

# INSGA-II 算法及其在天线综合中的应用

欧阳骏, 杨峰, 杨仕文, 聂在平

(电子科技大学电子工程学院 成都 610054)

**【摘要】**为了加快NSGA-II优化算法的收敛速度,提高种群多样性,使种群收敛更加均匀。该文在多目标函数优化方法NSGA-II的分析和研究的基础上提出了3点改进措施:(1)累积排序适应度策略;(2)基于精英策略的填充门限跳选方法;(3)限定门限选择策略。实验证明:3点改进措施能够扩大原有算法的解空间,并且提供了一种更加合理的选优策略。通过对典型的数学模型的计算,表明改进方法比原有的NSGA-II方法具有更好的种群收敛性。同时将其使用来优化综合天线阵的方向图,并得到了很好的结果。

**关键词** 天线综合;改进多目标优化算法;多目标优化算法;NSGA-II  
**中图分类号** TP301 **文献标识码** A

## Improved NSGA-II Approach with Application in Antenna Arrays Optimization

OUYANG Jun, YANG Feng, YANG Shi-wen, and NIE Zai-ping

(School of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology of China Chengdu 610054)

**Abstract** Some disadvantages in NSGA-II algorithm are found through multi-objective optimization for Pareto-optimal solutions. Three improved techniques are proposed in this paper for accelerating the convergence speed, enlarging the population diversity, and enhancing the uniformity of spread of solutions of the NSGA-II algorithm. The three techniques are (1) sorting strategy with the accumulated fitness, (2) disconnected filling algorithm within the established threshold based on the elitism strategy, and (3) dropping strategy with the given threshold. The simulations prove that the improved algorithm has much better convergence than the traditional NSGA-II algorithm. Simultaneously, a better optimization result of the linear antenna array patterns can be obtained as well by using this algorithm.

**Key words** antenna synthesis; improved NSGA-II; multi-objective optimize; NSGA-II

优化问题一直是倍受人们关注的问题。遗传算法<sup>[1]</sup>自出现以来在许多领域得到了广泛的应用,在解决简单的单目标优化问题方面取得了很好的成果,但面对复杂的多目标优化问题,传统的遗传算法就显得力不从心。在现代天线及天线阵列的优化设计中经常会遇到多目标函数的优化问题,然而经典的多目标优化方法中,通常把多个目标函数整合成单目标,将多目标优化问题转变为单目标优化问题,然后采用单目标的优化技术求解。但这些方法存在:只能得到一个解;多个目标函数之间量纲不同难以统一;加权值的分配带有较强的主观性;加权的目标函数之间通过决策变量相互制约,最终优化目标仅为各目标之和,各目标的优化进度不可操作等缺点。众多的研究人员通过对遗传算法进行改

造,相继提出了多种用于解决多目标优化问题的遗传算法,如基于向量评估的遗传算法(VEGA)<sup>[2]</sup>,小组决胜遗传算法(NPGA)<sup>[3]</sup>,非支配排序遗传算法(NSGA)<sup>[4-6]</sup>及其改进算法NSGA-II<sup>[7-9]</sup>等。文献[10-11]曾对NSGA, NPGA, VEGA加权向量算法以及纯随机搜索算法,作了系统的定量实验比较,得到的比较结果是NSGA的性能最优。文献[4,7]提出NSGA的改进算法,带精英策略的非支配排序遗传算法(NSGA-II),改进了原来算法的不足之处,提高了算法的运算速度和鲁棒性,并保证了非劣最优解的均匀分布。随着研究的深入,本文发现了NSGA-II存在一些不足之处:只考虑同等级中的非支配集合个体的拥挤度;拥挤度不影响该个体的适应度,所有同等级的非支配集的个体适应度都是相等的;精英

收稿日期:2007-05-14;修回日期:2008-03-21

基金项目:国家自然科学基金(10476005)

作者简介:欧阳骏(1981-),男,博士,主要从事共形天线及阵列、计算电磁学方面的研究。

策略中, 当非支配集合的个体数大于填充序列剩余总数后, 才使用拥挤度排序策略, 排在前面的非支配序列的全部个体都被选中填入填充序列中, 即使一些拥挤度极大的个体们; 使用了和传统GA相同的选择、交叉、变异操作。

