

高速、高精度频率采样中的量化误差分析

陈俊, 周正中

(电子科技大学通信与信息工程学院 成都 610054)

【摘要】 讨论了高速、高精度频率采样的基本原理; 分析了量化噪声对测量误差的影响; 提出了采样器建立和保持时间对测量误差影响的问题; 导出了考虑采样器建立和保持时间后时间量化误差的概率密度函数, 为量化误差的校正奠定了理论基础。

关键词 频率采样; 建立时间; 保持时间; 概率密度; 量化误差
中图分类号 TM93 **文献标识码** A

Quantization Error Analysis in the High Speed and High Precision Frequency Sampling

CHEN Jun, ZHOU Zheng-zhong

(School of Communication and Information Engineering, Univ. of Electron. Sci. & Tech. of China Chengdu 610054)

Abstract In this paper, the principle of high speed and high precision frequency sampling is presented. The question of the quantization error with the effect of the set-up and hold time is proposed and analyzed in detail. It is the first time that the probability density function of the time quantization error with the effect is derived. The work of this paper gives the theoretical foundation for the revision of the quantization error.

Key words frequency sampling; set-up time; hold time; probability density function; quantization error

频率采样技术是对被测信号的频率进行采样的技术, 应用该技术可得到被测信号的调制域信息。高速、高精度频率采样技术比普通的频率采样技术在相同的时间内具有更多的采样值, 精度也更高, 因此在现代通信、雷达、电子战测量等领域有广泛的应用。频率采样技术以电子计数器技术为基础, 会产生量化误差。传统电子计数器的量化误差称为“±1”误差, 可以通过统计平均消除^[1-3]。分析表明, 上述结论只有当计数器的建立时间 t_s 和保持时间 t_h 远小于时基周期 T 才成立。然而高精度频率采样器以极高速的时基为特征, t_s 、 t_h 已可与 T 相比拟, 量化误差的概率密度函数发生变化, 由此引入的量化误差在高速采样时对测频精度的影响很大, 因此需重新对量化误差进行分析。

1 高速、高精度频率采样基本原理

高速、高精度频率采样器原理如图1所示。在采样过程中, 高速采样信号经事件(被测量信号)同步后产生门控信号, 在门控信号的控制下, 事件计数器和时间计数器单元分别对事件和高稳时基信号进行

量化, 得到了事件数 M 和时基数 N 。由于高速采样信号被事件同步, 所以事件数 M 没有量化误差, 而时基数 N 存在量化误差。在图1所示的系统中, 高稳定的时基为2.5 GHz。因此, 被测信号的频率采样值为:

$$f = M / NT = M \times 2.5 \times 10^9 / N \quad (1)$$

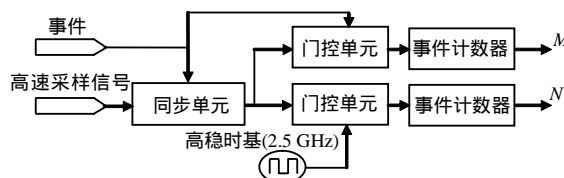


图1 高速、高精度频率采样基本原理

如前所述, M 没有量化误差, 故 f 的误差是由时间计数器的量化误差引起的, 因而分析高速、高精度频率采样的量化误差即是分析时间计数器的量化误差。

2 理论分析

2.1 建立时间 t_s 和保持时间 t_h 对时间计数器量化误差影响的分析

时间计数器的工作时序如图2所示。图中, t_s 为

时间计数器建立时间, t_h 为保持时间。若在 T_t 时间内时间计数器要正确计数 N 个脉冲, 必须满足条件 $t_1 < t_s, t_N < t_h$ 。 t_s 和 t_h 对 N 值的影响在以往文献中没有得到分析, 因为传统计数器的 t_s 和 t_h 往往远小于时基信号的周期 T , 分析时可以忽略它们对 N 值的影响; 但在高速时基条件下, 它们不再远小于时基信号周期。此时, 应视 T_t 前后沿落入 T 内不同区间对 N 值的影响进行分段分析。

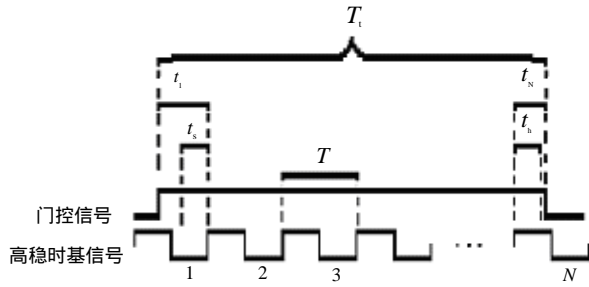


图2 时间计数器计数时序图

2.2 时间计数器的量化误差

令 $t_1/T = x, t_N/T = y$, 在通常测试中, 门控信号与时基信号相互独立, 则 x, y 也是相互独立的随机变量, 且在 $[0,1]$ 内均匀分布。 x, y 的概率密度分别为:

$$f_x(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}, f_y(y) = \begin{cases} 1 & 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

