·教学讨论·

反馈型振荡器起振条件的新研究

于红兵
(成都信息工程学院通信工程系　成都　610041)

【摘要】阐述了目前被广泛应用的对于反馈型振荡器的分析方法在描述起振条件和稳定条件时存在严重的逻辑缺陷。提出了一种普适的起振条件判据，推导出两组具体而又具有实际指导意义的起振条件判据，阐明了不存在“频率稳定条件”的理由。

关　键　词　反馈型振荡器;　起振条件;　环路增益;　信号模式;　相量法

中图分类号　TN753.5　　　**文献标识码**　A

New Study of the En-Oscillating Condition for Feedback Oscillator

YU Hong-bing
(Dept.of Communication Engineering，CUIT　Chengdu　610041)

Abstract　Because of its fatal imperfections in the logical procedure，the widely-accepted analysis in the form of phasor method applied to obtain the en-oscillating condition and the stabilizing condition for feedback oscillator prove wrong. In the paper，a general en-oscillating criterion is brought forward for the first time，and by means of this criterion，two concrete en-oscillating condition in the form of phasor method are logically deduced, which are reasonably practicable. In the end，the stabilizing condition for oscillator is sentenced to be nothing.

Key words　feedback oscillator;　en-oscillating condition;　loop gain;　format of signal; phasor method

对于电子电路是缘于何种理由而开始起振的问题，现有的电路理论并没有进行严谨的逻辑分析，得出的结论中存在原则性错误。根据现有理论，电路的起振条件为：$T(\mathrm{j}\omega_{\mathrm{osc}})>1$，式中$T(\mathrm{j}\omega_{\mathrm{osc}})$是在振荡频率$\omega_{\mathrm{osc}}$处的环路增益，而起振后为实现平衡振荡要满足的一个重要条件是频率稳定条件：$\left.\dfrac{\partial\phi_T(\omega)}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_{\mathrm{osc}}}<0$，其中$\phi_T(\omega)$为$T(\mathrm{j}\omega)$的幅角，这两个条件都是错的。本文基于对起振问题的规范化理解，使对于正弦波振荡产生机制的分析真正建立在严谨的逻辑推导的基础上，在新理论建立的同时指出现有理论的逻辑缺陷。

1　振荡条件对比分析

1.1　振荡器理论分析的现状

建立振荡需要满足的条件是用相量法的形式描述的，它通常被表述为平衡条件：

$$T(\mathrm{j}\omega_{\mathrm{osc}})=1 \tag{1}$$

起振条件：

收稿日期：2004－10－12
作者简介：于红兵(1965－)，男，硕士，主要从事电路理论与应用方面的研究.

$$T(\mathrm{j}\omega_{\mathrm{osc}})>1 \tag{2}$$

振幅稳定条件：

$$\left.\frac{\partial|T(\mathrm{j}\omega)|}{\partial X}\right|_{\omega=\omega_{\mathrm{osc}}}<0 \tag{3}$$

频率稳定条件：

$$\left.\frac{\partial\phi_T(\omega)}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_{\mathrm{osc}}}<0 \tag{4}$$

式中　X 为电路的某一电路变量，ω_{osc} 为振荡频率。以上结论已被普遍接受，被视为成熟的论断，并已写入国内外各种电子线路教材，而且对结论的表述或“论证”也只有繁简之别，本质上并无不同，其中较为详尽者如文献[1～3]。但结论(2)、(4)的“论证”过程并不能获得严密的数学推理的支持，具体分析如下：

首先，关于起振条件 $T(\mathrm{j}\omega_{\mathrm{osc}})>1$ 的由来，通常是认为当反馈量 $XT(\mathrm{j}\omega_{\mathrm{osc}})$ 大于电路变量的原值 X 时，振幅就会不断增长，接通电源后振荡就会由小到大地建立起来。但这种看法违反了逻辑同一律。显然，任何电路变量都不可能同时具有两个不相等的数值。具体到反馈型振荡器中的反馈量与电路变量的原值，这两者所指的是同一时间、同一个物理量的取值，不能其中一个大于另一个。

