

新的四维超混沌Liu系统及其混沌同步

刘扬正^{1,2}, 林长圣², 姜长生¹

(1. 南京航空航天大学自动化学院 南京 210016; 2. 南京工程学院非线性物理研究室 南京 210013)

【摘要】在三维Liu系统的基础上增加一维状态, 构建了一个新的四维超混沌Liu系统。简要地分析了该系统平衡点的性质、超混沌吸引子的相图、Lyapunov指数和Lyapunov维数等特性, 设计了一种实现四维超混沌Liu系统的实际电路。利用非线性反馈控制方法实现了该超混沌系统的混沌同步, 根据系统的稳定性理论, 得到了非线性反馈控制器的结构和系统达到混沌同步时反馈控制增益的取值范围, 数值实验的结果验证了理论分析的正确性。

关键词 混沌同步; Lyapunov指数; 非线性反馈; 四维超混沌Liu系统
中图分类号 TN911; O415.5 **文献标识码** A

Chaotic Synchronization for a New Four-Dimensional Hyperchaos Liu System

LIU Yang-zheng^{1,2}, LIN Chang-sheng², and JIANG Chang-sheng¹

(1. College of Automatic Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics Nanjing 210016;

2. Institute of Nonlinear Physics, Nanjing Institute of Technology Nanjing 210013)

Abstract The four-dimensional hyperchaos Liu system is built by adding an additional state into the three-order Liu system. Some of its basic dynamical properties are studied briefly, such as the feature of equilibrium, the hyperchaos attractor, Lyapunov exponent and fractal dimension. An electronic circuit is designed to realize the four-dimensional hyperchaos Liu system. A method of chaos synchronization between the four-dimensional hyperchaos Liu system and its duplicate system using nonlinear feedback control is proposed. Based on the stability theory, the functions of the nonlinear feedback control are determined and the range of feedback gain is derived.

Key words chaos synchronization; Lyapunov exponent; nonlinear feedback; the four-dimensional hyperchaos Liu system

三维自治Lorenz系统^[1]存在多种不同的变形方式^[2-7]。文献[3-5]通过改变系统的参数, 提出了Chen系统、Lü系统和统一系统, 并将这些与Lorenz系统拓扑不等价的系统归为一族, 称之为Lorenz系统族。最近, 文献[6-7]分别提出了与Lorenz系统相似的新系统。研究表明, 维数高于三维的混沌系统可以产生超混沌现象^[7-9], 而利用超混沌同步进行保密通讯, 具有更好的保密性能。因此, 构建高维超混沌系统并实现高维系统的混沌同步, 是一项具有实际意义的工作。利用扩展系统状态的方法, 文献[7-9]分别在文献[3,6-7]提出的三维系统基础上建构了四维超混沌系统。与三维系统相比, 四维系统具有更丰富的变形方式。因此, 对以三维Lorenz系统及其各种变形系统为基础的四维超混沌系统的研究正在引起人们的广泛关注^[7-9]。

本文根据文献[1,6]提出的三维系统, 采用系统变量扩展的方法构建了一个新的四维超混沌Liu系统; 分析了该系统平衡点的性质、超混沌吸引子的相图、Lyapunov指数和Lyapunov维数等特性, 设计了一种实现四维超混沌Liu系统的实际电路; 提出了利用非线性反馈控制方法^[10]实现四维超混沌系统的混沌同步方法。

1 系统构成和特性分析

文献[1,6]提出的系统都是典型的三维自治非线性系统, 将其状态延伸一维构成四维系统。为了电路实现时能满足运算放大器和模拟乘法器对输入电压限制的要求^[9], 通过系统变量变换, 将四维系统方程表述为:

收稿日期: 2006-06-05; 修回日期: 2006-09-10

基金项目: 国家自然科学基金(90405011)