在图2中, 被计时间的真值为:

$$T_t = (N-1)T + t_1 + t_N \quad (3)$$

令量化后所得测量值为 T_c , 时间计数器的量化误差 $\Delta u = (T_c - T_t)/T = \Delta T/T$ 。考虑 t_s 和 t_h 的影响, 可以分为以下三种情况进行分析:

(1) 当 $0 < t_1 < t_s, 0 < t_N < t_h$ 时, 有:

$$\Delta u = [(N-2)T - T_t]/T = -1 - (x + y) \quad (4)$$

(2) 当 $0 < t_1 < t_s, t_h < t_N < T$ 或 $t_s < t_1 < T, 0 < t_N < t_h$ 时, 有:

$$\Delta u = [(N-1)T - T_t]/T = -(x + y) \quad (5)$$

(3) 当 $t_s < t_1 < T, t_h < t_N < T$ 时, 有:

$$\Delta u = (NT - T_t)/T = 1 - (x + y) \quad (6)$$

2.3 时间计数器量化误差的概率密度函数

令 $Z = x + y$, 因为 x, y 是相互独立的随机变量, 故 Z 的概率密度函数为^[4]:

$$f_z(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_x(x)f_y(z-x)dx \quad (7)$$

工程上设定 $t_s = t_h$, Z 的变化区间如图3所示。可分为以下三种情况对 Z 的概率密度函数进行求解:

1) 当 (x, y) 位于区间 $A(0 < x < \frac{t_s}{T}, 0 < y < \frac{t_s}{T})$ 时, 由式(2)、(7)可得:

$$f_z(z) = \begin{cases} 0 & z < 0 \text{ 或 } z > \frac{2t_s}{T} \\ z - 0 = z & 0 < z < \frac{t_s}{T} \\ \frac{t_s}{T} - (z - \frac{t_s}{T}) = \frac{2t_s}{T} - z & \frac{t_s}{T} < z < \frac{2t_s}{T} \end{cases}$$

由式(4)和 Z 的定义可以得到 Δu 的概率密度函数为:

$$f_{\Delta u}(\Delta u) = \begin{cases} 0 & \Delta u < -1 - \frac{2t_s}{T} \text{ 或 } \Delta u > -1 \\ -1 - \Delta u & -1 - \frac{t_s}{T} < \Delta u < -1 \\ \Delta u + 1 + \frac{2t_s}{T} & -1 - \frac{2t_s}{T} < \Delta u < -1 - \frac{t_s}{T} \end{cases} \quad (8)$$

2) 当 (x, y) 位于区间 B 或位于区间 C 时, Δu 的概率密度函数为:

(1) 当 $0 < \frac{t_s}{T} < 0.5$ 时, 有:

$$f_{\Delta u}(\Delta u) = \begin{cases} 0 & \Delta u < -1 - \frac{t_s}{T} \text{ 或 } \Delta u > -\frac{t_s}{T} \\ -\Delta u - \frac{t_s}{T} & -1 < \Delta u < -\frac{t_s}{T} \\ \frac{t_s}{T} & -\frac{2t_s}{T} < \Delta u < -1 \\ \Delta u + 1 + \frac{t_s}{T} & -1 - \frac{t_s}{T} < \Delta u < -\frac{2t_s}{T} \end{cases} \quad (9)$$

(2) 当 $0.5 < \frac{t_s}{T} < 1$ 时, 有:

$$f_{\Delta u}(\Delta u) = \begin{cases} 0 & \Delta u < -1 - \frac{t_s}{T} \text{ 或 } \Delta u > -\frac{t_s}{T} \\ -\Delta u - \frac{t_s}{T} & -\frac{2t_s}{T} < \Delta u < -\frac{t_s}{T} \\ 1 - \frac{t_s}{T} & -1 < \Delta u < -\frac{2t_s}{T} \\ \Delta u + 1 + \frac{t_s}{T} & -1 - \frac{t_s}{T} < \Delta u < -1 \end{cases} \quad (10)$$

3) 当 (x, y) 位于区间 D 时, 有:

$$f_{\Delta u}(\Delta u) = \begin{cases} 0 & \Delta u < -1 \text{ 或 } \Delta u > 1 - \frac{2t_s}{T} \\ 1 - \Delta u - \frac{2t_s}{T} & -\frac{t_s}{T} < \Delta u < 1 - \frac{2t_s}{T} \\ \Delta u + 1 & -1 < \Delta u < -\frac{t_s}{T} \end{cases} \quad (11)$$

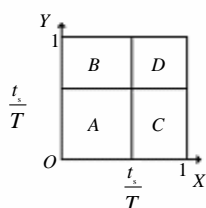
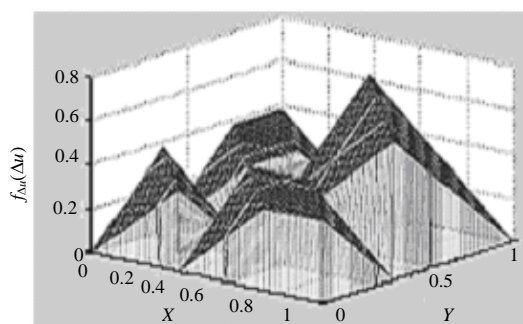


