第 33 卷　第 3 期　　电 子 科 技 大 学 学 报　　Vol.33　No.3
2004 年 6 月　　Journal　of　UEST　of　China　　Jun. 2004

修理延迟的两个不同型部件冷贮备系统

唐应辉，刘　燕

(电子科技大学应用数学学院　成都　610054)

【摘要】研究了修理延迟的两个不同部件组成的冷贮备系统。假定工作寿命、延迟修理时间和修理时间均服从一般分布，利用马尔可夫更新过程知识和使用拉普拉斯变换(或拉普拉斯–司梯阶变换)，讨论了系统的首次故障前时间、可用度和平均故障次数等可靠性指标，获得重要的结果。

关　键　词　延迟修理;　更新过程;　可靠性;　冷贮备系统

中图分类号　O213.2　　　文献标识码　A

Reliability Analysis of a Two Different Units Cold Standby Repairable System with Delay Repair

Tang Yinghui，Liu Yan

(School of Applied Mathematics, UEST of China　Chengdu　610054)

Abstract　This paper considers a cold standby system consisting of two different units with t delay repair. Assuming that the working life, the delay repair time and the repair time are general distributions , some main reliability quantities, such as MTTFF, availability and average failure number, are analyzed by Markov renewal process and Laplace transform. Some important reliability results are obtained.

Key words　delay repair;　renewal process;　reliability;　cold standby system

目前，在系统可靠性的研究中，大多数文献考虑的系统都是假定系统部件故障后能立即得到修理[1~4]。但在实际中，系统发生故障后，由于要先判断故障原因或请外单位的修理工等一系列问题，常常会造成修理的延迟，所以考虑修理有延迟的情况是十分必要的，而且具有重要的理论意义和应用价值。

1　模型假设

本文考虑的模型为：

系统是由两个不同型部件和一个修理工组成的冷贮备系统，假设部件 i 的工作寿命 X_i 和故障后的修理时间 Y_i 分别服从一般分布 $F_i(t)$ 和 $G_i(t)$,其均值分别为 l_i 和 m_i， $i=1,2$ ；所有延迟修理时间 H 都服从相同的一般分布 $H(t)$ ，其均值为 b 。进一步假设如下：

1) X_1, X_2, Y_1, Y_2 相互独立；
2) 贮备部件即不出故障，也不劣化；
3) 转换开关是完全可靠的，状态转换是瞬时的；
4) 故障的部件修复如新；
5) 部件发生故障后到开始修理有一段随机时间 H 的延迟，且延迟修理时间 H、 X_i 和 Y_i 相互独立；

定义系统状态为：

收稿日期：2002 – 10 – 20
基金项目：四川省学术与技术带头人培养基金资助项目(Y02001011001003)
作者简介：唐应辉(1963 –)，男，博士，教授，博士生导师，主要从事排队论、可靠性理论等方面的研究.

状态-1：进入状态-1的时刻，部件1开始工作，部件2冷贮备，部件1在开始工作时刻是新的；

状态0：进入状态0的时刻，部件2开始工作，部件1的延迟修理开始；

状态1：进入状态1的时刻，部件1开始工作，部件2的延迟修理开始；

为分析方便，设虚设状态为：

状态2：进入状态2的时刻为一个部件正在工作，另一个部件修理结束的时刻；

状态3：进入状态3的时刻为一个部件正在修理，另一个工作部件发生故障的时刻。

通过分析易知，初始状态-1是滑过状态，进入状态0和状态1是系统的再生点。令$X(t)=j$表示在时刻t系统处于状态 $j\ (j=-1,0,1)$，并用T_n表示系统第n次发生状态转移的时刻，$Z_n=X(T_n+0)$表示第n次转移时刻系统所进入的状态。容易验证$\{Z_n,T_n;n=0,1,2,\cdots\}$是状态空间$E=\{-1,0,1\}$上的马尔可夫更新过程，$\{X(t),t\geq 0\}$是一个半马尔可夫过程。设$Q_{ij}(t)$表示其半马尔可夫核，$i=-1,0,1$，$j=0,1,2,3$，则