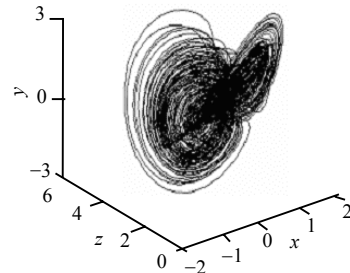
作者简介: 刘扬正(1964-), 男, 在职博士生, 副教授, 主要从事非线性物理、混沌控制与同步等方面的研究。

$$\begin{cases} dx_1/dt = -ax_1 + ay_1 \\ dy_1/dt = bx_1 - w_1 - 10x_1z_1 \\ dz_1/dt = -cz_1 + 10x_1^2 \\ dw_1/dt = dw_1 + 10y_1z_1 \end{cases} \quad (1)$$

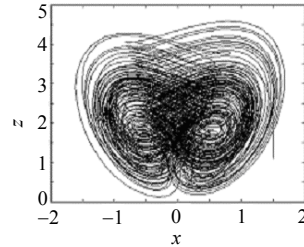
式中 x_1, y_1, z_1, w_1 为系统的变量; a, b, c, d 为系统参数。式(1)四维系统与文献[7-9]中的四维超混沌都不相同, 是一种新的四维系统。式(1)四维系统的Jacobian矩阵为:

$$J = \begin{bmatrix} -a & a & 0 & 0 \\ b - 10z_1 & 0 & -10x_1 & -1 \\ 20x_1 & 0 & -c & 0 \\ 0 & 10z_1 & 10y_1 & d \end{bmatrix} \quad (2)$$

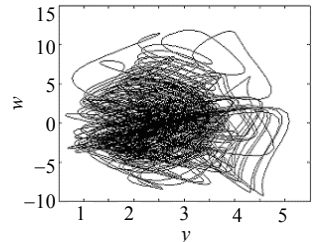
令 $-ax_1 + ay_1 = 0$, $bx_1 - w_1 - 10x_1z_1 = 0$, $-cz_1 + 10x_1^2 = 0$, $dw_1 + 10y_1z_1 = 0$, 当 $d \leq 1$ 时, 四维系统只有唯一的平衡点 $P^0(0, 0, 0, 0)$ 。取系统参数为 $a=10, b=40, c=2.5, d=1$, 四维系统的Jacobian矩阵在平衡点 P^0 处的特征值为 $\lambda_1 = -25.6155$, $\lambda_2 = 15.6155, \lambda_3 = -2.5, \lambda_4 = 1$ 。四个特征值皆为实数, 且有两个特征值大于零, 两个特征值小于零, 因而平衡点 P^0 是不稳定的鞍结点。数值计算的结果表明, 当系统参数为 $a=10, b=40, c=2.5, d=1$ 时, 四维系统(1)的Lyapunov指数(LE)为: $\lambda_{L1} = 1.6596, \lambda_{L2} = 0.1258, \lambda_{L3} = 0, \lambda_{L4} = -14.1477$ 。系统有两个正的Lyapunov指数, 式(1)四维系统为超混沌系统, 它的部分相图如图1所示。



a. 式(1)系统的三维相图



b. 式(1)系统的二维(x-z)相图



c. 式(1)系统的二维(z-w)相图

图1 式(1)系统的部分相图

系统的分形维数为: $D_L = j + \frac{1}{|\lambda_{L(j+1)}|} \sum_{i=1}^j \lambda_{L_i} = 3 + \frac{\lambda_{L1} + \lambda_{L2}}{|\lambda_{L4}|} = 3 + \frac{1.6596 + 0.1258}{|-14.1477|} = 3.1262$ 。

根据式(1)设计了实现四维超混沌Liu系统功能的实际电路, 如图2所示。图中的运算放大器皆为LF353, 电路中各元件的数值由式(1)系统的参数决定, 如图中标示。由于系统中的非线性函数都是系统变量的二次函数, 可由模拟乘法器实现, 模拟乘法器选用AD633JN。

