

修正共轭梯度恒模阵列算法研究

宋 涛, 黄强年, 魏士博, 李广侠

(解放军理工大学通信工程学院 南京 210007)

【摘要】提出一种基于修正共轭梯度算法的恒模(MCG-CMA)盲干扰抑制算法, 该算法将修正共轭梯度方法引入到恒模算法中, 克服了传统恒模算法收敛缓慢、LS-CMA运算量大的缺点, 保留了较好的计算复杂度和数值稳定性, 理论推导了算法失调量的显式表达式。仿真结果表明该算法不需要波达方向估计, 与传统的LS-CMA算法、SCG-CMA算法相比, 具有较好的收敛性能和输出信干噪比(SINR)。

关键词 恒模算法; 共轭梯度; 失调量; 信干噪比
中图分类号 TN913 **文献标识码** A

Study of MCG-CMA Algorithm Based on Conjugate Gradient Method

SONG Tao, HUANG Qiang-nian, WEI Shi-bo, and LI Guang-xia

(Institute of Communications Engineering of PLA University of Science and Technology Nanjing 210007)

Abstract This paper presents and analyzes a constant modulus algorithm (CMA) adaptive beamforming algorithm which is based on conjugate gradient method. This algorithm focuses on a new technique for data block modificatory method with conjugate gradient, and overcomes the shortcoming of traditional CMA algorithms, such as slow convergence speed or vast complexity. An analysis is given to find the misadjustments performance in MCG-CMA algorithm with different sampling length. Computer simulations show that the algorithm has better convergence performance and better signal to interference plus noise ratio (SINR) capability than LS-CMA and SCG-CMA algorithm.

Key words CMA; conjugate gradient; misadjustments performance; SINR

近年来, 盲波束形成技术受到研究者的广泛重视^[1-2], 它不需估计波达方向, 且不需要训练比特, 具有较高的应用价值。早期恒模算法^[1](如SD-CMA)采用最陡下降算法, 这种基于性能表面的瞬时梯度搜索方法, 需要较长的收敛过程, 限制了恒模算法的应用。此后改进算法中较为重要的包括正交恒模(OCMA)算法^[2]和最小二乘恒模算法(LS-CMA)^[3]。前者利用了牛顿算法思想, 后者利用开环数据块更新的迭代技术, 都需要估计信号协方差逆阵, 当协方差阵非正定或者奇异时, 算法无法收敛^[4]。相对于瞬间梯度搜索, 共轭梯度CGM类算法具有收敛快、收敛步数恒定、复杂度低的优点, 并具有很好的数值稳定性, 近年来的研究受到关注^[5-7]。传统CGM算法基于数据块处理, 不利于实时执行, 文献[8]首次将共轭梯度算法引入到恒模中, 提出基于数据块处理BCG-CMA算法, 改善了收敛性和数值稳定性。文献[9]提出逐次更新共轭梯度(SCGM)算法, 能有效降

低运算量, 但仅针对实Hermitian矩阵处理, 不适合于QPSK调制。文献[10]引入指数衰减的数据窗技术, 进一步降低了运算量, 但算法受到接收矩阵条件数影响, 算法容易发散。

基于对文献[5,8-10]的研究, 本文将共轭梯度算法引入恒模阵列算法中, 提出一种基于修正共轭梯度算法的恒模阵列盲干扰抑制算法(MCG-CMA)。

1 基于修正共轭梯度的恒模算法

1.1 信号模型与共轭梯度算法

假设波束形成器输入信号和权矢量分别为 x 和 w , 输出信号为 $y_i(k) = w(t)^H x(k)$, CMA恒模算法代价函数为:

$$J_{1,2}(w(t)) = \sum_{k=0}^{K-1} \frac{1}{2} |1 - |y_i(t-k)|| \quad (1)$$

引入共轭梯度方法求解式(1), 并化简:

收稿日期: 2007-01-25; 修回日期: 2007-05-19

基金项目: 国家自然科学基金(60472051); 部级预研项目(51421010705JB3804)

