

非定值相移量的单步相移同轴数字全息

刘秋武¹, 刘 艺², 王仕璠²

(1. 韩山师范学院物理与电子工程系 广东 潮州 521041; 2. 电子科技大学物理电子学院 成都 610054)

【摘要】提出一种非定值相移量的单步相移同轴数字全息算法。对CCD面上的干涉光强进行了分析,用图像相减法算出CCD面上不能确定相位正负的物光波,再记录一帧有相移的干涉光强,来确定相位的正负。其特点是有相移的这一帧干涉光强没有参与物光场大小的运算,只是用于相位符号的判断。该算法对相移误差敏感。

关键词 同轴数字全息; 单步相移; 数字相减; 相位纠正
中图分类号 O438 **文献标识码** A

An Algorithm for Coaxial Digital Holography by Means of Single Phase-Shift

LIU Qiu-wu¹, LIU Yi², WANG Shi-fan²

(1. Department of Physics and Electronic Engineering, Hanshan Normal University ChaoZhou Guangdong 521041;
2. School of Physical Electronics, Univ. of Electron. Sci. & Tech. of China Chengdu 610054)

Abstract This paper describes an algorithm of numerical reconstruction for coaxial digital holography by means of a single phase-shift. In this algorithm, the intensity of the reference wave, the intensity of the object wave and their interference intensity are recorded respectively, and the object wave is calculated from these three intensity frames, but the object phase is ambiguous. Then a phase-shift frame corrects the object phase. Compared with the other single phase-shift algorithm, the phase-shift frame in this algorithm is not joins in the calculations of the object wave, but makes it without ambiguity. So, the algorithm is not sensitive to the phase-shifted error.

Key words coaxial digital holography; single phase-shift; digital subtraction; phase correction

数字全息是用电荷耦合器(Charge Coupled Device, CCD)代替普通光学全息干版记录全息图,并通过计算机重现被记录物光波的一种技术^[1]。同轴数字全息与离轴数字全息相比较,能更有效地利用CCD的分辨率。为消除直流项和共轭项对原始项频谱重叠的干扰,文献[2]采用四步相移技术,拍摄四帧彼此相差 $\pi/2$ 的全息图重现原始像。由于需要4次相移,相移器的积累误差直接影响到测量的精度^[3]。文献[4]为减少相移次数,提出单步相移算法,通过记录两帧有 $\pi/2$ 相位差的全息图和物光光强、参考光光强各一帧重现原始像。该方法比四步相移简单,但必须准确控制相移量,否则将带来很大误差。为克服相移误差对重建像的影响,本文提出的单步相移,无需准确知道相移量,因为它不参与被重建原始像场大小的运算,只用于对其相位的正负进行校正。

1 非定值单步相移的原理

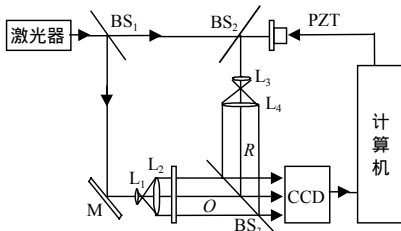


图1 同轴相移数字全息的光路

同轴相移数字全息的光路如图1所示,采用的是Mach-Zehnder光路。其中PZT是用压电陶瓷驱动平面镜引入相移量的移相器。激光由BS₁分成两束,一束经反射镜M反射,再经透镜L₁、L₂扩束准直后照O,这束光称为物光。另一束经PZT的反射镜及BS₂反射,再由透镜L₃、L₄扩束准直后通过BS₃成参考光R,两束光汇合后由CCD记录。

1.1 CCD面上物光波的大小

本文提出的算法是先记录CCD面上的物光 $U(\xi, \eta)$ 的光强,参考光R的光强以及它们的干涉光强各一帧。采用图2所示的坐标系,这三

帧强度图分别记为:

$$\begin{aligned} U(\xi, \eta)U^*(\xi, \eta) &= h_1 & (1) \\ R(\xi, \eta)R^*(\xi, \eta) &= h_2 & (2) \\ |U|^2 + |R|^2 + RU^* + R^*U &= h_3 & (3) \end{aligned}$$

