

# 一种差分跳频系统的频率转移函数\*

陈智\*\* 李少谦 董彬虹 王竞

(电子科技大学通信抗干扰技术国家级重点实验室 成都 610054)

**【摘要】**根据差分跳频系统的特点推导并归纳了频率转移函数的构造原则和优化目标,提出了一种有效的频率转移函数构造方法,并从理论上证明了该方法在提高系统误码率和频率随机性方面的优良性能。该方法基于多维空间变换,构造频率转移函数简单方便,而且便于跳频密钥的管理和控制。

**关键词** 差分跳频; 频率转移函数; 自由距; 马尔可夫链

中图分类号 TN97 文献标识码 A

## A Frequency Transition Function of Differential Frequency Hopping System

Chen Zhi Li Shaoqian Dong Binhong Wang Jing

(National Key Laboratory of Communication, UEST of China Chengdu 610054)

**Abstract** This paper deduces and sums up the principle and optimizing object of constructing the frequency transition function according to the characteristic of differential frequency hopping system. Also, a kind of effective constructing technique is put forward, and the merits in improving the performance of BER and randomness of frequencies sequences are proved in theory. The technique is based on multi- dimension space transform, the realizing of this technique is convenience, and it is easy to control the secret key of frequency hopping.

**Key words** differential frequency hopping; frequency transition function; distance of free; markov chain

差分跳频是一种新的跳频通信技术,在差分跳频系统中,当前跳的频率值 $F_n$ 由上一跳的频率值 $F_{n-1}$ 和当前跳的信息符号共同来确定<sup>[1,2]</sup>。可以用式(1)来表示

$$F_n = G(F_{n-1}, X_n) \quad (1)$$

式中  $G$ 为频率转移函数,它是影响差分跳频性能的重要因素之一。差分跳频与传统的跳频技术不同,差分跳频的频点选择是由传输的信息来控制的,差分跳频所传输的信息反映在前后两个频点的相关性上。差分跳频可以实现较高的跳频速率(例如5 000跳/s),信息传输速率高,具有较强的抗跟踪式干扰和抗频率选择性衰落的能力。

可以用有向图的方式来直观地表达跳频过程中前后频点间的这种相关性。图1中所示的每个节点代表频率集中的一个频点,每个节点分出 $FC=2^{BPH}$ 个分支, $BPH$ 代表每跳所传输的比特数, $FC$ 也称为扇出系数,每个分支上标注了当前的信息符号。以包含64频点的频率集为例,图1中共有64个节点,

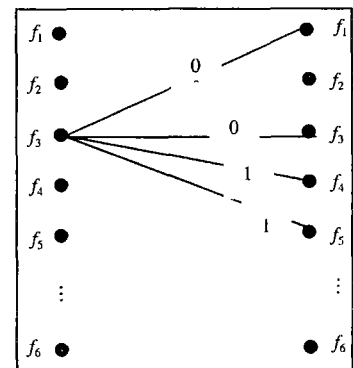


图1 差分跳频频率转移图

2003年9月1日收稿

\* 国防科技重点实验室基金资助项目

\*\* 男 28岁 博士生 主要从事移动通信、扩跳频通信技术方面的研究

当每跳传输两个比特时,各节点有4个分支(00, 01, 10, 11)。传输比特流按每BPH个比特构成一个符号组成传输符号流,按照给定的差分跳频有向图产生相应的频率序列。

差分跳频信号的接收方法是根据信号的时域波形特征、频域特征来判断发送的频率,再根据频率转移函数反向得出传输的数据。利用跳频频点前后相关性,纠正一些被错误检测的频率,达到误跳纠正的效果。可以针对一定长度的频率序列采用最大似然接收的方法来解调信号,进一步增强误跳纠正的能力<sup>[3]</sup>。

当采用最大似然接收的规则解调接收信号时,差分跳频的误码率性能取决于各合法频率转移路径的汉明距离。距离越大,选择错误的频率转移路径的可能性就越小,频率转移路径检测的纠错能力越强,系统的误码率性能也就越好。因此提高差分跳频系统误码率性能的关键,就在于设计合理的频率转移算法,使各个合法的频率转移路径间的汉明距离尽可能大。

文献[4]中提出了一种差分跳频系统转移函数的构造方法,并从理论上证明了经过充分多步转移后以相同的概率使用各个频点。本文则进一步归纳出频率转移函数的构造原则和优化目标,提出一种完备的频率转移函数构造方法,从理论上证明该方法达到了优化目标。