本文针对NSGA-II的不足之处, 提出了3点相应的改进方法。通过数值实验证明, 该改进算法在不增加原有算法复杂度的前提下, 提高了收敛速度和种群多样性, 使种群收敛更加均匀, 并应用它来优化天线阵列的辐射方向图, 取得了很好的结果。

## 1 改进的NSGA-II 算法

### 1.1 累积排序适应度策略

#### 1.1.1 NSGA-II 排序及虚拟适应度赋值策略

找出该种群中的所有非支配个体, 并赋予它们一个共享的虚拟适应度值, 得到第一个非支配最优层; 然后, 忽略这组已分层的个体, 对种群中的其它个体继续按照支配与非支配关系进行分层, 并赋予它们一个新的虚拟适应度值, 该值要小于上一层的值, 对剩下的个体继续上述操作, 直到种群中的所有个体都被分层赋值。

#### 1.1.2 原始方法的缺陷

在传统的NSGA-II方法中, 只考虑了同等级中的非支配集合个体的拥挤度; 并且拥挤度的大小并不影响该个体的适应度, 所有同等级的非支配集的个体适应度都是相等的。这就意味着只要在同一个非支配集中, 不管其拥挤度大小差别, 遗传到下一代的概率是相同的, 结果是影响了群体的多样性。如图1所示,  $a$ 点周围个体的密度明显大于 $b$ 点周围个体的密度, 但它们的适应度一样, 所以遗传到下一代的概率也一样。改进算法要达到的目的就是要区分开这样的点, 为它们分配不同的虚拟适应度。

#### 1.1.3 累积排序适应度策略

同时考虑个体的排序值和密度信息, 首先还是将个体按相同的方法进行非支配排序, 并赋予对应的排序值, 如整个群体被分为10个非支配序列, 对第一个非支配序列分配排序值10, 其他序列的排序值依次减去0.5。则图1中 $a$ 、 $b$ 两点的排序值均为9.5, 然后找到直接支配个体 $a$ 的所有个体, 将个体 $a$ 的适应度改为 $9.5 - 3 \times (10 - 9.5) = 8$ , 式中“3”代表支配 $a$ 个体的个体数为3个, “ $10 - 9.5$ ”表示支配个体 $a$ 的个体排序值和 $a$ 的排序值之差。相同地,  $b$ 个体的个体适应度为 $9.5 - 1 \times (10 - 9.5) = 9.0$ 。这样 $a$ 和 $b$ 点的个体适应度中就既包含了它们的排序信息又包含了密度信

息。而且由于非支配排序中需要记录每个个体支配的个体数和支配该个体的所有个体编号, 所以该算法并没有增加多余的计算量。

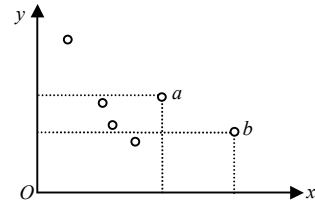


图1 不同支配集中个体周围的密度分布

### 1.2 基于精英策略的填充门限跳选法

#### 1.2.1 NSGA-II 的填充方法

随机初始化一个父代种群  $p_0$ , 并将所有个体按非支配关系排序且指定一个适应度值, 采用选择、交叉、变异算子产生下一代种群  $Q_0$ , 大小为  $N$ 。然后引入精英策略, 首先将第  $t$  代产生的新种群  $Q_t$  与父代  $P_t$  合并组成  $R_t$ , 种群大小为  $2N$ ; 将  $R_t$  进行非支配排序, 产生一系列非支配集。由于子代和父代个体都包含在  $R_t$  中, 则经过非支配排序以后的非支配集  $F_1$  中包含的个体是  $R_t$  中最好的, 所以先将  $F_1$  放入新的父代种群  $P_{t+1}$  中。如果  $F_1$  的大小小于  $N$ , 则继续向  $P_{t+1}$  中填充下一级非支配集  $F_2$ , 直到添加  $F_n$  时, 种群的大小超出  $N$ , 对  $F_n$  中的个体进行拥挤度排序, 取前  $N - P_{t+1}$  个个体, 使  $P_{t+1}$  个体数量达到  $N$ 。最后通过遗传算子(选择、交叉、变异)产生新的子代种群  $Q_{t+1}$ 。