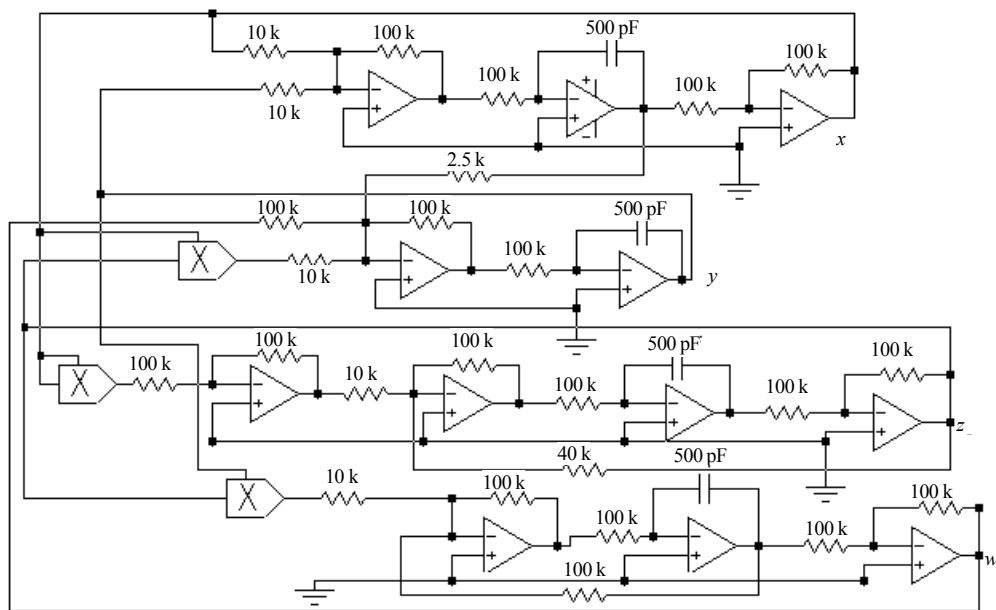


图2 四维超混沌Liu系统功能的实际电路

2 混沌同步

将式(1)的四维超混沌系统作为驱动系统,式(1)系统的复制系统作为响应系统,利用非线性反馈控制实现驱动系统与响应系统混沌同步,非线性反馈控制器 $u_i(t)(i=1,2,3,4)$ 施加在响应系统上,则响应系统方程为:

$$\begin{cases} dx_2/dt = -ax_2 + ay_2 + u_1 \\ dy_2/dt = bx_2 - w_2 - 10x_2z_2 + u_2 \\ dz_2/dt = -cz_2 + 10x_2^2 + u_3 \\ dw_2/dt = dw_2 + 10y_2z_2 + u_4 \end{cases} \quad (3)$$

为了获得能够实现驱动系统与响应系统混沌同步的非线性反馈控制函数,令两系统的误差变量 $e_1 = x_1 - x_2, e_2 = y_1 - y_2, e_3 = z_1 - z_2, e_4 = w_1 - w_2$,用式(1)减式(3)得到误差系统方程:

$$\begin{cases} de_1/dt = a(e_2 - e_1) - u_1 \\ de_2/dt = (b - 10z_2)e_1 - 10x_1e_3 - e_4 - u_2 \\ de_3/dt = 20x_1e_1 - 10e_1^2 - ce_3 - u_3 \\ de_4/dt = 10z_2e_2 + 10y_1e_3 + de_4 - u_4 \end{cases} \quad (4)$$

取非线性反馈控制器 $u_i(t)(i=1,2,3,4)$ 为:

$$\begin{cases} u_1 = u_3 = 0 \\ u_2 = (b - 10z_2)e_1 - 10x_1e_3 + k_2e_2 \\ u_4 = 10z_2e_2 + 10y_1e_3 + k_4e_4 \end{cases} \quad (5)$$

式中 k_2, k_4 为待确定的反馈控制增益。

下面根据系统的稳定性理论^[10-11],确定在非线性反馈控制作用下,使驱动系统与响应系统实现混沌同步时,反馈控制增益的 k_2, k_4 的取值范围。将式(5)带入式(4)并写成 $dx/dt = A(t)x + O(x,t)$ 的形式^[12],则误差系统方程为:

$$\begin{pmatrix} de_1/dt \\ de_2/dt \\ de_3/dt \\ de_4/dt \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -a & a & 0 & 0 \\ 0 & -k_2 & 0 & -1 \\ 20x_1 & 0 & -c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d - k_4 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -10e_1^2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