其次，频率稳定条件 $\left.\frac{\partial\phi_T}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_{\mathrm{osc}}}<0$ 的证明过程在逻辑上也是牵强的。总之，虽然反馈型振荡器得到了极为广泛的应用，但其现有的理论分析由于使用了错误的直觉推断而非严谨的数学推演，建立在明显错误的逻辑前提上，只能是直觉和经验相杂拌而形成的一些工程猜想而已，最终降低了理论把握的高度和指导实践的能力。鉴于此，本文将对反馈型振荡器的起振条件做出一个更加合理的推导与表述。

1.2　振荡器起振条件的规范分析

开始起振时信号从零开始变化，有一个小信号过程，这时可以认为电路工作在线性区。即使电路需要进入非线性区以达到平衡振荡，但能否检测到起振信号与此无关，在判断能否起振的问题上采取线性化分析是很恰当的，起振问题就是一个线性电路的零激励问题。信号模式是很规范的，只能为 e^{st} (其中 s 为复频率，或电路的特征根)或 $t^n\mathrm{e}^{st}$ (其中 n 为正整数)。而在 s 取定时，后者的增长趋势与前者相似，并且电路中只有允许 e^{st} 模式存在时才能允许 $t^n\mathrm{e}^{st}$ 模式存在，故研究起振问题时只需讨论 e^{st} 模式的解即可。相应地，环路增益也应记为 $T(s)$。若有 s_0 使环路增益 $T(s_0)=1$，则说明 $XT(s_0)=X$ (其中 X 具有 e^{s_0t} 的变化形式)，即电路变量 X 有非平凡解，相应的信号模式 e^{s_0t} 能在零激励的条件下存在于电路中，对应的 s_0 应该是特征根，而 $T(s_0)=1$ 是特征方程。(这一等式说明：在任意时刻，由计算得到的实际反馈量应该等于原值，两者实际上是同一个量)。这种看法避免了现有看法违反同一律的逻辑缺陷。若进一步满足 $\mathrm{Re}(s_0)>0$，则 e^{s_0t} 为增幅振荡，说明电路能够起振。所以，普适的起振条件可以严格地表述为：存在 s_0，使 $T(s_0)=1$ 且 $\mathrm{Re}(s_0)>0$。

由此可见，起振时信号模式并非 $\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$。基于这种新认识，常用的相量法能否表达起振条件，以及如何表达，就需要用以上普适的起振条件进行推导。

取 $s=\mathrm{j}\omega$ 后，$T(s)=T(\mathrm{j}\omega)$。为分析 $T(\mathrm{j}\omega)$ 大于1或小于1时能否起振，设在某个频率 ω_1 处满足 $T(\mathrm{j}\omega_1)=1+\varepsilon$。为分析方便，设 ε 为实数且绝对值较小，即 $|\varepsilon|<<1$，并记 $s_1=\mathrm{j}\omega_1$。在 $T(\mathrm{j}\omega_1)=T(s_1)=1+\varepsilon$ 的条件下，若能够找到 s_2，满足 $T(s_2)=1$，且 $\mathrm{Re}(s_2)>0$，则电路可以起振。$T(s)$ 作为 s 的复变函数，当 s 由 s_1 变为 s_2 时，$T(s)$ 由 $(1+\varepsilon)$ 变为1。由于函数值的改变很小，有：

$$T(s_2)\approx T(s_1)+\left.\frac{\mathrm{d}T(s)}{\mathrm{d}s}\right|_{s=s_1}(s_2-s_1)$$

式中　左边和右边第一项分别为1和 $(1+\varepsilon)$，故：

$$(s_2-s_1)=\frac{-\varepsilon}{\left.\frac{\mathrm{d}T(s)}{\mathrm{d}s}\right|_{s=s_1}} \tag{5}$$