## 1 频率转移函数构造原则

所有任意两条不相同的无限长的频率转移路径之间的汉明距离中最小的汉明距离定义为频率转移函数的自由距<sup>[3]</sup>。这个自由距是由频率转移函数 $G$ 确定的,它是影响差分跳频通信系统误码性能的重要参数。

差分跳频系统的频率转移算法的核心要求为:尽可能以相同的概率使用各个频点,包括两点含义:

- 1) 任意频率出发,经过有限步频率转移,总能够转移到频率集中的任何频点;
- 2) 经过充分多步的频率转移后,以相同的概率转移到频率集中的各个频点上。

其中,为了满足各个频点均匀出现,频率转移函数应该满足以下的两个条件:

- 1) 每个频率节点的转入路径数和转出路径数一样均为 $FC$ ;
- 2) 除整个频率状态空间外,不存在任意个频率状态组成的闭集。

对于跳频频点数为 $N$ ,扇出系数为 $FC$ 的差分跳频通信系统。从任一频点出发经过一次频率转移后可能到达 $FC$ 个频点,再从这 $FC$ 个频点出发可能到达 $FC^2$ 个频点,依次类推,经过 $L$ 次频率转移后可能到达的频点数为 $FC^L$ 个。当频点数目满足 $FC^L > N$ 时必有至少两个频点重合,此时频率转移路径的汉明距离为 $L-1$ ,所有频率转移路径之间自由距所能达到得最大值,即 $[\lg N / \lg FC]$ ( $[\ ]$ 表示不大于括号内数值的整数)<sup>[3]</sup>。例如 $N=64$ , $FC=4$ 时,自由距所能达到的最大值为3。它表示,从一个频率出发的频率序列,最多经过4步后,总能找到两条路径相交于同一个频点。

增加频率转移路径的汉明距离,需要增加频率转移路径间的自由距,使自由距达到上面推导出的理论极限。假设跳频频点个数为 $N$ ,扇出系数为 $FC$ ,得到最小汉明距离的最大值为 $L = [\lg N / \lg FC]$ ,本文的目标就是构造一种频率转移算法,使得任意路径间的自由距都能达到最大值 $L$ 。在实际应用中,要求 $\lg N$ 能够被 $\lg FC$ 整除是很容易满足的,而且为了实现方便,一般系统也是这样设计的,所以在后面的论述中,都假定 $\lg N$ 能够被 $\lg FC$ 整除,即 $L = \lg N / \lg FC$ 。

如果将 $N$ 个频点看作 $N$ 个状态,差分跳频系统的频率转移过程就可以看成是频点从一个状态转移到另一个状态的过程。根据差分跳频的特点可知时刻 $k$ 的状态和 $k-1$ 之前的状态无关,所以差分跳频的频率转移过程实际上是一个马尔可夫过程,并且是马尔可夫链<sup>[5]</sup>。根据式(1),任意两个状态之间的转移概率仅由信源决定而与当前时刻无关,所以对于离散无记忆信源,差分跳频过程是齐次马尔可夫链。本文中的信号源,仅仅考虑离散无记忆的信源。假定输入的数据在可能的取值中是等概出现的,在实际应用中可以通过加扰方式来保证这一点。

根据差分跳频的上述特点和特殊要求,差分跳频频率转移函数的优化目标可以归纳为以下4点:

- 1) 频率转移过程是具有遍历性的马尔可夫链,保证能够用到频率集中的所有频率;
- 2) 各频率转移路径间的自由距达到最大值,保证差分跳频各个合法的频率转移路径间的距离最大,从而最大程度增加差分跳频信号的检测性能;
- 3) 频率转移过程中,频率的极限分布存在,极限分布中各个频率等概,是为了保证通信系统能够平均

的使用各个频点，频率序列的随机性好；

4) 频率转移过程中，到达极限分布的步数最小，进一步保证了频率序列的随机性。

## 2 一种频率转移函数构造方法

### 2.1 方法提出

优化目标1)和3)比较容易满足，要达到优化目标2)，关键在于从任意一频点出发的不同路径，在L步转移内，不会相交于同一个频点。采用线性空间的方法，可以直观的找到解决此问题的方法。本文可以把N个跳频频点，放入一个L维的有限离散线性空间中(各维坐标的取值都是0, 1, ..., FC-1的离散值)，把各个频点，看成是这个L维有限离散线性空间中的元素，频点与线性空间中的L维坐标向量一一对应。例如当N=8, FC=2, L=3时，8个跳频频点可以表示在三维空间中表示如图2所示。