#### 1.2.2 原始方法的缺陷

图2为NSGA-II算法流程图。从图2可以明显看出, 利用精英策略填充  $P_{t+1}$  序列时, 非支配序列中排在前面的如  $F_1$ 、 $F_2$ , 被直接填充到序列  $P_{t+1}$  中, 即使它们其中一些个体的拥挤度很大, 甚至有些点已经发生了重叠也被无一例外地填充进入到序列  $P_{t+1}$ 。这样, 很多相邻的点, 本来只需其中一部分就可以保证算法的收敛性, 却被全部选择进入下一代遗传, 一定程度上破坏了算法的多样性, 最后导致收敛速度变慢、收敛点分布不均匀。

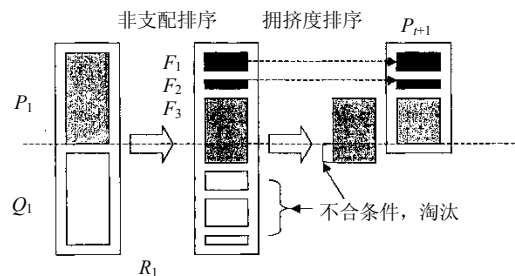


图2 NSGA-II 算法流程图

### 1.2.3 基于精英策略填充门限跳选方法

通过一个简单的方法来消除原始方法的限制。即对图2中的非支配序列如  $F_1$ 、 $F_2$ ，先进行拥挤度排序，然后根据实际问题取一个门限值如0.05(该门限的选择主要由拥挤度的计算公式决定，拥挤度计算公式参考文献[7])，选择个体填充  $P_{t+1}$  时，大于门限的个体被全部填入，小于门限的个体被选择填入，一般可等间隔选入。

## 1.3 限定门限选择策略

### 1.3.1 NSGA-II 的选择策略

NSGA-II 的选择策略同传统GA方法的选择策略相同，本文选择赌轮盘方法作为示例。

### 1.3.2 方法的缺陷

由于NSGA-II 中引入了精英策略，父序列和子序列一起进行非支配排序如图2所示。如果任使用传统GA方法的选择策略，非支配排序中排在前面的密集个体会有较高的概率被重复选中，经过交叉变异后的个体再和父序列联合时就会出现更多的密集个体，不利于种群的收敛。

### 1.3.3 限定门限选择策略

改进方法沿用了填充门限跳选方法，通过预设一个门限如0.05(该门限的选择主要由拥挤度的计算公式决定，拥挤度计算公式参见文献[4])，拥挤度大于该门限的个体被保留参与赌轮盘选择策略，小于门限的个体被直接丢弃。由于有精英策略的保证，子序列中直接丢弃部分拥挤度大的个体，不会破坏算法整体的性能，反而会增加其他个体被选择的概率，扩大求解区域，使得算法的全局搜索能力加强，有利于算法收敛的均匀。

## 2 数值实验

### 2.1 数学算例

通过对文献7中典型算例的数值计算，与传统的NSGA-II 算法进行比较测试(两个都是最小值问题)(轮盘策略，群体规模：100；交叉概率：0.8；变异概率：0.01；进化代数：50；精英策略的填充门限：0.05，限定门限选择策略：0.05)。

$$F_1 : \begin{cases} f_1 = 1 - e^{-\sum_{i=1}^3 (x_i - 1/\sqrt{5})^2} \\ f_2 = 1 - e^{-\sum_{i=1}^3 (x_i + 1/\sqrt{5})^2} \end{cases} \quad -4.0 \leq x_i \leq 4.0$$

