

# 一种双星定位与捷联惯性的融合方法

刘建业, 林雪原, 赖际舟, 孙永荣

(1. 南京航空航天大学导航研究中心 南京 210016; 2. 海军航空工程学院电子工程系 山东 烟台 264001)

**【摘要】**捷联惯性导航系统的主要缺点是导航定位误差随时间增长, 双星定位系统是一种区域性卫星定位系统, 可输出较高精度的水平位置, 然而双星定位系统具有位置滞后与用户隐蔽性差的特点, 针对其位置滞后现象研究了捷联惯性导航系统与双星定位系统进行组合的滤波方法, 提出了其量测噪声的统计模型, 同时设计其组合的时机以弥补系统的隐蔽性差的问题。仿真结果表明该滤波方法可行, 具有较好的工程应用价值。

**关键词** 双星定位; 捷联惯导; 时间更新方程; 滤波; 组合

中图分类号 U666.11 文献标识码 A

## One Fusion Method of Double-Star Positioning System and SINS

LIU Jian-ye, LIN Xue-yuan, LAI Ji-zhou, SUN Yong-rong

(1. Center of Navigation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics Nanjing 210016;

2. Electronic Department, Naval Aeronautics Engineering Academy Shandong Yantai 264001)

**Abstract** The main shortcoming of the strap-down inertial navigation system (SINS) is the increasing navigation positioning errors with time. Double-star positioning system is one regional satellite positioning system built up by our country, and can output horizon position information with high accuracy, but the double-star positioning system has the characteristic of output position lag and bad concealment. This paper studies the filtering method for this integration system aiming at the position lag, and puts forward the statistical model of the measurement noise of integration system for the first time, at the same time designs the time of integration in order to compensate for the bad concealment. The simulating results show this filtering method is feasible, which has better value of engineering application.

**Key words** double-star positioning; strap-down inertial navigation system; time update equation; filter; integration

北斗双星定位系统(简称双星定位系统)是我国自行研制的区域性定位系统, 可以对我国领土及周边地区进行准确定位, 因此双星定位与捷联惯性的组合是我国导航定位领域的一种发展趋势。

双星定位系统采用有源定位体制, 存在位置滞后及隐蔽性差的特点, 本文针对其位置滞后的特点, 设计了滤波方法; 针对双星定位系统隐蔽性差的特点, 采用中等或高等精度的惯导系统, 以捷联惯导工作为主, 在系统工作区间内采用双星定位系统对捷联惯导进行适当修正, 仿真结果表明该滤波方法可行, 可有效提高系统的定位精度, 可应用于对隐蔽性要求较高、不依赖于全球定位系统(Global Positioning System, GPS)的载体。

收稿日期: 2003-06-02

基金项目: 国家十五预研基金资助项目

作者简介: 刘建业(1957-), 男, 教授, 主要从事卫星定位、组合导航及智能控制等方面的研究; 林雪原(1970-), 男, 博士后, 副教授, 主要从事组合导航、信息融合、无源定位方面的研究。

## 1 系统状态方程、观测方程的建立

双星定位系统的定位原理是：地面用户依靠控制中心内部的数字地图提供高程来进行水平定位，空中用户依赖气压高度表进行水平定位<sup>[1,2]</sup>。由于惯导系统的高度通道不稳定，而双星定位系统提供的垂直高度精度又很低，因此综合系统不考虑垂直通道。则系统的状态方程取为惯导系统的3个平台误差角、2个水平速度误差、2个水平位置误差，陀螺漂移误差模型为随机常数、一阶马尔可夫过程和白噪声之和，加速度计误差模型考虑为一阶马尔可夫过程，则系统状态方程为<sup>[3]</sup>：