在 s 平面内的 $s=s_1=\mathrm{j}\omega_1$ 处，微元 $\mathrm{d}s$ 可以沿各个方向取，所得到的 $\left.\frac{\mathrm{d}T(s)}{\mathrm{d}s}\right|_{s=s_1}$ 相同。将 $\mathrm{d}s$ 取为沿虚轴的

方向，此时 $\mathrm{d}s=\mathrm{jd}\omega$，有：

$$\left.\frac{\mathrm{d}T(s)}{\mathrm{d}s}\right|_{s=s_1}=\left.\frac{\mathrm{d}T(\mathrm{j}\omega)}{\mathrm{jd}\omega}\right|_{\omega=\omega_1} \tag{6}$$

由于 $T(\mathrm{j}\omega)=T(\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_T(\omega)}$，其中 $T(\omega)$ 为 $T(\mathrm{j}\omega)$ 的模。所以：

$$\left.\frac{\mathrm{d}T(\mathrm{j}\omega)}{\mathrm{d}\omega}\right|_{\omega=\omega_1}=\left.\frac{\partial T(\omega)}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_1}+\mathrm{j}(1+\varepsilon)\left.\frac{\partial\phi_T(\omega)}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_1} \tag{7}$$

式(7)代入式(6)，式(6)再代入式(5)，并考虑到 $s_2=s_1+(s_2-s_1)$ 得：

$$s_2=\mathrm{j}\omega_1+\frac{-\varepsilon\left[(1+\varepsilon)\left.\frac{\partial\phi_T(\omega)}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_1}+\mathrm{j}\left.\frac{\partial T(\omega)}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_1}\right]}{\left[(1+\varepsilon)\left.\frac{\partial\phi_T(\omega)}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_1}\right]^2+\left[\left.\frac{\partial T(\omega)}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_1}\right]^2}$$

即在零激励条件下电路中能够存在的信号的复频率(相应的信号模式为 e^{s_2t})。由于：

$$\mathrm{Re}(s_2)=\mathrm{Re}(s_2-s_1)=\frac{-\varepsilon(1+\varepsilon)\left.\frac{\partial\phi_T(\omega)}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_1}}{\left[(1+\varepsilon)\left.\frac{\partial\phi_T(\omega)}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_1}\right]^2+\left[\left.\frac{\partial T(\omega)}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_1}\right]^2}$$

当 $T(\mathrm{j}\omega_1)=1+\varepsilon$ 与1差别不大时，有两组用相量法描述的起振条件：

1) $\begin{cases}T(\mathrm{j}\omega_1)>1\\ \left.\frac{\partial\phi_T(\omega)}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_1}<0\end{cases}$；

2) $\begin{cases}T(\mathrm{j}\omega_1)<1\\ \left.\frac{\partial\phi_T(\omega)}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_1}>0\end{cases}$。

2 讨　论

根据用相量法描述的起振条件，对于起振的物理机制，可以得出新特性：

1) $T(\mathrm{j}\omega_1)>1$ 既不是电路起振的充分条件，也不是电路起振的必要条件；$T(\mathrm{j}\omega_1)>1$ 或 $T(\mathrm{j}\omega_1)<1$ 都能起振，但两种情况下都需要附加条件的配合。

2) $\left.\frac{\partial\phi_T(\omega)}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_1}$ 既可为负，也可为正，但在 $T(\mathrm{j}\omega_1)$ 的值确定后，$\left.\frac{\partial\phi_T(\omega)}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_1}$ 必须有合适的符号与前者相配合，才能保证起振。这可以视为起振的附加条件。

3) 如果 $T(\mathrm{j}\omega_1)=1$，则等幅振荡频率 $\omega_{\mathrm{osc}}=\omega_1$。但如果 $T(\mathrm{j}\omega_1)=1+\varepsilon(\varepsilon\neq0)$，则起振时得到的增幅振荡的频率 $\mathrm{Im}(s_2)$ 与 ω_1 略有差别。在 ω_1 处讨论，可判定系统能否起振，并不表示起振后的信号模式为 $\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_1t}$。$T(\mathrm{j}\omega_1)=1+\varepsilon(\varepsilon\neq0)$ 也不表示电路中真实的反馈量 $XT(\mathrm{j}\omega_1)$ 大于电路变量的原值 X (因此也就避免了前述看法违反逻辑同一律的错误)，在 ω_1 处考虑问题只是为了获取一种计算方法。

