中将求解区域自下而上分为3个子域，子域之间重叠2个网格，上、下2个子域使用直线法，中间子域使用有限差分法分别求解，迭代收敛精度 $d$ 设定为

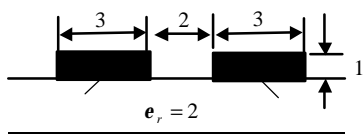


图3 耦合微带线

0.1%。表1给出了松弛因子 $a$ 与系统迭代次数的关系，从表中可以看出 $a$ 的最佳值在0.6左右。同时选取不同的介质基片厚度分别进行计算，结果发现计算时间不变。通过分析可知，这是由于介质区域使用直线法求解所导致的必然结果。表2对图4结构的计算结果与文献[6]的值进行了比较，其误差均在5%以内，说明了方法的有效性。最后本文计算了图5所示的三层介质10根导体互连的电容矩

表1 松弛因子与迭代次数的关系

松弛因子	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
迭代次数	63	56	48	41	34	26	21	28	42	89

阵, 每根导体尺寸是 $5 \times 5$ , 同层导体间隔为 $5$ , 导体编号自下而上, 同层自左向右。为了简化, 在表3中只给出了电容矩阵对角元素的计算结果。

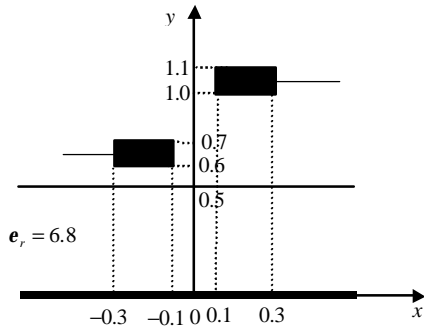


图4 双层双导体传输线

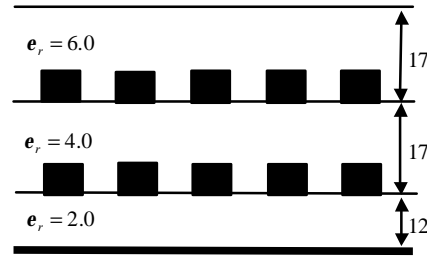


图5 三层10根导体互连截面图

表2 图4结构计算结果比较

	本文	文献 [6]
$C_{11}/F \cdot m^{-1}$	$0.3906 \times 10^{-10}$	$0.3720 \times 10^{-10}$
$C_{22}/F \cdot m^{-1}$	$0.2266 \times 10^{-10}$	$0.2169 \times 10^{-10}$
$L_{11}/H \cdot m^{-1}$	$0.5235 \times 10^{-6}$	$0.5437 \times 10^{-6}$
$L_{22}/H \cdot m^{-1}$	$0.6063 \times 10^{-6}$	$0.6368 \times 10^{-6}$

表3 图5结构电容矩阵对角元素的计算结果

单位: pF/m

$C_{11}$	$C_{22}$	$C_{33}$	$C_{44}$	$C_{55}$	$C_{66}$	$C_{77}$	$C_{88}$	$C_{99}$	$C_{1010}$
117.6	149.5	149.8	149.5	117.6	151.9	232.4	233.1	232.4	151.9

### 3 结 论

本文的理论推导及数值计算结果表明: 利用区域分解法将直线法和有限差分法相结合, 用于提取多层介质多导体互连电磁参数的方法是有效的。算法通过在纯介质区域使用直线法, 导体所在区域使用有限差分法分别进行求解, 充分发挥了两种方法各自的优越性, 达到了减小计算规模和计算复杂性的目的, 而且更重要的是该算法的计算时间与介质层厚度无关, 因此其优势将随着介质层厚度的增加变得越明显。

### 参 考 文 献

- 1 Zhu Hanqing, Fang Dagang, Long Yi. Analysis of open microstrip structures by using diakoptic method of lines combined with periodic boundary conditions. *Journal of Electronics*, 1998, 15(1): 90-96
- 2 朱汉清, 吴正德, Luk K M. 频域有限差分法结合多波前算法分析二维柱体的电磁散射问题. *电子科技大学学报*, 2001, 30(6): 445-448
- 3 龙 毅, 徐 军, 薛良金. 区域分解法结合FFT分析TEM传输线. *电子科技大学学报*, 2000, 29(5): 504-507
- 4 洪 伟. 直线法原理及应用. 南京: 东南大学出版社, 1993
- 5 洪 伟, 朱震海, Wagne W M D. 一种提取多层介质多导体互连电磁参数的快速算法: 有限差分—不变性测试方程法. *电子学报*, 1996, 24(6): 51-54
- 6 Cao W, Harrington R F, Mautz J R, et al. Multiconductor transmission lines in multilayered dielectric media. *IEEE Trans. on MTT*, 1984, 32(4): 439-450