$$\frac{dX_I}{dt} = F_I(t)X_I(t) + G_I(t)W_I(t) \quad (1)$$

式中

$$X_I = [\mathbf{f}_E \quad \mathbf{f}_N \quad \mathbf{f}_U \quad d v_E \quad d v_N \quad d L \quad d l \quad \mathbf{e}_{bx} \quad \mathbf{e}_{by} \quad \mathbf{e}_{bz} \quad \mathbf{e}_{rx} \quad \mathbf{e}_{ry} \quad \mathbf{e}_{rz} \quad \nabla_x \quad \nabla_y \quad \nabla_z]^T$$

$$W_I = [w_{gx} \quad w_{gy} \quad w_{gz} \quad w_{bx} \quad w_{by} \quad w_{bz} \quad w_{ax} \quad w_{ay} \quad w_{az}]^T$$

由于双星定位系统可输出水平位置信息，不考虑高度通道，系统的量测方程为：

$$Z_p(t) = H_p(t)X_I(t) + V_p(t) \quad (2)$$

式中  $H_p = [0_{2 \times 5} \quad M \text{diag}[R_M \quad R_N \cos L] \quad M \quad 0_{2 \times 9}]$ ， $V_p$  为双星定位系统的量测噪声，经过差分处理后，认为是白噪声，其方差的建模较复杂。

## 2 组合系统滤波方法研究

在组合系统初始工作时，须保证惯导系统与双星接收机的工作时序完全同步，都采用北京时间。

因为双星定位系统是一种有源工作方式，容易暴露用户的目标，特别是对于军事用户，因此要求组合系统以惯性测量器件(Intertial Measurement Units, IMU)工作为主，组合系统卡尔曼滤波器对IMU的修正只占系统工作时间的小部分，其工作时间分配如图1所示。

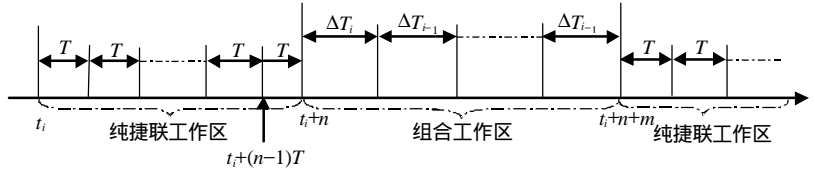


图1 双星定位/SINS组合的时间分配示意图

在图1中，时间区间 $[t_i, t_{i+n}]$ 为纯捷联惯导的工作时间，此时双星定位不工作，在此时间区间内以一定的时间间隔 $T$  (可假设1 s)计算纯捷联惯性导航系统(Strap-down Inertial Navigation System, SINS)的方差变化情况，可定义为 $P(k)$ 。当前时刻的 $P(k)$ 的状态以及陀螺、加速度计的输出值、IMU的导航参数可作为一个数组储存于计算机内，并且新的 $P(k)$ 的状态以及陀螺、加速度计的输出值、IMU的导航参数将取代旧的状态。可以推导出 $P(k)$ 的形式为：

$$P(k) = \mathbf{F}(k, k-1)P(k-1)\mathbf{F}^T(k, k-1) + \mathbf{G}(k, k-1)\mathbf{Q}(k-1)\mathbf{G}^T(k, k-1) \quad (3)$$

如图1所示，假设在双星定位发射定位申请信号前，最后一次计算纯SINS的方差为 $P(k)$ ，其对应的时刻为 $t_i + (n-1)T$ ，并将 $P(k)$ 连同当前时刻的IMU的状态以及IMU的导航参数存储于事先设定的数组内。假如再过 $T_1$  ( $T_1 < T$ )时间，到达 $t_{i+n}$ 时刻，双星定位接收机发射定位申请信号，并且于 $t_{i+n} + \Delta T_i$ 时刻双星定位接收机收到定位信息，注意：在此时，即 $t_{i+n} + \Delta T_i$ 时刻双星定位接收机收到的定位信息实际上是 $t_{i+n}$ 时刻载体的卫星定位数据，根据 $t_i + (n-1)T$ 时刻存储的数据以及 $t_{i+n} + \Delta T_i$ 时刻双星定位接收机收到定位信息进行Kalman 滤波实际上是对 $t_{i+n}$ 时刻的最优滤波，可表示为：