作者简介: 宋 涛(1975-), 男, 博士, 讲师, 主要从事卫星抗干扰技术与软件无线电方面的研究。

$$J_{1,2}(\mathbf{w}(t)) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{K-1} \left| 1 - \frac{|y_i(t-k)|}{|y_i(t-k)|} \right|^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{K-1} \left| \frac{y_i(t-k)}{|y_i(t-k)|} - y_i(t-k) \right|^2 = \frac{1}{2} [d_{K,t}^T(t) d_{K,t}^*(t) - \mathbf{w}^H(t) r_{K,t}(t) - (\mathbf{w}^H(t) r_{K,t}(t))^H + \mathbf{w}^H(t) \mathbf{R}_K(t) \mathbf{w}(t)] \quad (2)$$

式中 $\mathbf{R}_K(t)$ 为 $\mathbf{X}_K(t)$ 相关矩阵:

$$\mathbf{X}_K(t) = [x(t-K+1) \ x(t-K+2) \ \cdots \ x(t)]$$

$$d_{K,t}(t) = \begin{bmatrix} \frac{y_i(t-K+1)}{|y_i(t-K+1)|} & \frac{y_i(t-K+2)}{|y_i(t-K+2)|} & \cdots & \frac{y_i(t)}{|y_i(t)|} \end{bmatrix}^T \quad (3)$$

1.2 修正共轭梯度恒模MCG-CMA算法

通过采样对 $\mathbf{R}_K(t)$ 和 $r_{K,t}$ 估计:

$$\tilde{\mathbf{R}}(n) = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} x(n-i) x^T(n-i) \quad (4)$$

$$\tilde{r}(n) = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} d(n-i) x(n-i) \quad (5)$$

共轭梯度方法中权矢量迭代表达式为^[7]:

$$\mathbf{w}_m(t) = \mathbf{w}_m(t-1) + \alpha_m(t) p_{m-1}(t) \quad (6)$$

式中 $\mathbf{w}_m(t)$ 代表 t 时刻第 m 次权矢量; $\alpha_m(t)$ 为搜索步长; $p_{m-1}(t)$ 为搜索方向^[8]:

$$p_m(t) = \mathbf{g}_m(t) + \beta_m(t) p_{m-1}(t) \quad (7)$$

式中 $\mathbf{g}_m(t)$ 代表代价函数的负梯度方向。将式(5)代入式(2)并化简, 有:

$$\mathbf{g}_m(t) = -\nabla J_{1,2}(\mathbf{w}_m(t)) = r_{K,t}(t) - \mathbf{R}_K(t) \mathbf{w}_m(t) \quad (8)$$

式中 $\mathbf{g}_m(t)$ 称为残差向量^[5], 具有如下正交性质:

$\mathbf{g}^H(t) \mathbf{g}(t-k) = 0, (k=1, 2, \dots, t)$, 其迭代公式为:

$$\mathbf{g}_m(t) = \mathbf{g}_{m-1}(t) - \alpha_m(t) \mathbf{R}_K(t) p_{m-1}(t) \quad (9)$$

首先求解 $\alpha_m(t)$: 当 $\mathbf{w}_{m-1}(t)$ 和 $p_{m-1}(t)$ 给定时候, $\alpha_m(t)$ 值的更新应保证 $J_{1,2}(\mathbf{w}_m(t))$ 最小, 因此将式(9)对步长因子求导并化简, 得:

$$\alpha_m(t) = -\frac{p_{m-1}^H(t) \mathbf{g}_{m-1}(t)}{p_{m-1}^H(t) \mathbf{R}_m(t) p_{m-1}(t)} \quad (10)$$

式中 $\beta_m(t)$ 为比例因子, 以保证搜索方向 $\{p_m(t), (m=1, 2, \dots)\}$ 与 $\mathbf{R}_K(t)$ 共轭, 有下式成立^[7]:

$$p_k(t) = -\mathbf{g}_k(t) - \beta_k(t) p_{k-1}(t) \quad (11)$$

式(11)两边左乘 $p_{k-1}^H \mathbf{R}$, 利用共轭方向向量的共轭性质 $p_{k-1}^H \mathbf{R} p_k = 0$, 有:

$$\beta_m(t) = -\frac{p_{m-1}^H(t) \mathbf{R}_m(t) p_{m-1}(t)}{p_{m-1}^H(t) \mathbf{R}_m(t) p_{m-1}(t)} \quad (12)$$

