

一种非周期软实时系统的缓冲设计方法

陈旭东, 朱清新, 廖勇, 匡平, 熊光泽

(电子科技大学计算机科学与工程学院 成都 610054)

【摘要】研究了任务的到达时间和执行时间均不确定的非周期软实时系统,采用排队论的分析方法,非周期软实时系统被看成是典型的随机离散事件动态系统,并被模型化为一个M/M/1/H混合制排队系统,讨论了抛弃率、截止时间错过率和平均截止时间超过量等三种性能指标,并在此基础上进行了缓冲容量的最优设计。性能分析表明缓冲设计方法能有效地改善系统的性能。

关键词 非周期; 缓冲; 实时调度; 随机分析; 软实时系统

中图分类号 TP316

文献标识码 A

A Design Method for Buffer of Aperiodic Soft Real-Time System

CHEN Xu-dong, ZHU Qing-xin, LIAO Yong, KUANG Ping, XIONG Guang-ze

(School of Computer Science and Engineering, University of Electronic Science and Technology of China Chengdu 610054)

Abstract In this paper we research the aperiodic soft real-time system in which the arrival time and the execution time of tasks are uncertain. According to the queuing theory, a aperiodic soft real-time system is a typical stochastic discrete event dynamic system and is usually considered as an M/M/1/H mixed queuing system. After a discussion of three performance metrics including rejection ratio, deadline miss ratio, and average deadline excess amount, we propose a design method for optimal buffer capacity based on these metrics. Lastly, the performance analysis shows that our method can improve the system's performance.

Key words aperiodic; buffer; real-time scheduling; stochastic analysis; soft real-time system

非周期软实时系统具有任务的到达时间和执行时间的不确定性等特点^[1]。如果采用基于最坏情况下的执行时间(Worst Case Execution Time, WCET)的调度算法,一方面最坏执行时间可能远大于平均执行时间,造成计算资源的浪费^[2];另一方面任务的到达时间是随机的,当载荷持续上升时(如一个任务请求的高峰期),可能出现大量任务错过截止时间的情况,使系统性能降低^[3]。本文把非周期软实时系统模型化为一个随机离散事件动态系统(Stochastic Discrete Event Dynamic System, SDEDS),讨论了如何设计缓冲容量以满足系统的综合性能要求,分析了系统的抛弃率、截止时间错过率和平均截止时间超过量三个性能指标。

1 系统模型

假设系统中只有一个处理器,任务间彼此独立。用 $T=\{T_i, i=1, 2, \dots\}$ 表示任务集,每个任务 T_i 有一个到达时间 A_i ,执行时间 C_i 和相对截止时间 D_i 。 T_i 应在

A_i+D_i 之前完成计算,否则错过截止时间。允许任务一定程度地错过截止时间。 $\{A_i, i=1\}$ 、 $\{C_i, i=1\}$ 、 $\{D_i, i=1\}$ 都是随机序列。

假设任务的到达过程是Poisson过程,即任务的到达时间间隔序列 $\{\tau_i | \tau_i = A_{i+1} - A_i, i=1\}$ 服从参数为 λ 的负指数分布 F_A 。假设任务的执行时间服从参数为 μ 的负指数分布 F_C 。 $F_A(t)=1-e^{-t}, t \geq 0, F_C(t)=1-e^{-\mu t}, t \geq 0$ 。其中 λ 为任务的到达率,表示单位时间内请求的平均任务数; μ 表示处理器单位时间内能处理的平均任务数,为处理率, $1/\mu$ 为任务的平均执行时间。任务的到达时间、执行时间和截止时间都是彼此独立的。 $\{A_i, i=1\}$ 、 $\{C_i, i=1\}$ 、 $\{D_i, i=1\}$ 都是独立同分布的序列,在不引起歧义时,本文用 A 、 C 、 D 来代替 A_i 、 C_i 、 D_i 。

请求的任务在执行之前都存放在缓冲中。令缓冲容量为 H ,当缓冲满时,系统不能再接收新的任务,新到达的任务将被抛弃。过大的缓冲会使计算延迟增大,任务错过截止时间的概率增加;缓冲过

收稿日期:2006-04-06

基金项目:国家863计划资助项目(2004AA1Z2400)

作者简介:陈旭东(1977-),男,博士生,主要从事实时计算、最优搜索等方面的研究。

小时, 缓冲满的概率增大, 被抛弃的任务数增加, 系统的吞吐量下降。于是, 系统就被模型化为一个 $M/M/1/H$ 混合制排队系统。用 $N(t)$ 表示时刻 t 缓冲的填充度, 也就是缓冲中等待的任务数。令系统的状态转移函数为 $p_{ij}(\Delta t) = P\{N(t+\Delta t) = j | N(t) = i\}$, $i, j = 0, 1, \dots, H$ 。易知 $\{N(t), t \geq 0\}$ 是有限状态集 $E = \{0, 1, \dots, H\}$ 上的生灭过程^[4]。主要关心系统稳定后的平均性能(平稳解), 因此令 $p_j = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{N(t) = j\}$, $j = 0, 1, \dots, H$, p_j 表示系统稳定后缓冲填充度为 j 的概率。易知 p_j 存在, 且 $\{p_j, j = 0, 1, \dots, H\}$ 为一概率分布, 根据有限状态生灭过程的极限定理^[4]可得:

$$p_j = \begin{cases} \frac{(1-\rho)\rho^j}{1-\rho^{H+1}} & \rho \neq 1 \\ \frac{1}{H+1} & \rho = 1 \end{cases} \quad j = 0, 1, \dots, H \quad (1)$$