$$\hat{X}_{k+1|k} = \mathbf{F}_{k+1,k} \hat{X}_k \quad (4)$$

$$P_{k+1|k} = \mathbf{F}_{k+1,k} P_k \mathbf{F}_{k+1,k}^T + \mathbf{G}_k \mathbf{Q}_k \mathbf{G}_k^T \quad (5)$$

$$K_{k+1} = P_{k+1|k} \mathbf{H}_{k+1}^T (\mathbf{H}_{k+1} P_{k+1|k} \mathbf{H}_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1} \quad (6)$$

$$\hat{X}_{k+1} = \hat{X}_{k+1|k} + K_{k+1}(Z_{k+1} - H_{k+1}\hat{X}_{k+1|k}) \quad (7)$$

$$P_{k+1} = (I - K_{k+1}H_{k+1})P_{k+1|k}(I - K_{k+1}H_{k+1})^T + K_{k+1}R_{k+1}K_{k+1}^T \quad (8)$$

$$\text{或 } P_{k+1} = (I - K_{k+1}H_{k+1})P_{k+1|k}$$

式(4)~(8)中,下标 $k+1$ 代表时刻 $t_{i+n}$ ,而下标 $k$ 代表 $t_i+(n-1)T$ 时刻。利用式(4)~(8)得到 $t_{i+n}$ 时刻的最优滤波值,而现时刻为 $t_{i+n} + \Delta T_i$ 。 $t_{i+n} + \Delta T_i$ 时刻的滤波值可根据 $t_{i+n}$ 时刻的最优滤波值由卡尔曼滤波的时间更新方程(即卡尔曼滤波的一步预测方程)确定:

$$\hat{X}'_{t_{i+n}+\Delta T_i} = F_{t_{i+n}+\Delta T_i, t_{i+n}} \hat{X}_{k+1} \quad (9)$$

$$P'_{t_{i+n}+\Delta T_i} = F_{t_{i+n}+\Delta T_i, t_{i+n}} P_{k+1} F_{t_{i+n}+\Delta T_i, t_{i+n}}^T + G_{t_{i+n}} Q_{t_{i+n}} G_{t_{i+n}}^T \quad (10)$$

式中  $F_{t_{i+n}+\Delta T_i, t_{i+n}} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{[A \cdot \Delta T_i]^m}{m!}$ ;  $Q_{t_{i+n}} = q\Delta T_i + [Aq + (Aq)^T] \frac{(\Delta T_i)^2}{2!} + L$ , 其中 $A$ 为 $t_{i+n}$ 时刻由惯导确定的系统矩阵; $q$ 为惯导的激励白噪声的噪声方差强度阵。

现在可用 $\hat{X}'_{t_{i+n}+\Delta T_i}$ 来修正现时刻 $t_{i+n} + \Delta T_i$ 惯导的导航参数以及反馈修正陀螺、加速度计的输出。式(9)、(10)进行的卡尔曼滤波修正是一种次优滤波,相对最优滤波来说对系统精度影响极小<sup>[4]</sup>。

假设在时间区间 $[t_{i+n}, t_{i+n+m}]$ 内,系统为组合作模式,假如在 $t_{i+n} + \Delta T_i$ 时刻双星定位接收机收到定位信息后又立即发射新的定位申请信号,且在 $t_{i+n} + \Delta T_i + \Delta T_{i+1}$ 时收到新的定位信息,此时也应该注意 $t_{i+n} + \Delta T_i + \Delta T_{i+1}$ 时双星定位接收机收到定位信息实际上是 $t_{i+n} + \Delta T_i$ 时刻载体的卫星定位数据,则利用 $t_{i+n} + \Delta T_i + \Delta T_{i+1}$ 时双星定位接收机收到定位信息与式(4)~(8)所示的 $t_{i+n}$ 时刻的最优滤波值 $P_{k+1}$ 、 $\hat{X}_{k+1}$ 可得到 $t_{i+n} + \Delta T_i$ 时刻的最优滤波值。现时刻 $t_{i+n} + \Delta T_i + \Delta T_{i+1}$ 的滤波值可由 $t_{i+n} + \Delta T_i$ 时刻的最优滤波值进行一步预测得到,用 $\hat{X}'_{t_{i+n}+\Delta T_i+\Delta T_{i+1}}$ 来修正现时刻 $t_{i+n} + \Delta T_i + \Delta T_{i+1}$ 惯导导航参数以及反馈修正陀螺、加速度计的输出。