式(5)~(7)、式(9)~(12)构成修正共轭梯度恒模算法(MCG-CMA)的步骤。

2 MCG-CMA算法失调量分析

设系统最优权矢量为 \mathbf{w}^{*T} , 则恒模输出为 $d = \mathbf{w}^{*T} \mathbf{x}(n)$, 定义误差量为:

$$e(n) = d(n) - \tilde{\mathbf{w}}^T(n) \mathbf{x}(n) = (\mathbf{w}^* - \tilde{\mathbf{w}}(n))^T \mathbf{x}(n) = \boldsymbol{\varepsilon}^T(n) \mathbf{x}(n) \quad (13)$$

求解误差的均方值:

$$E[e^2(n)] = E[\mathbf{x}^T(n) e(n) e(n)^T \mathbf{x}(n)] = \text{tr}[\mathbf{R} \mathbf{K}(n)] \quad (14)$$

式中 $\mathbf{K}(n) = E[\boldsymbol{\varepsilon}(n) \boldsymbol{\varepsilon}^T(n)]$, $\boldsymbol{\varepsilon}(n) = \mathbf{w}^* - \tilde{\mathbf{w}}(n)$; 接收向量独立不相关时, $\mathbf{R} = \delta_x^2 \mathbf{I}$ 。因此式(14)为:

$$E[e^2(n)] = \delta_x^2 \text{tr} \mathbf{K}(n) = \delta_x^2 E[\|\boldsymbol{\varepsilon}(n)\|^2] \quad (15)$$

迭代 k_{\max} 后, 有下式近似成立:

$$\tilde{\mathbf{R}}(n) \tilde{\mathbf{w}}(n) \approx \tilde{\mathbf{b}}(n) \quad (16)$$

式(16)等价于残差向量 $\|\mathbf{g}(k_{\max})\| = \|\tilde{\mathbf{b}}(n) - \tilde{\mathbf{R}}(n) \times \mathbf{w}(k_{\max})\| < \varepsilon$, 其中 ε 为任意小。设 $\tilde{w}_j(n)$ 和 $\tilde{b}_j(n)$ 分别为向量 $\tilde{\mathbf{w}}(n)$ 和 $\tilde{\mathbf{b}}(n)$ 中元素, 有 $\tilde{r}_{jj}(n) \tilde{w}_j(n) \approx \tilde{b}_j(n)$, 求解 $\tilde{w}_j(n)$ 方差为:

$$\text{var}(\tilde{w}_j(n)) = E[(\tilde{w}_j(n) - E[\tilde{w}_j(n)])^2] = E[(\mathbf{w}_j^* - \varepsilon_j(n) - E[\tilde{w}_j(n)])^2] = E[(\varepsilon_j(n))^2] \quad (17)$$

由于CG算法的非线性特征, 难以直接计算式(18)中 $\tilde{w}_j(n)$ 的二阶方差量, 可作近似^[6]:

$$\text{var}(\tilde{w}_j(n)) \approx \text{var}(\tilde{r}_{jj}(n)) \text{var}(\tilde{b}_j(n)) \quad (18)$$

对 $\tilde{r}_{jj}(n)$ 求方差:

$$\begin{aligned} \text{var}(\tilde{r}_{jj}(n)) &= E[(\tilde{r}_{jj}(n) - r_{jj})^2] = \\ &= E\left[\frac{1}{M^2} \left\{ \sum_{i=0}^{M-1} x(n-i-j)^4 + \sum_{i=k}^{M-1} \sum_{j=k}^{M-1} x(n-i-j)^2 x(n-i-j)^2 \right\} + \right. \\ &\quad \left. \delta_x^4 - \frac{2\delta_x^2}{M} \sum_{i=0}^{M-1} x(n-i-j)^2 \right] = \\ &= \frac{1}{M^2} [Mm_4 + M(M-1)\delta_x^2] + \\ &\quad \delta_x^4 - \frac{2\delta_x^2}{M} M\delta_x^2 \approx \frac{m_4}{M} \end{aligned} \quad (19)$$