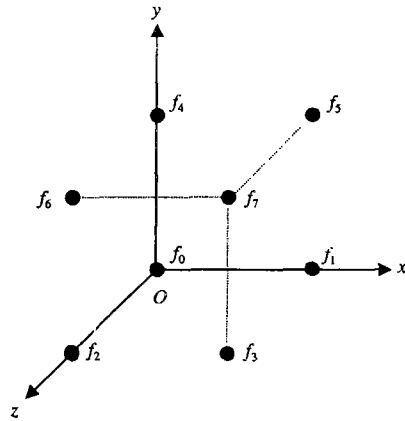


图2 跳频频点空间分布图

于是跳频频点的转移可以看成是上述多维空间中频点的坐标变换。变换可以表示为

$$a' = aA + xB \tag{2}$$

式中  $a$  表示变换前的原频点的坐标向量，L维行向量； $a'$  表示变换后的新频点的坐标向量，L维行向量； $x$  表示传输数据对应的向量，L维行向量； $A$  表示坐标变换矩阵，L×L维矩阵； $B$  表示传输数据扰动矩阵，L×L维矩阵。

优化目标2)进一步转化为：对于空间中任意一频点a,如果当前的传输数据不同，则不论后面的传输数据为何，在后面的连续L跳转移中，产生的频点也绝不相同。可以形象的理解为只要传输数据x产生的对线性空间中频点的扰动，要到L步以后才能完全消除，就能够实现达到最大自由距的目标。

一种简单的变换实现方法如下

频点在频率集中的序号  $m = \sum_{i=1}^L a_i FC^{L-i}$ ，其中 $a_i$ 表示向量a中第i维的取值。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$x = \{0 \ 0 \ 0 \ \cdots \ 0 \ 0 \ X\}$ ，X为传输数据的取值，取值范围为0到FC-1的整数

上述的变换实现方法可以直观的描述为：将L维坐标向量的各维数据依次填入L阶的移位寄存器，每次频率转移，就是移位寄存器作依次移位，并且把传输数据填入第一级寄存器。

上述的变换实现方法仅仅是一个特例，实际上可以任意调整L维坐标向量的各维数据填入L阶的移位寄存器的顺序，总共有L!(指L个元素的全排列数)种排列方法。不同的排列方法，对应于不同的坐标变换矩阵A和扰动矩阵B。同时在确定的坐标变换矩阵和扰动矩阵的条件下，传输数据和传输数据对应的向量有FC!种不同的对应关系。因此总共可以产生的频率转移算法种数为FC!×L!个。例如，当N=64, FC=4, L=3, 则可以产生的频率转移函数的种数为4!×3!=144种。如果频率集中的频点数N增大，频率转移函数的种数也增加。所以能够满足差分跳频系统对差分跳频频率转移函数数量的要求，而且可以将坐标变换矩阵、扰动矩阵和传输数据对应的向量作为控制频率转移的密钥，便于跳频图案的管理和控制。

### 3.2 理论证明

1) 在上述的离散有限线性空间中，这里以图3作为其一组标准正交基，则空间中的任意频点可以表示

为 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{L-2}, a_{L-1}, a_L$ 的线性组合

$$\begin{array}{l} a_1 = \{000 \dots 001\} \\ a_2 = \{000 \dots 010\} \\ a_3 = \{000 \dots 100\} \\ \vdots \\ a_{L-2} = \{001 \dots 000\} \\ a_{L-1} = \{010 \dots 000\} \\ a_L = \{100 \dots 000\} \end{array}$$

$$\alpha = x_1 a_1 + x_2 a_2 + x_3 a_3 + \dots + x_{L-2} a_{L-2} + x_{L-1} a_{L-1} + x_L a_L$$

式中  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{L-2}, x_{L-1}, x_L$  取值范围为0到 $FC-1$ 的任意整数, 在跳频过程中任意时刻的频点, 是由前面连续 $L$ 跳的传输数据完全确定的, 可以表示为

$$a' = x'_1 a_1 + x'_2 a_2 + x'_3 a_3 + \dots + x'_{L-2} a_{L-2} + x'_{L-1} a_{L-1} + x'_L a_L \quad (3)$$

式中  $x'_1, x'_2, x'_3, \dots, x'_{L-2}, x'_{L-1}, x'_L$  为位于下标所指定寄存器中的传输数据的取值, 由于传输数据在0到 $FC-1$ 间随机取值, 而且前后不相关, 所以跳频过程中产生的频点能够布满整个频点空间, 于是证明了频率转移过程是具有遍历性的马尔可夫链。