最后需要指出，只需讨论平衡条件 $T(\mathrm{j}\omega_{\mathrm{osc}})=1$，就可以研究等幅振荡频率 ω_{osc} 的稳定性，它实际上与 $\left.\frac{\partial\phi_T(\omega)}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_{\mathrm{osc}}}$ 的符号无关，$\left.\frac{\partial\phi_T(\omega)}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_{\mathrm{osc}}}<0$ 用作“频率稳定条件”是不恰当的。原因如下：

一般地，ϕ_T 与所有能够影响它的因素之间存在函数关系：$\phi_T=\phi_T(\omega,\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_n)$，其中，$\lambda_i(i=1,2,\cdots,n)$ 是除角频率之外第 i 个能够影响 ϕ_T 的物理量。达到平衡振荡后，$T(\mathrm{j}\omega_{\mathrm{osc}})=1$，使 $\phi_T(\omega_{\mathrm{osc}})=0$；当 $\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_n$

发生变化时，ω_{osc} 会相应地变化，成为 $\omega_{\text{osc}}+\Delta\omega$，以保证 $\phi_T(\omega_{\text{osc}}+\Delta\omega)$ 不变(仍为零)，实现新频率 $\omega_{\text{osc}}+\Delta\omega$ 处的振荡，即：$\left.\frac{\partial\phi_T}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_{\text{osc}}}\Delta\omega+\frac{\partial\phi_T}{\partial\lambda_1}\Delta\lambda_1+\frac{\partial\phi_T}{\partial\lambda_2}\Delta\lambda_2+\cdots+\frac{\partial\phi_T}{\partial\lambda_n}\Delta\lambda_n=0$。显然，$\left.\frac{\partial\phi_T(\omega)}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_{\text{osc}}}$ 的符号会影响 $\Delta\omega$ 的符号，而 $\left.\frac{\partial\phi_T(\omega)}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_{\text{osc}}}$ 的大小才会影响 $\Delta\omega$ 的大小，即稳定程度。所以，$\left.\frac{\partial\phi_T(\omega)}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_{\text{osc}}}$ 的符号与频率的稳定性无关。通常，现有的振荡器能够满足 $T(\mathrm{j}\omega_1)>1$，且 $\left.\frac{\partial\phi_T(\omega)}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_1}<0$，这两条合在一起，才使电路可以起振；而不是象现在普遍应用的：先根据式(2)中条件 $T(\mathrm{j}\omega_{\text{osc}})>1$，使电路起振，再根据式(4)中条件 $\left.\frac{\partial\phi_T(\omega)}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_{\text{osc}}}<0$ 使频率得以稳定。

3 结 论

从推导可知，根本不存在“频率稳定条件”；对起振条件的恰当表述与现在普遍接受的说法相比有着更多的内容。本文研究的对象并不新鲜，其意图是要改变一些成见。本文所探讨的，不应该被误解为只是一个“教材教法”的问题，它事关振荡器理论基础，并且是国际电路学界长期以来始终没有很好解决的电路基本问题。希望能够借本文的工作，使学界对于振荡器的认识上升到一般数理学科的规范水平。特别有意义的是，本文得到的第二组起振条件为振荡器设计提供了新思路。这里面可能蕴含的实用价值仍值得进一步研究。

参 考 文 献

[1] 谢嘉奎, 宣月清, 冯 军. 电子线路(非线性部分)第四版[M]. 北京: 高等教育出版社, 2000

[2] 杨金法, 彭 虎. 非线性电子线路[M]. 北京: 电子工业出版社, 2003

[3] 高如云, 陆曼茹, 张企民, 等. 通信电子线路[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2002

编 辑 漆 蓉