由式(6)可知,误差变量的零点是误差系统的平衡点。根据非线性系统的线性化稳定性定理^[12],式(6)误差系统的线性矩阵:

$$A(t) = \begin{bmatrix} -a & a & 0 & 0 \\ 0 & -k_2 & 0 & -1 \\ 20x_1 & 0 & -c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d - k_4 \end{bmatrix} \quad (7)$$

为时变矩阵。由于系统处于混沌状态,系统变量在一定的吸引域内变化,因此 $A(t)$ 对所有的 t 有界。

由式(7)知,当反馈控制增益满足 $k_2 > 0$ 和 $k_4 > d$ 时,矩阵 A 的所有特征值都具有负实部,因此线性系统 $de/dt = A(t)e$ 的零解一致渐近稳定。

式(6)误差系统的非线性项 $O(e,t) = [0 \ 0 \ -10e_1^2 \ 0]^T$,对所有的 t 有 $O(0,t) = 0$,且 $\lim_{\|e\| \rightarrow 0} \frac{\|O(e,t)\|}{\|e\|} = 0$ 对 t 一致成立。所以式(6)误差系统在原点处渐近稳定,也意味着在非线性反馈控制作用下式(3)系统与式(1)系统达到混沌同步。

对系统进行数值实验时,取系统参数 $a=10, b=40, c=2.5, d=1$,系统变量 $(x_1(0) = y_1(0) = z_1(0) = w_1(0) = 1.6, x_2(0) = y_2(0) = z_2(0) = w_2(0) = 0.1)$ 时,采用四阶龙格-库塔法,采样步长为 0.01 s。在非线性反馈控制器的作用下,当反馈控制增益 $k_2 = 0.3, k_4 = 1.2$ 时,式(1)驱动系统与式(3)响应系统很快实现混沌同步。图3所示是系统误差变量 e_3 的时域图。

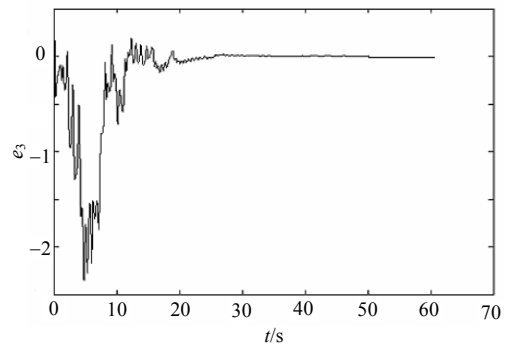


图3 控制超混沌系统同步

3 结论

本文构建的新四维超混沌Liu系统,包含三个系统变量的二次非线性项,实现四维超混沌Liu系统的实际电路简便。利用非线性反馈控制方法实现四维超混沌Liu系统的混沌同步,非线性反馈控制器的结构简单易于实现,达到混沌同步时反馈控制增益的取值范围容易确定。下步工作将对该系统在混沌同步保密通讯方面的应用,作进一步的研究。

参 考 文 献

[1] LORENZ E N. Deterministic non-periodic flows[J]. J Atoms Sci, 1963, 20: 130-141.
 [2] 王光瑞, 于熙龄, 陈式刚. 混沌的控制、同步与利用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001.
 [3] UETA T, CHEN G. Bifurcation analysis of chen's attractor[J]. Int J Bifurcat Chaos, 2000, 10: 1917-1931.