式中 $m_4 = E[x(n)^4]$ 为四阶统计量, 且 $E[x(n)] = 0$ 。根据 $\tilde{b}_j(n)$ 定义公式, 并代入式(19), 有:

$$\begin{aligned} \text{var}(\tilde{b}_j(n)) &= \text{var}\left[\frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} \mathbf{w}_j^* x(n-i-j)^2\right] = \\ \text{var}\left[\frac{\mathbf{w}_j^*}{M} \sum_{i=0}^{M-1} x(n-i-j)^2\right] &= \text{var}(\mathbf{w}_j^{*2} \tilde{r}_{jj}(n)) = \mathbf{w}_j^{*2} \frac{m_4}{M} \end{aligned} \quad (20)$$

独立分布的信号峰度 $\nu_x = E[x_i^4] / \delta_x^4 = 3$ ^[10], 式(15)可化为:

$$E[e^2(n)] = \delta_x^2 E[\|\varepsilon(n)\|^2] = \delta_x^2 E\left[\sum_{j=0}^{N-1} \varepsilon(n)^2\right] = \delta_x^2 \sum_{j=0}^{N-1} \text{var}(\tilde{w}_j(n)) \approx \delta_x^2 \sum_{j=0}^{N-1} \frac{9\delta_x^8}{M^2} w_j^{*2} = \frac{9\delta_x^{10}}{M^2} \|w^*\|^2 \quad (21)$$

式(21)表示随数据长度增加, MCG-CMA失调会有二阶指数的改善, 但付出了运算量的代价。

3 计算机仿真与分析

本文仿真采用4个阵元的线阵(ULA), 阵元间距为1/2的波长; 信号采用QPSK调制, 信号噪声比SNR为13 dB, 波达角DOA为90°, 干扰为宽带干扰, 干扰噪声比JNR为16 dB, DOA为30°, LSCMA算法和MCGCMA算法的数据块长度均为8, SCGCMA算法参数 r 和 n 的取值0.7, 仿真采用20次蒙特卡罗方法, 如图1、图2所示。

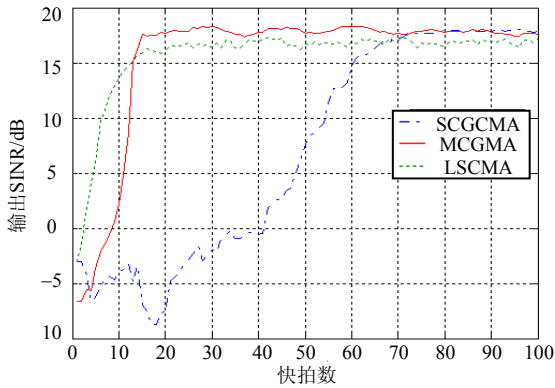


图1 LSCMA、SCGCMA和MCGCMA输出SINR曲线

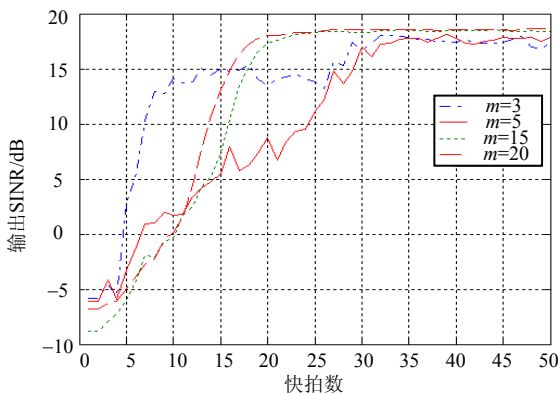


图2 LSCMA、SCGCMA和MCGCMA的阵列响应图

从收敛速度看, LSCMA和MCGCMA算法收敛速度均优于SCGCMA, 能在10个快拍左右收敛, LSCMA算法略快于MCGCMA算法, 但在收敛状态下MCGCMA的SINR略高于LSCMA算法1~2 dB; 3种算法中SCGCMA的收敛速度较慢, 大概在70个快拍内收敛, 但收敛状态下输出SINR要略优于