图3为改进算法和原始算法的比较。从上述计算结果图中，不难看出，改进方法较原始的NSGA-II

方法有更好的收敛性，在相同的进化代数条件下，结果分布更加均匀。

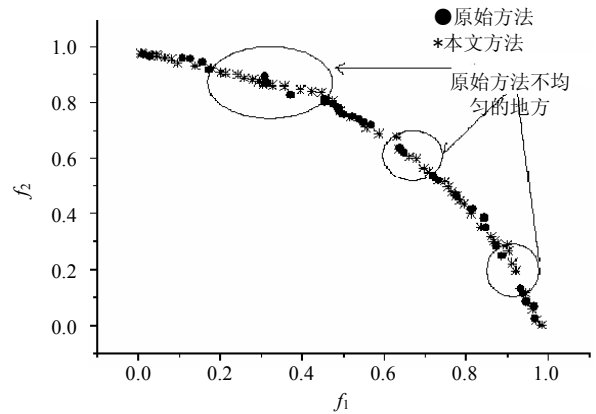


图3 改进算法和原始算法在数学函数优化的比较

### 2.2 天线阵列综合算例

通过改变馈电的幅度来优化直线阵，使得其天线阵列方向图能够在尽可能小的波瓣宽度情况下得到更小的副瓣电平。线阵的总场表达式为：

$$E_{\text{total}}(\theta) = E_0(\theta)(a_0 e^{j\phi_0} + a_1 e^{j\phi_1} + a_2 e^{j2\phi_2} + \dots + a_n e^{jn\phi_n}) \quad (1)$$

$$\phi_i = \beta d_i \cos \theta + \phi_i \quad \beta = \lambda / 2\pi \quad (2)$$

式中  $E_0$  为第一个天线单元的场； $d_n$  为第  $n-1$  个单元和第  $n$  个单元之间的距离； $\theta$  为水平面和天线主瓣指向的夹角； $\lambda$  代表真空中的波长； $\phi_i$  为第  $i$  个天线单元的相位权值； $a_i$  为第  $i$  个天线单元的幅度权值。本例中相关参数为： $d_0 = d_1 = \dots = d_n = 0.5\lambda$ ， $\phi_0 = \phi_1 = \dots = \phi_n = 0$ ， $n=8$  (优化目标：波瓣宽度和副瓣电平最小；群体数为80；交叉概率为0.7；变异概率为0.01；进化代数为100；精英策略的填充门限为0.05；限定门限选择策略为0.05)。

波瓣宽度和副瓣电平是两个互相对立的参数。传统的遗传算法只能通过加权的方法将两个问题合成一个问题来进行优化。最终的优化结果受权值影响严重，不一定是本文想要的最好结果。但是使用本文方法能够获得一系列的最优解，余下的只是根据不同的需要进行选择而已。

对普通线阵进行多目标优化，其结果见图4，从图中可以看出采用改进算法以后，其优化解分布更加均匀。图5和图6为从图4中任取两点对应的阵列方向图，分别对应于副瓣-30 dB，主瓣宽度16.7°以及副瓣-41 dB，主瓣宽并19.1°。