式中 $\rho = \lambda/\mu$, 表示交通强度。

2 性能指标

为了确定 H 的大小, 首先讨论系统稳定后的性能指标。性能指标包括抛弃率 p^r 、截止时间错过率 (Miss Ratio) p^m 和平均截止时间超过量 m_a 。其中抛弃率衡量了系统的吞吐量; 截止时间错过率衡量了系统的实时性^[5]; 平均截止时间超过量反映了任务的完成时间超过截止时间的程度。

2.1 抛弃率

抛弃率 p^r 定义为系统稳定时, 任务被抛弃的概率。显然, 抛弃率是缓冲满的概率, $p^r = p_H$ 。因为任务的到达率为 λ , 所以单位时间内被抛弃的平均任务数为:

$$\bar{\lambda}_e = \lambda p^r \quad (2)$$

式中 p^r 越小, 单位时间内被抛弃的平均任务数越少, 系统吞吐量越大。

2.2 截止时间错过率

截止时间错过率 p^m 是衡量软实时系统性能的主要指标^[5], 本文定义为单位时间内, 错过截止时间的任务数和进入系统的任务数的比率。截止时间错过率越小, 系统的实时性能越好。令 W_i 表示任务 T_i 的响应时间, 因为不同任务的响应时间独立同分布, 故用随机变量 W 来代替 W_i 。 W 和截止时间 D 相互独立, 任务错过截止时间的概率为:

$$p^m = P\{D < W\} = \int_0^{+\infty} F_D(t) dF_W(t) \quad (3)$$

式中 F_W 和 F_D 为任务响应时间 W 和截止时间 D 的分布函数。由排队论可知 F_W 为^[4]:

$$F_W(t) = P\{W \leq t\} = q_0 \sum_{j=0}^{H-1} \rho^j [1 - e^{-\mu t} \sum_{i=0}^j \frac{(\mu t)^i}{i!}] \quad (4)$$

式中 $q_0 = p_0 / (1 - p_H)$ 。

实时系统中, 任务的执行时间不能大于任务的截止时间, 即 $C \leq D$ 。不妨令 $D = C + L$, 其中, L 是服从参数为 γ 的负指数分布的随机变量, $F_L(t) = 1 - e^{-\gamma t}$, $t \geq 0$ 。并且 C 和 L 相互独立。由卷积公式可得 D 的密度函数为: $f_D(t) = f_C(t) * f_L(t) = \int_0^t f_C(s) f_L(t-s) ds = \mu \lambda / \gamma - \mu (e^{-\mu t} - e^{-\gamma t})$, 其中 f_C 、 f_L 分别为 C 和 L 的密度函数。已知 f_D 可求出 D 的分布函数为:

$$F_D(t) = P\{D \leq t\} = 1 - \frac{1}{\gamma - \mu} (\gamma e^{-\mu t} - \mu e^{-\gamma t}) \quad (5)$$

将式(4)、(5)代入式(3)可得截止时间错过率 p^m 。 m 为单位时间内平均错过截止时间的任务数:

$$m = \lambda_e p^m \quad (6)$$

式中 λ_e 为单位时间内平均进入系统任务数, $\lambda_e = \lambda(1-p^r)$, 所以式(6)可变为:

$$m = \lambda(1-p^r) p^m \quad (7)$$

2.3 平均截止时间超过量

软实时系统中允许任务错过截止时间, 截止时间超过量越大, 计算结果的价值越小。用平均截止时间超过量 m_a 来量化该现象, 定义为任务完成时间超过其绝对截止时间的平均值。

令 $B_i = \max\{0, b_i - d_i\}$, b_i 和 d_i 分别表示任务 T_i 的完成时间和绝对截止时间, $b_i = A_i + W_i$; $d_i = A_i + D_i$ 。 $b_i - d_i = W_i - D_i$, 所以 $B_i = \max\{0, W_i - D_i\}$ 。令 $Z = W - D$, $B = \max\{0, Z\}$, 平均截止时间超过量为:

$$m_a = E(B) = \int_0^{+\infty} t dF_Z(t) \quad (8)$$

式中 F_Z 为 Z 的分布函数。由于 W 和 D 相互独立, 所以有:

$$F_Z(t) = P\{W - D \leq t\} = \iint_{t_W - t_D \leq t} f_{W,D}(t_W, t_D) dt_W dt_D = \int_0^t \int_t^{+\infty} f_W(s) f_D(s-w) ds dw \quad (9)$$