$$Q_{-10}(t)=F_1(t)\ ；\ Q_{01}(t)=\int_0^t G_1(u)*H(u)\mathrm{d}F_2(u)+\int_0^t F_2(u)\mathrm{d}G_1(u)*H(u)$$

$$Q_{10}(t)=\int_0^t G_2(u)*H(u)\mathrm{d}F_1(u)+\int_0^t F_1(u)\mathrm{d}G_2(u)*H(u)$$

$$Q_{03}(t)=\int_0^t[1-G_1(u)*H(u)]\mathrm{d}F_2(u)\ ；\ Q_{13}(t)=\int_0^t[1-G_2(u)*H(u)]\mathrm{d}F_1(u)$$

$$\hat{Q}_{01}^2(t)=\int_0^t G_1(u)*H(u)\mathrm{d}F_2(u)\ ；\ \hat{Q}_{10}^2(t)=\int_0^t G_2(u)*H(u)\mathrm{d}F_1(u)$$

式中 “$*$”为分布函数的卷积，即$G(t)*F(t)=\int_0^t G(t-x)\mathrm{d}F(x)=\int_0^t F(t-x)\mathrm{d}G(x)$。对半马尔可夫核作拉普拉斯–司蒂尔吉变换(LS)

$$\hat{Q}_{-01}(s)=\hat{F}_1(s)\ ；\ \hat{Q}_{01}(s)=\int_0^\infty \mathrm{e}^{-st}G_1(t)*H(t)\mathrm{d}F_2(t)+\int_0^\infty \mathrm{e}^{-st}F_2(t)\mathrm{d}[G_1(t)*H(t)]$$

$$\hat{Q}_{10}(s)=\int_0^\infty \mathrm{e}^{-st}G_2(t)*H(t)\mathrm{d}F_1(t)+\int_0^\infty \mathrm{e}^{-st}F_1(t)\mathrm{d}[G_2(t)*H(t)]$$

$$\hat{Q}_{03}(s)=\int_0^\infty \mathrm{e}^{-st}[1-G_1(t)*H(t)]\mathrm{d}F_2(t)\ ；\ \hat{Q}_{13}(s)=\int_0^\infty \mathrm{e}^{-st}[1-G_2(t)*H(t)]\mathrm{d}F_1(t)$$

$$\hat{Q}_{01}^2(s)=\int_0^\infty \mathrm{e}^{-st}G_1(t)*H(t)\mathrm{d}F_2(t)\ ；\ \hat{Q}_{10}^2(s)=\int_0^\infty \mathrm{e}^{-st}G_2(t)*H(t)\mathrm{d}F_1(t)$$

2 重要可靠性指标的分析

定理 1 令$F_i(t)=P\{$系统首次故障前时间$\leq t/Z_0=i\}$表示系统在时刻0进入状态i的条件下，系统首次故障前时间分布，且设首次故障前平均时间为$\hat{T}_i$，则

$$\hat{T}_{-1}=\frac{1}{l_1}+\frac{\dfrac{1}{l_2}+\dfrac{\hat{Q}_{01}^2(0)}{l_1}}{1-\hat{Q}_{01}^2(0)\hat{Q}_{10}^2(0)}\qquad \hat{T}_0=\frac{\dfrac{1}{l_2}+\dfrac{\hat{Q}_{01}^2(0)}{l_1}}{1-\hat{Q}_{01}^2(0)\hat{Q}_{10}^2(0)}$$

$$\hat{T}_1=\frac{\dfrac{1}{l_1}+\dfrac{\hat{Q}_{10}^2(0)}{l_2}}{1-\hat{Q}_{01}^2(0)\hat{Q}_{10}^2(0)}$$

式中 $\hat{Q}_{01}^2(0)=\int_0^\infty G_1(t)*H(t)\mathrm{d}F_2(t)$，$\hat{Q}_{10}^2(0)=\int_0^\infty G_2(t)*H(t)\mathrm{d}F_1(t)$。