通过扩大原有算法的解空间，提供更加合理的选优策略，改进方法较原始NSGA-II 方法有更好的收敛性，在相同的进化代数条件下，分布更加均匀。

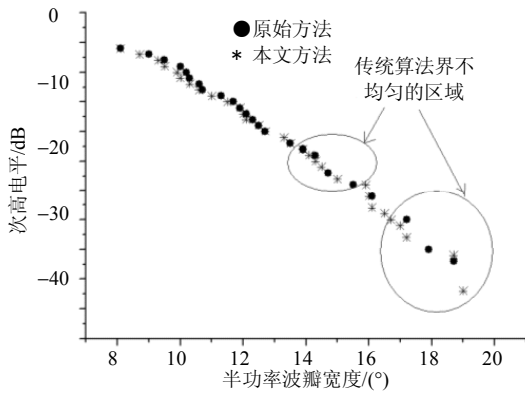


图4 改进算法和原始算法在线阵优化的比较

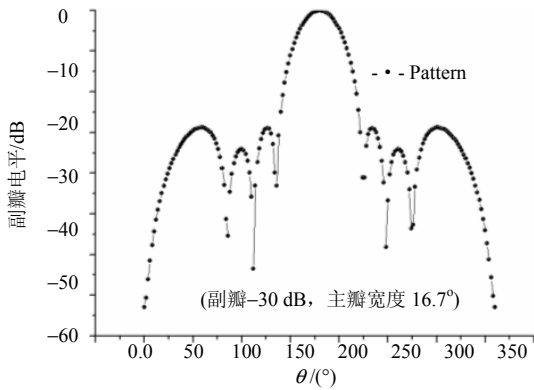


图5 改进算法优化的优化结果1

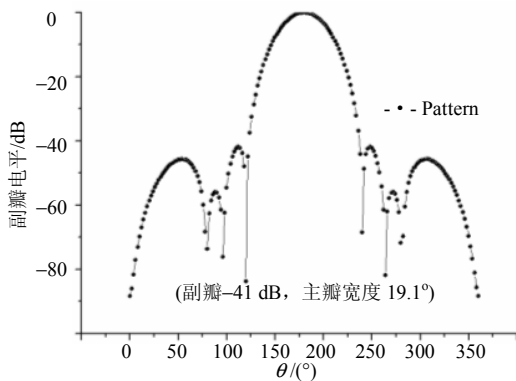


图6 改进算法优化的优化结果2

### 3 结 论

本文在对NSGA-II进行的收敛性研究基础上,提出了3点改善其收敛特性的改进算法,在对数学方程以及天线阵列的优化中,详细比较了改进算法同原始算法的收敛性,结果证明,无论对于典型的数学问题还是天线阵列问题,改进算法增色表现出了更好的收敛性,其解空间分布也更加均匀。

#### 参 考 文 献

[1] 杜平安, 郭志龙, 梁山虎, 等. 基于遗传算法与动态规划

法的工艺过程优化[J]. 电子科技大学学报, 2007, 3(20): 146-149.

DU Ping-an, GUO Zhi-long, LIANG Shan-hu, et al. The optimization of technics process based on genetic algorithm and dynamic programming method[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2007, 3(20): 146-149.

[2] SCHAFFER J D. Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms[C]//Proceeding of the First International Conference on Genetic Algorithms. New Jersey, Britain: IEE, 1985.

[3] CHEOL G L, DONG H C, HYUM K J, et al. Niching genetic Algorithm with restricted competition selection for multimodal function optimization[J]. IEEE Transactions on Maqnetics, 1999, 35(3): 1722-1725.

[4] SRINIVAS N, KALYANMOY D. Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithm[J]. Evolution Computation, 1995, 2(3): 221-248.

[5] 高 媛. 非支配排序遗传算法(NSGA)的研究与应用[D]. 浙江: 浙江大学, 2006.

GAO Yuan. The research and application of non-dominate sorted genetic algorithm (NSGA)[D]. Zhejiang: Zhejiang University, 2006.

[6] 关志华. 非支配排序遗传算法(NSGA)算子分析[J]. 管理学报 2004, 18(01): 56-60.

GUAN Zhi-hua. The analysis of operation of non-dominate sorted genetic algorithm (NSGA)[J]. Administer Transaction, 2004, 18(01): 56-60.

[7] DEB K, PRATAP A, AGARWAL S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 184-197.

[8] 陈小庆, 侯中喜, 郭良民, 等. 基于NSGA-II的改进多目标遗传算法[J]. 计算机应用, 2006, 26(10): 2453-2456.

CHEN Xiao-qing, HOU Zhong-xi, GUO Liang-ming, et al. Improved multi-object genetic algorithm based on NSGA-II [J]. The Application of Computer, 2006, 26(10): 2453-2456.

[9] 阎志伟, 田 菁, 李汉铃. 基于改进的NSGA-II算法的区域覆盖卫星星座优化[J]. 空间科学学报, 2004, 24(01): 43-50.

YAN Zhi-wei, TIAN Qing, LI Han-ling. The constellation optimization of secondary planet area overlay with the improved NSGA-II algorithm[J]. Space Science Transaction, 2004, 24(1): 43-50.

[10] ZITZLER E, THIELE L. Multiobjective optimization using evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength Pareto approach[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1999, 3(4): 257-271.

[11] ZITZLER E, THIELE L, LAUMANN S M, et al. Performance assessment of multiobjective optimizers: an analysis and review[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2003, 7(2): 117-132.

编辑 税 红