式中 $f_{W,D}$ 为 W 和 D 的联合密度函数; f_W 为 W 的密度函数。将式(9)代入式(8), 可得系统的平均截止时间超过量 m_a 。

3 缓冲容量的最优设计

令系统在截止时间以内成功完成一个任务的收益为 k_1 , 所以系统的平均收益函数为:

$$R_b = k_1 \lambda_e \quad (10)$$

系统的损失包括任务被抛弃的损失和错过截止时间的损失。令抛弃一个任务的损失为 k_2 , 一个任

务错过截止时间的损失为 k_3 ，一个单位平均截止时间超过量的损失为 k_4 。由式(2)、(7)和(8)，可知系统稳定后的平均损失函数为：

$$R_c = k_2 \bar{\lambda}_e + k_3 m + k_4 m_a \quad (11)$$

由式(10)、(11)两式，系统的平均净收益函数为：

$$J_1 = R_b - R_c = k_1 \lambda_e - k_2 \bar{\lambda}_e - k_3 m - k_4 m_a \quad (12)$$

缓冲大小要影响系统的净收益，为了使系统总体性能的最优，需要最大化 J_1 。解 $\max J_1$ 可得 H 。式(12)中，常系数 k_1 、 k_2 、 k_3 、 k_4 使不同意义不同量纲的性能指标统一到一个综合性的指标里，其相对大小反映了各个指标间的相对重要性。各个性能指标间可能是相互矛盾的，如为了使任务的被抛弃率尽可能的小，需要缓冲尽可能的大，但在流量很大时，过大的缓冲可能会使任务的截止时间错过率和截止时间超过量增加。模型中没有考虑任务间的相对重要性，加入任务权重参数就可以解决这个问题。

4 性能分析

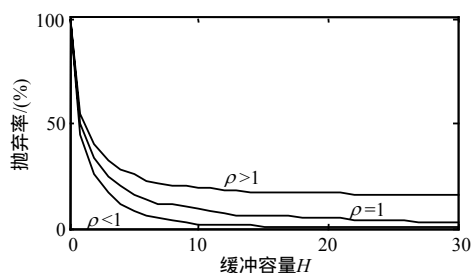


图1 任务抛弃率和H的关系

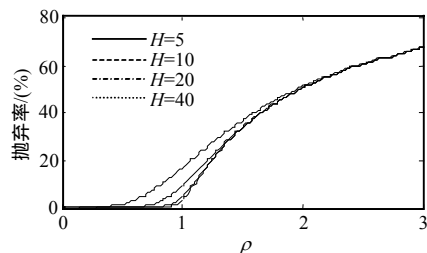


图2 任务抛弃率和交通强度的关系

性能分析如图1、2所示。考察了不同的缓冲容量和交通强度对任务抛弃率的影响，为缓冲容量的

设计提供了依据。图1、2是在式(1)的基础上进行绘制的。图1反映了任务抛弃率和 H 之间的关系，可见抛弃率随 H 的增大而减小。交通强度 ρ 小于1时，可通过选择合适的 H 使抛弃率足够的小，交通强度 ρ 大于1时，抛弃率存在非负下界，当载荷的到达情况不可预测时，这个下界可能很大，使得系统性能下降。图2所示反映了任务抛弃率和交通强度之间的关系，可见当交通强度小于1时，随着缓冲容量 H 的增大，抛弃率有显著的降低。交通强度大于1时，不论缓冲容量如何设置，随着交通强度的增加，抛弃率的变化率越来越小(对应于图2中曲线的斜率越来越小)并且最终重合。这说明请求任务数过多时，无限增大缓冲容量的效果不大，而且增加了存储开销。

5 结束语

本文针对非周期软实时系统讨论了三种性能指标，提出了一种缓冲容量的设计方法，以此来获得较好的综合性能。下一步的工作将是针对任务到达率变化的情况，设计一种动态调整系统参数的方法。

参考文献

- [1] SHA L, ABDELZAHER T, CERVIN A, et al. Real time scheduling theory: a historical perspective[J]. Real-Time Systems, 2004, 28(2/3): 101-155.
- [2] LEHOCZKY J P. Real-time queueing theory[C]//Proc. of the 17th IEEE Real-Time System Symposium. Washington, DC, USA: IEEE Computer Society, 1996: 186-195.
- [3] ABDELZAHER T F, SHIN K G, BHATTI N. Performance guarantees for web server end-systems: a control theoretical approach[J]. IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems, 2002, 13(1): 80-96.
- [4] Cohen J W. The single server queue[M]. New York: North-Holland, 1982.
- [5] LU J C, STANKOVIC A. Feedback control real-time scheduling: framework, modeling, and algorithms[J]. Real-Time Systems Journal, 2002, 23(1/2): 85-126.

编辑 孙晓丹