式中 h_1 为物光的光强; h_2 为参考光的光强; h_3 为物光与参考光的干涉光强。运用图像相减可得:

$$R^*U + RU^* = h_3 - h_2 - h_1 \quad (4)$$

设CCD面上的物光波的复振幅为:

$$U(\xi, \eta) = \text{Re}U(\xi, \eta) + i\text{Im}U(\xi, \eta) = \sqrt{\text{Re}U^2 + \text{Im}U^2} e^{i\arctan\frac{\text{Im}U}{\text{Re}U}} = \sqrt{h_1} e^{i\varphi} \quad (5)$$

式中 $\text{Re}U(\xi, \eta)$ 和 $\text{Im}U(\xi, \eta)$ 分别为CCD面上的物光波 U 的实部和虚部; φ 为相位:

$$\varphi = \arctan[\text{Im}U(\xi, \eta) / \text{Re}U(\xi, \eta)] \quad (6)$$

参考光为平面波垂直入射, 并设初始相位为零, 于是有:

$$R(\xi, \eta) = A_r(\xi, \eta) = \sqrt{h_2} \quad (7)$$

式中 A_r 为参考光的振幅。把式(5)、(7)带入式(4), 有 $A_r(\text{Re}U + i\text{Im}U) + A_r(\text{Re}U - i\text{Im}U) = h_3 - h_2 - h_1$, 得物光波 $U(\xi, \eta)$ 的实部:

$$\text{Re}U(\xi, \eta) = h_3 h_2 - h_1 / 2A_r = h_3 - h_2 - h_1 / 2\sqrt{h_2} \quad (8)$$

把式(8)带入式(5), 在初相位为零的条件下, 可得物光波 $U(\xi, \eta)$ 的虚部:

$$\text{Im}U(\xi, \eta) = \pm\sqrt{h_1 - (\text{Re}U)^2} \quad (9)$$

对于CCD上的物光波 $U(\xi, \eta)$, 它的虚部是唯一的, 即只能是式(9)中的一个。因此若能确定虚部 $\text{Im}U$ 的正负, 便能确定物光 $U(\xi, \eta)$ 。而由式(8)可确定物光波 $U(\xi, \eta)$ 的实部, 若能确定相位 φ , 由式(6)便可确定 $\text{Im}U$ 的正负。

1.2 CCD面上物光波相位的正负

下面通过移相器在参考光中引入某一相移量 θ ($0 < \theta < \pi/2$) 来确定物光波 $U(\xi, \eta)$ 的虚部的正负。引入相移量 θ 后, 参考光记为:

$$R' = A_r e^{i\theta} \quad (10)$$

与物光 $U(\xi, \eta)$ 的干涉强度为:

$$A_r^2 + |U|^2 + U^* A_r e^{i\theta} + U A_r e^{-i\theta} = h_4 \quad (11)$$

把式(1)、(2)、(5)、(10)代入式(11), 化简得:

$$\cos(\varphi - \theta) = h_4 - h_1 - h_2 / 2\sqrt{h_1 h_2} \quad (12)$$

由于余弦函数是偶函数, 式(12)存在两个互为相反数的角度, 记为 $\pm\alpha$ ($\alpha > 0$)。由式(6)、(9)可知, φ 有正负两个值, 记为 $\varphi = \varphi_0$ 和 $\varphi = -\varphi_0$ ($\varphi_0 > 0$), 于是有:

$$\pm\varphi_0 - \theta = \pm\alpha \quad (13)$$

由物光 $U(\xi, \eta)$ 的唯一性可知, 只有一个角 φ (φ_0 或 $-\varphi_0$) 使式(13)成立, 这个角就是物光波 $U(\xi, \eta)$ 的相位。下面用图解法确定 φ 的正负, 如图3所示。