在时间区间 $[t_{i+n}, t_{i+n+m}]$ 内,依次类推可得到系统的滤波算法。在时刻 $t_{i+n+m}$ 后系统又转入纯捷联工作,并且此后的第一次纯捷联的方差计算是以时间区间 $[t_{i+n}, t_{i+n+m}]$ 内最后一次时间更新方程为基础的。

### 3 系统噪声方差阵的确定

GPS定位系统通过选星可保证其定位误差达到最小,并且定位误差的范围在地球的任何部分相差不大。而北斗双星定位系统的定位只依赖于两颗卫星,没有选择的余地,因此其定位误差大小随着载体所处位置的不同而不同,相对于经度的变化来说,纬度的变化对双星定位误差影响较大。

影响双星定位精度的因素有星历误差、传播误差(电离层、对流层延迟影响、设备时延影响等)、高程误差。星历误差对双星定位精度影响较大,但双星定位采用差分技术,经过差分技术后,星历误差、传播误差对双星定位精度的影响大为降低,高程误差对双星定位精度的影响不能通过差分技术予以消除或减弱。

由传播误差引起的测距误差的均方差假设为 $m_0$ ,则系统的定位误差的均方差为<sup>[5,6]</sup>:

$$s_{ns0} = \frac{m_0}{2\sin L \sin(I_2 - I_1)} \sqrt{\sin^2(I_2 - I) + 5\sin^2(I_1 - I) + 2\sin(I_2 - I)\sin(I_1 - I)} \oplus \quad (11)$$

$$s_{ew0} = \frac{m_0}{2\sin(I_2 - I_1)} \sqrt{\cos^2(I_2 - I) + 5\cos^2(I_1 - I) + 2\cos(I_2 - I)\cos(I_1 - I)} \quad (12)$$

式中  $(I, L)$ 为载体所处的经、纬度; $(I_i, L_i)$ 为地球同步卫星所处的经、纬度( $i=1,2$ )。

经过差分修正后,星历误差可等效于一个较小的测距误差,设其方差均为 $m_1$ ,则经过差分修正后星历误差引起的系统的定位误差的均方差 $s_{ns1}$ 、 $s_{ew1}$ 可表示为式(11)、(12)的形式,此时以 $m_0$ 替换 $m_1$ 。

高程误差引起的双星定位误差均方差为:

$$s_{nsH} = \cot L \Delta H_U - \frac{R_N \Delta H_U}{R_N + h} \frac{\sin(I_2 - I) - \sin(I_1 - I)}{\sin L \sin(I_2 - I_1)} \quad (13)$$

$$s_{ewH} = \frac{R_N \Delta H_U}{R_N + h} \left| \frac{\cos(I_2 - I) - \cos(I_1 - I)}{\sin(I_1 - I_2)} \right| \quad (14)$$

式中  $h$  为载体的高度,  $\Delta H_U$  为高程误差的均方差,  $R_N$  为地球酉卯圈的曲率半径。上述诸式中, 下标  $ew$  代表东西向, 下标  $ns$  代表南北向。

综合式(11)~(14), 得双星定位系统的量测误差的均方差为:

$$s_{ew}^2 = \sqrt{s_{ew0}^2 + s_{ew1}^2 + s_{ewH}^2}, \quad s_{ns}^2 = \sqrt{s_{ns0}^2 + s_{ns1}^2 + s_{nsH}^2} \quad (15)$$