图3 标准正交基

2) 由于跳频过程中任意时刻的频点, 是由前面连续 $L$ 跳的传输数据完全确定的, 根据式(3), 不同传输数据在后续的 $L$ 步以内会按一定顺序依次作为不同的基向量的系数, 由于各个基向量相互正交, 任一基向量的系数不同, 线性组合产生的频点 $a'$ 也不同。因此任一频点出发的不同路径, 不管后续的传输数据如何, 在 $L$ 步以内都不可能相交于同一个频率点, 证明了各个合法频率转移路径间的自由距达到了最大值 $L$ 。

3) 由于传输数据在0到 $FC-1$ 间等概率出现, 根据式(3), 从跳频起始时刻开始,  $L$ 步以后转移到频点空间中的任意频点的概率都是相等的, 因此频率转移过程的极限分布存在(同时也是该过程的平稳分布), 并且极限分布中频点的出现概率相同, 都为 $1/N$ 。

4) 对于一个状态总数为 $N$ 的齐次马尔可夫链, 如果它的各个状态每步可能转移到的频率只有 $FC$ 个, 则显然该过程达到平稳分布的最小步数为 $\lg N / \lg FC$ (假设 $\lg N$ 能够被 $\lg FC$ 整除)步。而3)中证明了频率转移过程经过 $L(\lg N / \lg FC)$ 步就达到等概的极限分布, 所以证明了频率转移过程达到极限分布的步数最小。

### 3 应用举例

以 $N=8, FC=2$ 为例,  $L=\lg N / \lg FC=3$ , 频率转移算法的转移概率矩阵为

$$P = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$$

有

$$P^2 = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0.25 \\ 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0.25 \\ 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0.25 \\ 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0.25 \end{bmatrix}$$

和

$$P^3 = \begin{bmatrix} 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 \\ 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 \\ 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 \\ 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 \\ 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 \\ 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 \\ 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 \\ 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 \end{bmatrix}$$

$P^n = P^3 = P^L$ , 其中  $n$  为大于3的整数, 3步转移矩阵中的各项达到等概的极限分步, 与理论推导完全吻合。

## 5 结论

本文推导并归纳出构造差分跳频转移函数的原则和优化目标, 提出一种有效的构造方法, 并从理论角度证明该方法达到了优化目标。该类方法在提高系统误码率性能和频率随机性方面具有良好的性质, 方法构造方便, 便于跳频密钥的管理和控制, 能够产生的算法个数多, 对于一个具体的差分跳频系统的实现具有指导意义。

### 参 考 文 献

- [1] Herrick D L, Lee P K. CHESS: a new reliable high speed HF radio[C]. IEEE MILCOM'96,1996. 684-690
- [2] Herrick D L, Lee P K. Correlated frequency hopping: an improved approach to HF spread spectrum communications[C]. IEEE Proc. of the Tactical Communications Conference, 1996. 319-324
- [3] 潘武, 周世东, 姚彦. 差分跳频通信系统性能分析[J]. 电子学报, 1999, 27(11): 102-104
- [4] 杨裕亮, 何遵文, 匡镜明. 差分跳频系统的转移函数研究[J]. 通信学报, 2002, 23(4): 103-108
- [5] 朱庆棠, 陈良均. 随机过程及应用[M]. 成都: 电子科技大学出版社, 1996

编辑 孙晓丹

(上接第476页)

## 5 结论

本文分析了自编码扩频在白高斯噪声信道中的误码特性, 引入自编码扩频通信系统的等效扩频增益来描述其性能变化。针对低信噪比时自编码扩频通信系统中自干扰问题, 提出了改进的方法。计算机仿真说明, 论文中所作的分析和仿真结果是吻合的。自编码扩频的优势表现在扩频序列的动态可变, 增加了信号的隐蔽性。改善低信噪比时性能的方法, 是自编码扩频和经典PN码扩频的折衷, 牺牲了扩频码的动态可变特性, 虽在高信噪比、系统正常运行时完全不必要, 但为低信噪比时系统的正常工作提供了一种备选方案。

### 参 考 文 献

- [1] Viterbi A J. Wireless digital communication: a view based on three lessons learned[J]. IEEE Communication Magazine, 1991, 29(10): 33-36
- [2] Lok T M, Lehnnet J S. Error probability for generalized quadriphase signature sequences[J]. IEEE Trans. Commun., 1996, 44(4): 876-885
- [3] Nguyen L. Self-encoded spread spectrum communications[C]. Proc. of the 1999 military communication conference, Atlantic City, NT, 1999
- [4] 郭燕. 自编码扩频通信技术研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2003

编辑 孙晓丹