当 $0 < \theta < \pi/2$ 时, 要满足式(13), 可得到物光波的相位 φ 与相移后的相位 $\pm\alpha$ 之间6种可能的关系图。在图3a中, 有 $+\varphi_0$ 或 $-\varphi_0$ 经过相移到 $-\alpha$, $+\varphi_0$ 的相移角是 $\theta > \pi/2$, $-\varphi_0$ 的相移角是 $0 < \theta < \pi/2$, 但把相移角限定在 $0 < \theta < \pi/2$, 只有 $-\varphi_0$ 满足式(13)。同理, 图3b只有 $+\varphi_0$ 满足式(13)。在图3c中, 在不知 θ 的大小时, 有两个角 θ_1 和 θ_2 满足式(13), 因为它们都小于 $\pi/2$, 即 $+\varphi_0, -\theta_1 = +\alpha$ 或 $+\varphi_0, -\theta_2 = -\alpha$, 但它们的起点都在 $+\varphi_0$, 因此, 只有 $+\varphi_0$ 满足关系式(13)。同理, 图3d只有 $-\varphi_0$ 满足式(13)。在图3e中, 有 $+\varphi_0, -\theta_2 = -\alpha$ 或 $-\varphi_0, -\theta_1 = -\alpha$, 只有当 θ_1 或 θ_2 确定时, 才能确定是 $+\varphi_0$ 还是 $-\varphi_0$ 。由于只经过一次相移, 这6种可能的相位图的相移量是相同的, 只能取 θ_1 或 θ_2 中的一个。因此可在判断前面4种情况后, 确定相移量是 θ_1 还是 θ_2 。若相移角是 θ_2 ,

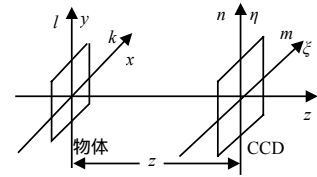


图2 分析物像关系的坐标系

则取 $+\varphi_0$, 若相移角是 θ_1 , 则取 $-\varphi_0$ 。同理, 在图3f中可有 $-\varphi_0, -\theta_2 = +\alpha$ 或 $+\varphi_0, -\theta_1 = +\alpha$, 如果相移量是 θ_1 , 取 $+\varphi_0$, 如果相移量是 θ_2 , 取 $-\varphi_0$ 。确定了相位后, 物光波在CCD面上的形式便确定了。

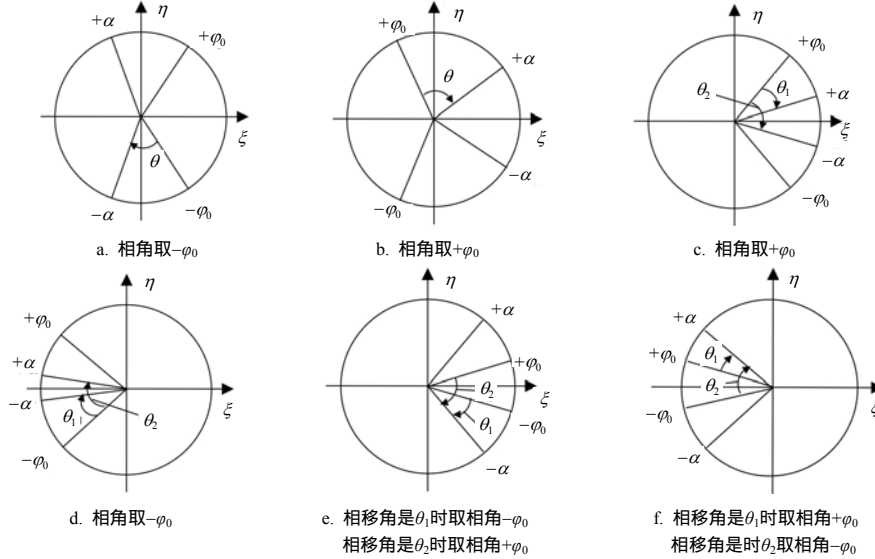


图3 6种可能的相位关系图

2 原始像的重建

CCD面上的物光波 $U(\xi, \eta)$ 是由物面上的光波 $O(x, y)$ 经过菲涅耳衍射传播到CCD面上的, 采用图2的坐标系, 要求物面上的物光 $O(x, y)$, 只需对 $U(\xi, \eta)$ 进行逆菲涅耳变换, 即:

$$O(x, y) = \frac{e^{-ikz}}{-i\lambda z} \iint U(\xi, \eta) e^{-ik \frac{(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2}{2z}} d\xi d\eta = \frac{e^{-ikz}}{-i\lambda z} e^{-i\frac{k}{2z}(x^2+y^2)} \iint U(\xi, \eta) e^{-i\frac{k}{2z}(\xi^2+\eta^2)} e^{i\frac{k}{z}(x\xi+y\eta)} d\xi d\eta \quad (14)$$

设CCD在 ξ 和 η 方向的像素分别为 M 和 N , 像素在 ξ 和 η 方向的间隔分别为 $\Delta\xi$ 和 $\Delta\eta$, 由采样定理可得:

$$\Delta x = \lambda z / M \Delta \xi, \quad \Delta y = \lambda z / N \Delta \eta \quad (15)$$

式中 Δx 和 Δy 为被记录物体分别在 x 和 y 方向的采样间隔。把式(15)带入式(14)并写为离散化形式可得:

$$O(k, l) = \frac{e^{-ikz}}{-i\lambda z} e^{-i\lambda z \pi (\frac{k^2}{M^2 \Delta \xi^2} + \frac{l^2}{N^2 \Delta \eta^2})} \sum_m \sum_n U(m, n) e^{i\frac{\pi}{\lambda z} (m^2 \Delta \xi^2 + n^2 \Delta \eta^2)} e^{i\frac{2\pi}{\lambda z} (km \Delta x \Delta \xi + ln \Delta y \Delta \eta)} = \frac{e^{-ikz}}{-i\lambda z} e^{-i\lambda z \pi (\frac{k^2}{M^2 \Delta \xi^2} + \frac{l^2}{N^2 \Delta \eta^2})} \text{IFFT} \left[U(m, n) e^{i\frac{\pi}{\lambda z} (m^2 \Delta \xi^2 + n^2 \Delta \eta^2)} \right] \quad (16)$$

式中 (k, l) 和 (m, n) 分别是物面和CCD面上的离散坐标; IFFT是逆傅里叶变换。原始像的强度 I 为:

$$I(k, l) = |O(k, l)|^2 \quad (17)$$

相位为:

$$\varphi(k, l) = \arctan \frac{\text{Im}[O(k, l)]}{\text{Re}[O(k, l)]} \quad (18)$$

它的取值为 $[-\pi, \pi]$, 同样也丢失了 2π 的整数倍, 还必须解相位包裹。

3 计算机仿真

物体为一幅 256×256 的灰度图像, CCD的分辨率为 256×256 , 像素在水平和垂直两个方向的间距为 $\Delta\xi \times \Delta\eta = 8 \mu\text{m} \times 8 \mu\text{m}$, 波长是 $0.6328 \mu\text{m}$ 。设参考光为单位振幅的平面波 $R(\xi, \eta) = 1$, 它的光强 $|R|^2 = h_2 = 1$; 计算出物光 $O(x, y)$ 传播到CCD面上的物光波, 并计算出光强 $|O|^2 = h_1$; 再计算出干涉强度 h_3 ; 在参考光中引入相移量 θ ($0 < \theta < \pi/2$) , 并计算出它们的干涉光强 h_4 。原图和这两帧干涉强度图如图4a ~ 4c所示。

(下转第847页)