## 4 仿真与结论

本系统仿真时间共1 200 s, 采用的轨迹由平飞、转弯、爬升和加速等飞行状态构成。平台初始误差角取为东向100", 北向100", 天向200"; 三维速度、位置误差分别为1 m/s, 15 m。陀螺漂移为0.1°/h, 等效加速度计零偏为 $10^{-4}g$ , 陀螺时间相关漂移为0.1°/h, 陀螺白噪声漂移为0.1°/h。飞机初始位置为北纬32°, 东经118°, 高度1 000 m。初始航向0°, 速度300 m/s。

对上述飞行轨迹, 采用协方差分析法对组合后的系统进行仿真, 系统以纯捷联工作为主, 在296~305 s、596~605 s、896~905 s、1 196~1 200 s期间系统进行组合, 假设双星定位系统自发射定位申请到接收到定位信息的时间均为1 s, 高程误差为50 m, 经过差分修正后的测距误差与星历误差的等效测距误差分别为20 m与10 m, 仿真后的各导航参数如图2~4所示。

从图2~4的仿真曲线可以得出如下结论:

1) 双星定位与捷联惯导的组合方法可行, 可有效地提高系统的精度; 2) 该滤波方法可采用了最优预测的方法, 虽说其计算量相对于传统的最优滤波要大一些, 然而在计算机技术高速发展的今天, 此计算量显得微不足道; 3) 适当调整组合的间隔可降低载体暴露目标的可能性, 在非常时期可避免受制于GPS; 4) 如果进一步缩短纯捷联惯导的工作时间则组合系统的精度将会进一步提高。

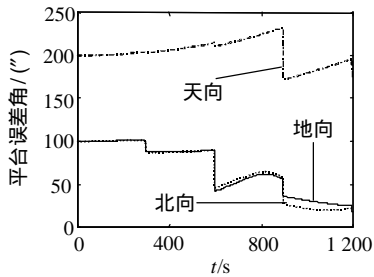


图2 姿态角误差曲线

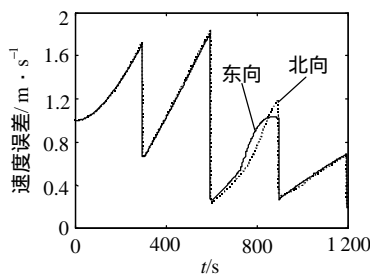


图3 水平速度角误差曲线

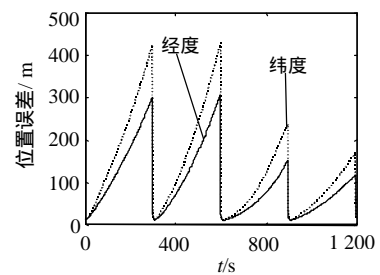


图4 水平位置误差曲线

## 参 考 文 献

- [1] 王正凡, 郝岩. 双星定位模型及其试验结果分析[J]. 导航, 1991, (1): 25-32
- [2] 国良, 丁子明. 双星系统工作方式改进的探讨[J]. 电子学报, 2001, 29(9): 1 217-1 820
- [3] 袁信, 俞济祥. 导航系统[M]. 北京: 航空工业出版社, 1993
- [4] 王宇飞. 信息融合技术在巡航导弹组合导航系统中的应用研究: [学位论文][D]. 哈尔滨工业大学, 2000
- [5] Ken Ito, Kazuaki Hoshino. Differential positioning experiment using two geo-stationary satellites[J]. IEEE Transaction on Aerospace And Electronic System, 1993, 29(3): 866-877
- [6] Kazuhiro Kimura, Eihisa Morikawa. Communication and radio determination system using two geostationary satellites, Part 2: Analysis of positioning accuracy[J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic System, 1996, 32(1): 314-325