图3 三种情况下的区间划分

现代高速计数器建立时间和保持时间可以达到 150 ps, 当 $t_s = t_h = 150$ ps, $T = 400$ ps 时, $f_{\Delta u}(\Delta u)$ 、 x 、 y 构成三维空间, $f_{\Delta u}(\Delta u)$ 全景如图4所示。

图4 $f_{\Delta u}(\Delta u)$ 的三维图形

2.4 时间计数器量化误差的均值

设 Δu 的数学期望值为 $E(\Delta u)$, 则由式(2)~(6)可得:

$$E(\Delta u) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Delta u f_x(x) f_y(y) dx dy = \int_0^{t_s/T} \int_0^{t_s/T} (-1-Z) dx dy + 2 \int_0^{t_s/T} \int_{t_s/T}^1 -Z dx dy + \int_{t_s/T}^1 \int_{t_s/T}^1 (1-Z) dx dy = -\frac{2t_s}{T} \quad (12)$$

2.5 对计数器量化误差的进一步讨论

(1) 当 t_s 、 t_h 都趋于零时计数器的量化误差

当 t_s 、 t_h 都为零时, 图3中的A、B、C三个区面积全为零, 只剩下了D区。式(11)变为:

$$f_{\Delta u}(\Delta u) = \begin{cases} 0 & \Delta u < -1 \text{ 或 } \Delta u > 1 \\ 1 - \Delta u & 0 < \Delta u < 1 \\ \Delta u + 1 & -1 < \Delta u < 0 \end{cases} \quad (13)$$

式(13)是计数器量化误差的概率密度函数, 可见对 t_s 、 t_h 影响下计数器量化误差的分析同样包括了 t_s 、 t_h 为零的特殊情况。

(2) 当 $t_s = t_h \neq 0$ 时计数器的量化误差

当 $t_s = t_h \neq 0$ 时, 由式(12)可知, 测量值的随机误差的均值不为零, 即使通过大样本数的统计平均

也不能消除其误差, 因为此时量化误差的概率密度函数并不对于纵轴对称, 要消除量化误差, 必须得到准确的 t_s 、 t_h 值, 然后进行校正。

(3) 高速频率采样率条件下, t_s 、 t_h 对频率采样值误差 Δf 的均值的影响

对图1所示的系统, 设定事件频率为 f_x , 周期为 T_x , 则有:

$$f_x = \frac{1}{T_x} = \frac{M}{T_t} = \frac{M}{NT + \Delta T} = \frac{1}{NT} \frac{M}{1 + \frac{\Delta T}{NT}} \quad (14)$$

因在工程上 $\Delta T \ll NT$, 有:

$$f_x \gg \frac{M}{NT} \left(1 - \frac{\Delta T}{NT}\right) = \frac{M}{NT} - \frac{M}{NT} \frac{1}{NT} \Delta T \quad (15)$$

令采样信号频率为 f_s , 有:

$$f_s = \frac{1}{T_s} \approx \frac{1}{NT + \Delta T} \approx \frac{1}{NT} \quad (16)$$

由式(1)、(15)、(16)可得:

$$\Delta f = f - f_x \approx f f_s \Delta T \quad (17)$$

令 Δf 的均值为 $E(\Delta f)$, 由式(12)和 Δu 的定义可得:

$$E(\Delta f) = -2 f f_s t_s \quad (18)$$

则 t_s 、 t_h 对 Δf 均值的影响随采样率 f_s 的增大而增大。例如, 传统计数器最小闸门时间的典型值为毫秒量级, 而调制域分析仪采样时间 T_s 可达 50 ns (如 MDP A-1)。由式(16)、(17)得到的 t_s 、 t_h 引起的频率采样值误差 Δf 的均值, 两者相差高达 2 000 倍。因此必须考虑在高速频率采样器中, 建立时间和保持时间对采样值误差的影响。

3 结束语

本文提出并讨论了建立和保持时间对频率采样器量化误差影响的问题; 导出了在建立和保持时间影响下, 时间量化误差的概率密度函数, 为量化误差的校正奠定了理论基础, 对高速、高精度频率采样测量精度的提高具有积极的意义。

参考文献

- [1] TECHNOLOGIES A. Fundamentals of the electronic counters[M]. U.S.A: Hewlett-Packard Company, 1997.
- [2] TECHNOLOGIES A. Fundamentals of time interval measurements [M]. U.S.A: Hewlett-Packard Company, 1997.
- [3] 孙 续. 也谈计数器 ± 1 误差[J]. 电子测量技术, 1989(3): 35-38.
- [4] 朱济生, 徐全智, 朱 宏. 概率论与数理统计[M]. 成都: 电子科技大学出版社, 2000.

编辑 黄 莘