MCGCMA算法, 这是因为算法采用了指数衰减窗技术, 改善了算法的失调性能。三种算法均收敛于90°信号方向, 在30°干扰方向形成零陷, SCGCMA和MCGCMA零陷深度明显优于LSCMA算法, 显示出共轭梯度搜索方法的优势, MCGCMA算法达到了23 dB深度, 优于SCGCMA算法6 dB, 如图3、图4所示。

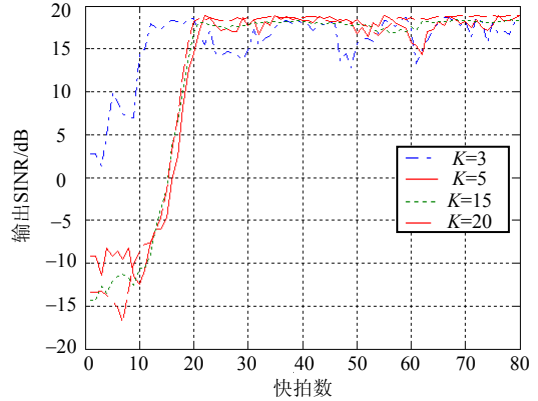


图3 不同数据块长度时BCGCMA的SINR

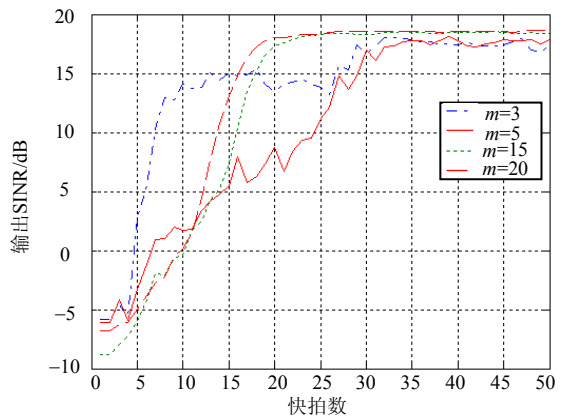


图4 不同数据块长度时MCGCMA算法的SINR

当数据块长度小于阵列个数($m=3$), BCG和MCG均迅速收敛, 但是性能曲线起伏较大; 当数据块长度 m 大于阵列个数, BCG性能得到改善, 数据块长度越大, 收敛曲线越光滑, 输出SINR越大。MCG算法的数据块长度不能无限增加, 当增至20时收敛会放慢, 这是因为接收向量空间的维数增加到一定程度, 梯度正交向量 $p(k)$ 搜索范围增大, 实际应用中数据长度的选择需要对运算量和输出SINR之间有适当的折中。

4 总结

本文算法建立在所需信号包络恒定的假定基础上。但实际中由于脉冲成型滤波等因素的影响, 信号包络会发生起伏, 在此情况下同样可以采用本文算法, 但收敛性能可能受到影响^[1]。本文算法仍无