- [2] Basatskaya L V, Ermolov L N. Theoretical study of ultrasonic longitudinal subsurface waves in solid media[J]. Defektoskopiva, 1981, 7: 58-65.
- [3] Szelazek J. Monitoring of thermal stresses in continuously welded rails with ultrasonic technique[EB/OL]. <http://www.ndt.net/article/dresd07/szelazek/szelazek.Htm>, 1998-07-06.
- [4] 西拉德. 超声检测新技术[M]. 陈积懋, 译. 北京: 科学出版社, 1991.
- [5] Tanala E, Bourse G, Fremiot M, et al. Determination of near surface residual stresses on welded joints using ultrasonic methods[J]. NDT & E International, 1995, 28(2): 83-88.
- [6] 贺玲凤, 刘军. 21世纪固体力学丛书—声弹性技术[M]. 北京: 科学出版社, 2002.
- [7] Hughes D S, Kelly J L. Second-order elastic deformation of solids[J]. Physical Review, 1953, 92: 5.
- [8] 刘镇清. 一种高精度超声波声速自动测量仪[J]. 应用声学, 1994, 01: 29-32.

编辑 孙晓丹

(上接第790页)

图5a是以上面的算法经过相位纠正后CCD面上的物光波(只显示实部);图5b是在没有引入相移角 θ 时,即直接从图4b重建出来的像,可以看出由于没有进行符号纠正,重建出来的像是错误的;图5c是从图5a重建像,可以看出经过相位纠正后重建出来的图像与原始图像一致。以上程序在CPU为PIII, 650 MHz的电脑上运行,耗时约10 s。

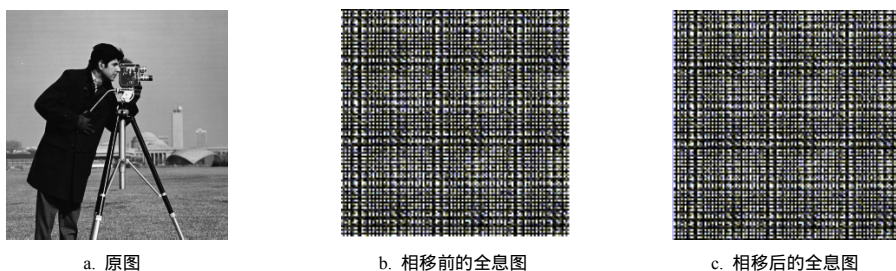


图4 原图和相移前后的两帧全息图

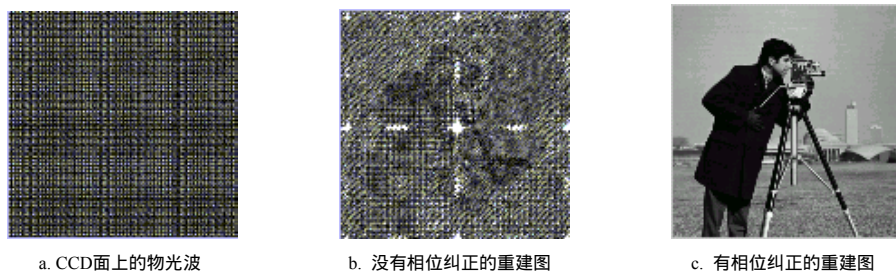


图5 CCD面上的物光波和重建图

4 结 论

本算法采用同轴光路记录,拍摄的四帧光强中,只有一帧是有相移的,而且有相移的这一帧只用于对相位符号的纠正,不参与大小的运算。因此,该算法既能保持同轴数字全息对CCD利用率高的优点,又能消除相移过程中相移误差对重建结果的影响。

参 考 文 献

- [1] Schnars U, Juptner W P O. Digital recording and numerical reconstruction of holograms[J]. Meas. Sci. Technol., 2002, 13(9):85-101.
- [2] Yamaguchi I, Zhang T. Phase-shifting digital holography[J]. Opt. Lett., 1997, 22: 1268-1270.
- [3] Paramod K, Rastogi. Holography interferometry[M]. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 1994: 132-134.
- [4] Wang Ying-zong, Zhen Yan-kun, Zhang Hong-jun, et al. Study on digital holography with single phase-shift operation[J]. Chinese Optic Letters, 2004, 2(3): 141-143.

编辑 孙晓丹