证明 利用全概率分解技术，得

$$F_{-1}(t)=P\{\text{系统首次故障前时间}\leq t/Z_0=i\}=$$
$$\int_0^t P\{t\leq t/Z_1=0,T_1=u,Z_0=-1\}=$$
$$\int_0^t F_0(t-u)\mathrm{d}Q_{-10}(u)=F_0(t)*Q_{-10}(t)$$

同理可得 $F_0(t)=Q_{03}(t)+F_1(t)*Q_{01}^2(t)$，$F_1(t)=Q_{13}(t)+F_0(t)*Q_{10}^2(t)$。

作LS变换，经过计算可解得$F_i(t)$的LS变换$\hat{F}_i(s)$，再由$\hat{T}_i=-\dfrac{\mathrm{d}\hat{F}_i(s)}{\mathrm{d}s}\Big|_{s=0}$可得。

定理 2　设系统可用度$A_i(t)=P\{$时刻t系统处于正常／$Z_0=i\}$，$i=-1,0,1$，则系统的稳态可用度为

$$A=\lim_{t\to\infty}A_i(t)=\frac{l_1+l_2}{Ll_1l_2}$$

式中　$L=\int_0^{\infty}tG_2(t)*H(t)\mathrm{d}F_1(t)+\int_0^{\infty}tG_1(t)*H(t)\mathrm{d}F_2(t)+\int_0^{\infty}tF_2(t)\mathrm{d}[G_1(t)*H(t)]$，与初始状态$i$无关。

证明　$A_{-1}(t)=P\{$时刻t系统处于正常／$Z_0=-1\}=1-Q_{-10}(t)+A_0(t)*Q_{-10}(t)$

同理可得　$A_0(t)=1-F_2(t)+A_1(t)*Q_{01}(t)$，$A_1(t)=1-F_1(t)+A_0(t)*Q_{10}(t)$。

作LS变换(L)，经过计算可解得$A_i(t)$的L变换$\hat{A}_i^*(s)$，再由托贝尔定理[4]，得$A=\lim_{s\to0^+}s\hat{A}_i^*(s)$，于是使用罗必达法则即得。

定理 3　设$N(t)$表示在$(0,t]$时间内系统的故障次数，$M_i(t)=E\{N(t)/Z_0=i\}$，$i=-1,0,1$，则稳态故障频度为

$$M=\lim_{t\to\infty}\frac{M_i(t)}{t}=\frac{\hat{Q}_{03}(0)+\hat{Q}_{13}(0)}{L}$$

式中　$\hat{Q}_{03}(0)=1-\int_0^{\infty}G_1(t)*H(t)\mathrm{d}F_2(t)$，$\hat{Q}_{13}(0)=1-\int_0^{\infty}G_2(t)*H(t)\mathrm{d}F_1(t)$，与初始状态$i$无关。

证明　$M_0(t)=E\{N(t)/Z_0=0\}=Q_{03}(t)+M_1(t)*Q_{01}(t)$。

同理可得　$M_{-1}(t)=M_0(t)*Q_{-10}(t)$，$M_1(t)=Q_{13}(t)+M_0(t)*Q_{10}(t)$。

作LS变换，经过计算可解得$M_i(t)$的LS变换$\hat{M}_i(s)$。再由托贝尔定理[4]，得稳态故障频度为$M=\lim_{t\to\infty}\dfrac{M_i(t)}{t}=\lim_{s\to0^+}s\hat{M}_i(s)$，于是使用罗必达法则即得。

可以验证，当修理延迟时间为零时，本文所得结果与文献[1]完全相同，所以本文研究的模型较文献[1]更一般，是文献[1]的推广。

本文研究工作得到了电子科技大学青年基金资助(No.Y02012011001001)，在此表示感谢。

参　考　文　献

[1] 曹晋华, 程　侃. 可靠性数学引论[M]. 北京: 科学出版社, 1986

[2] 张元林. 两部件冷备系统的可靠性分析及其最优更换策略[J]. 高校应用数学学报, 1995, 10(1): 1-11

[3] Tang Yinghui. Some new reliability problems and results for one-unit repairable system[J]. Microelectronics & Reliability, 1996, 36(4): 465-468

[4] Widder D W. The Laplace transform[M]. Princeton: Prince University Press, 1946

编　辑　刘文珍