法解决恒模算法存在的“误捕”问题。若引入恒模阵列对消器结构或者多端口恒模阵列算法,本文算法可以为其提供一种很好的单级恒模算法方案。

参 考 文 献

- [1] GODARD D N. Self recovering equalization and carrier tracking in two dimensional data communication system[J]. IEEE Trans, 1998, 27(1): 156-159.
- [2] AGEE B G. The least-squares CMA: A new technique for rapid correction of constant modulus signals[C]//Proc ICASSP. Tokyo, Japan: IEEE, 1986: 953-956.
- [3] LIBERTI J C Jr, RAPPAPORT T S. Smart antenna for wireless communication: IS-95 and third generation CDMA applications[M]. NJ: Prentice Hall PTR, 1999: 204-207.
- [4] 宋 涛, 李志强, 何家富, 等. 基于时域正交的TDO-LMS盲检测改进算法研究[J]. 解放军理工大学学报(自然科学版), 2006, 7(2): 103-106.
SONG Tao, LI Zhi-qiang, HE Jia-fu, et al. Blind interference suppression algorithm based on TDO-LMS[J]. Journal of PLA University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2006, 7(2): 103-106.
- [5] SHENG P, WILLSON A N. Analysis of conjugate Gradient algorithms for adaptive filtering[J]. IEEE Transactions on signal Processing, 2000, 48(2): 326-331.
- [6] MANDYAM G D, AHMED N, SRINATH M D. Adaptive beamforming based on the conjugate Gradient algorithm[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1997, 33(3): 114-118.
- [7] CHANG P S, WILLSON A N. Adaptive filtering using modified conjugate gradient[C]//In PROC.38th Midwest Symp Circuits Syst Rio de Janeiro. Brazil: [s.n.], 1995: 243-246.
- [8] BORAY G K, SRINATH M D. Conjugate gradient techniques for adaptive filtering[J]. IEEE Trans CS, 1992, 39(1): 1-10.
- [9] CHANG P S, WILLSON A N. Analysis of conjugate gradient algorithms for adaptive filtering[J]. IEEE Trans SP, 2000, 48(2): 409-418.
- [10] 张贤达, 保 铮. 通信信号处理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002: 387-389.
ZHANG Xian-da, BAO Zheng. Communications signal processing[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2002: 387-389.
- [11] ZANG Guo-zhen, LING Cong. Performance evaluation for bandlimited DS-CDMA systems based on simplified improved gaussian approximation[J]. IEEE Transactions on Communications, 2003, 24(7): 25-31.

编辑 漆 蓉

(上接第510页)

3 结 论

接收天线等效电路的传统推导一般基于电路理论,即以戴维南等效开路电压作为源,以天线在发射模式下的输入阻抗作为源的内阻;但最近有学者从场的功率角度出发,指出了由于负载与接收天线上的感应电流间存在耦合,故传统的戴维南等效方法并不适用,并定义了一种新的等效源和等效内阻。本文利用“反应”概念,结合严格的互易定理推导,从电磁场的角度严格证明了接收天线可以等效为基于开路电压的等效模型,并指出了当电场分别与接收模式下和发射模式下的电流作反应时,将产生不同的等效电路参数;最后结合偶极子天线的数值例子,说明了开路电压模型与Su模型等效电路都能给出正确的接收信号,但由于前者的等效参数不依赖负载的取值,故在接收系统分析中较Su模型更方便、合理。

参 考 文 献

- [1] SILVER S. Microwave antenna theory and design[M]. New York: Mc-Graw-Hill, 1949.
- [2] 张德齐. 微波天线基础[M]. 北京: 北京工业学院出版社, 1985.
ZHANG De-qi. Microwave antenna foundation[M]. Beijing: Beijing Industry College Press, 1985.
- [3] COLLIN R E. Antennas and radiowave propagation[M]. New York: Mc-Graw-Hill, 1985.
- [4] CHENG D K. Field and wave electromagnetics[M]. New York: Wesley, 1989.
- [5] RAMO S, WHINNERY J R, VAN D T. Fields and waves in communication electronics[M]. New York: Wiley, 1994.
- [6] SU C C. On the equivalent generator voltage and generator internal impedance for receiving antennas[J]. IEEE Trans Antennas Propagat, 2003, 51(2): 279-285.
- [7] RUMSEY V H. Reaction concept in electromagnetic theory[J]. Phys Rev 1954, 94(6): 1483-1491.
- [8] WEEKS W L. Antenna engineering[M]. New York: Mc-Graw-Hill, 1968.
- [9] SU C C. A rigorous derivation of the relation between the effective area and the directive gain and its extension to lossy antennas[J]. IEEE Trans Antennas Propagat, 2001, 49(3): 413-418.
- [10] HARRINGTON R F. Field computation by moment method[M]. New York: Macmillan Company, 1968.

编辑 税 红