(7.6~15.8 GHz), 明显改善了片状金属磁性微粉吸收剂的吸收特性。

参 考 文 献

- [1] 曹琦, 龚荣洲, 冯则坤, 等. Fe-Si-Al系合金粉微波吸收特性[J]. 中国有色金属学报, 2006, 16(3): 524-529.
- [2] ZHOU Pei-heng, DENG Long-jiang, XIE Jian-liang, et al. Nanocrystalline structure and particle size effect on microwave permeability of FeNi powders prepared by mechanical alloying[J]. Magn Magn Mater, 2005, 292: 325-331.
- [3] 周佩珩, 邓龙江, 翁小龙. 磁性纳米晶颗粒电磁特性研究进展[J]. 隐身技术, 2005, 4: 28-33.
- [4] YOSHIYUKI Y, TAKAHIRO M, NAKAE Y, et al. Magnetic properties of the noble metal nanoparticles protected by polymer[J]. Physica B, 2003, 329-333(2): 1183-1184.
- [5] 王其祥, 宋宝珍, 李洪钟. α -Fe金属磁记录粉表面化学改

性[J]. 无机材料学报, 2002, 17(5): 953-958.

- [6] VANOOIJ W J. Protecting metals with silane coupling agents[J]. Chem Tech, 1998, 28(2): 26-35.
- [7] 杜作栋, 陈剑华. 有机硅化学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1990: 184-206.
- [8] ARKLES B. Tailoring surfaces with silanes[J]. Chem Tech, 1977, 7: 766-769.
- [9] WU L Z, DING J, JIANG H B, et al. Particle size influence to the microwave properties of iron based magnetic particulate composites[J]. Magn Magn Mater, 2005, 285: 233-239.
- [10] 高正娟, 曹茂盛, 朱静. 复合吸波材料等效电磁参数计算的研究进展[J]. 宇航材料工艺, 2004, 4: 12-15.

编辑 张俊

(上接第190页)

- [7] FLETCHER P N, DEAN M, NIX A R. Mutual coupling in multi-element array antennas and its influence on MIMO channel capacity[J]. Electronics Letters, 2003, 39(4): 342-344.
- [8] STEYSKAL H, HERD J S. Mutual coupling compensation in small array antennas[J]. IEEE Trans Antennas Propag, 1990, 38(12): 1971-1975.
- [9] HUI H T. A new definition of mutual impedance for application in dipole receiving antenna arrays[J]. IEEE Antennas and Wireless Propag, 2004, 3: 364-367.

- [10] HARRINGTON R F. Field computation by moment method[M]. New York, USA: Macmillan Company, 1968.
- [11] KERMOAL J P, SCHUMACHER L, PEDERSEN K I, et al. A stochastic MIMO radio channel model with experimental validation[J]. IEEE J Select Areas Commun, 2002, 20(6): 1211-1226.
- [12] 张贤达. 信号处理中的线性代数[M]. 北京: 科学出版社, 1997.

编辑 黄莘

(上接第237页)

- [4] Lü J, CHEN G. A new chaotic attractor coined[J]. Int J Bifurcat Chaos, 2002, 12(3): 659-661.
- [5] Lü J, CHEN G, ZHANG S. The compound structure of a new chaotic attractor[J]. Chaos, Solitons&Fractals, 2002, 14: 669-672.
- [6] LIU C, LIU T, LIU L, et al. A new chaotic attractor[J]. Chaos, Solitons&Fractals, 2004, 22: 1031-1038.
- [7] WANG J Z, CHEN Z Q, YUAN Z Z. The generation of a hyperchaotic system based on a three-dimensional autonomous chaotic system[J]. Chinese Physics, 2006, 15(6): 1216-1225.

- [8] PARK J H. Adaptive synchronization of hyperchaotic Chen system with uncertain parameters[J]. Chaos, Solitons & Fractals 2005, 26: 959-964.
- [9] WANG F Q, LIU C X. Hyperchaos evolved from the Liu chaotic system[J]. Chinese Physics, 2006, 15(5): 963-968.
- [10] 刘扬正, 费树岷, 李平. 变形蔡氏电路混沌同步的非线性反馈控制[J]. 系统工程与电子技术, 2005, 27(8): 1448-1451.
- [11] 刘扬正, 费树岷. Sprott-B和Sprott-C系统之间的耦合混沌同步[J]. 物理学报, 2006, 55(3): 1035-1039.
- [12] 刘扬正, 费树岷. Genesio-Tesi和Coullet混沌系统之间的非线性反馈同步[J]. 物理学报, 2005, 54(8): 3486-3490.

编辑 漆蓉