

## 湍流中单、双层共轭AO系统的等晕角增益

荣 健<sup>1</sup>, 丁学科<sup>1</sup>, 钟晓春<sup>2</sup>, 白 宏<sup>1</sup>, 李 芳<sup>1</sup>, 申金娥<sup>1</sup>

(1. 电子科技大学物理电子学院 成都 610054; 2. 西南交通大学物理科学与技术学院 成都 610031)

**【摘要】**介绍了传统AO系统的局限性和MCAO的基本原理, 根据相关文献对单、双共轭AO系统等晕角进行了推导, 并对共轭高度的选取进行了深入的探讨。结合平程与垂程两种应用, 对单、双层共轭系统等晕角进行了模拟比较, 结果显示MCAO在等晕角增益方面具有显著的效果。对于传输距离不太远时, 采用单层共轭校正系统; 而对于远距离的遥感系统, 则采用MCAO校正系统更为有效。

**关键词** 共轭高度; 双层共轭; 等晕角增益; 单层共轭; 湍流  
**中图分类号** TB133 **文献标识码** A

## Isoplanatic Angle Gain for Single and Dual-Conjugate AO Systems in Atmospheric Turbulence

RONG Jian<sup>1</sup>, DING Xue-ke<sup>1</sup>, ZHONG Xiao-chun<sup>2</sup>, BAI Hong<sup>1</sup>, LI Fang<sup>1</sup>, and SHEN Jin-e<sup>1</sup>

(1. School of Physical Electronic, University of Electronic Science and Technology Chengdu 610054;  
2. School of Physical Science and Technology, Southwest Jiaotong University Chengdu 610031)

**Abstract** The limitation of classical adaptive optics (AO) system and the basic principle of multi-conjugate adaptive optics (MCAO) a system are briefly introduced. The isoplanatic angle's expression of single and dual-conjugate is deduced on the base of the relative reference, and the selections of conjugation height are thoughtfully discussed. The isoplanatic angles for single and dual-conjugate and classical AO system are compared in the condition of level and upright-propagation. The simulation results indicate that MCAO system has a notable effect on the gain of the isoplanatic angle. single-conjugate AO system is suitable for short-distance propagation applications, but for the far-distance remote sensing, MCAO system performs better than the former.

**Key words** conjugate height; dual-conjugate; isoplanatic angle gain; single-conjugate; turbulence

自适应光学(AO)系统能实时感知由大气扰动、环境温度起伏等因素造成的波形畸变, 并通过调整光学系统而实现实时畸变的补偿, 一般应用于现代大型望远镜系统, 使望远镜的轴上分辨率达到衍射极限的水平。但由于大气非等晕<sup>[1]</sup>的影响, 传统AO的视场在典型情况下只有微弧度量级; 特别是当观察目标稍微偏离光轴时, 分辨率便明显下降, 大大限制了AO系统的推广应用。为了解决该问题, 人们提出许多设想和方案<sup>[2-3]</sup>。文献[4]提出了多层共轭自适应光学(MCAO), 其基本思想是将大气湍流分成若干层, 在每层的共轭位置上设置一块自适应校正镜(也称变形镜DM), 以校正该层大气引起的波形畸变。文献[5]导出了基于简化湍流模型得到视场角增益与分层数的关系, 初步论证了MCAO实现大视场校正的可能性, 但把湍流集中到一薄层来处理, 导

致视场角可以为无穷大的结果, 在实际中很难得到实现。文献[6]研究了自适应光学校正场大小一般由等晕角来描述。本文结合一些约束条件推导出多层共轭系统等晕角公式, 并通过数值模拟对单、双层共轭系统的共轭高度选取进行探讨; 结合实际应用中平程和垂程两种传输模式, 对系统等晕角增益做进一步的分析与论证。

### 1 等晕角计算公式推导

在自适应光学校正系统中, 一般采用残余相位方差来评判校正效果的优劣, 大部分描述湍流对波前影响的相关参数都是建立在这个基础上的, 如相长度(Fried常数)、等晕角等。因湍流引起的畸变波前经变形镜校正后得到一个校正残余相位为:

收稿日期: 2007-05-08; 修回日期: 2008-01-03

基金项目: 国家自然科学基金(60572079)

作者简介: 荣 健(1962-), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事空间光电系统技术等方面的研究。

$$\varepsilon(r, \theta) = \phi(r - \theta h) - \sum_{m=1}^M \varphi_m(r - \theta H_m) \quad (1)$$

式中  $\phi(r - \theta h)$  为校正前湍流相位;  $\varphi_m(r - \theta H_m)$  为该变形镜的校正相位;  $M$  为变形镜数。如果把大气湍流分成无数薄层  $dh$ , 则每一薄层湍流的残余相位方差为<sup>[7]</sup>:

$$\langle \varepsilon_p^2 \rangle = 2\pi \int_0^\infty f W_\phi(f) |G(f)|^2 p(f) df \quad (2)$$

式中  $f$  为空间频率;  $W_\phi(f)$  为湍流相位功率谱;  $|G(f)|^2$  为总空间滤波;  $p(f)$  为高通滤波。则整个大气湍流层的残余相位方差为:

$$\langle \varepsilon_p^2 \rangle = \int_0^Z C_n^2(h) F'(h) dh \quad (3)$$

式中  $F'(h) = 2.4\lambda^{-2} \int_0^\infty f (f^2 + L_0)^{-\frac{11}{6}} p(f) |G(f)|^2 df$ ;  $Z$  为湍流层高度;  $C_n^2(h)$  为折射率结构常数。当采用多层共轭校正技术, 使用  $M$  个变形镜把湍流共轭分成  $M$  层, 并假设湍流外尺度和望远镜的孔径以及变形镜空间分辨率都为无限大, 则可得多层共轭校正后的残余相位方差为:

$$\langle \varepsilon_p^2 \rangle = 2.905 \times 4\pi^2 \lambda^{-2} |\theta|^{5/3} C_n^2(h) F_M(h) dh \quad (4)$$

式中  $|\theta|$  为视场角;  $F_M(h)$  为依赖于各变形镜共轭高度的函数, 即:

$$F_M(h) = \mathbf{b}^T \mathbf{c} - 0.5 \mathbf{c}^T \mathbf{A} \mathbf{c} \quad (5)$$

式中  $\mathbf{b}_m = |h - H_m|^{5/3}$ ;  $\mathbf{A}_{mm'} = |H_m - H_{m'}|^{5/3}$ 。

对于单变形镜,  $c=1$ ; 若是两个变形镜, 则:

$$c = 0.5 |H_2 - H_1|^{-5/3} 9(|h - H_2|^{5/3} - |h - H_1|^{5/3} + |H_2 - H_1|^{5/3}) \quad (6)$$

根据文献[6]可得, 自适应光学系统等晕角应满足下列关系:

$$\langle \varepsilon_p^2 \rangle = (|\theta| / \theta_m)^{5/3} \quad (7)$$

式中  $\theta_m$  为满足残余相位方差为1 rad时的等晕角。

结合式(4)可得到多层共轭系统等晕角为:

$$\theta^{-5/3} = 2.905(k)^2 (\sec \beta)^{8/3} \times \int_0^Z C_n^2(h) F_m(h, H_1, H_2, \dots, H_m) dh \quad (8)$$

式中  $\beta$  为天顶角;  $k = 2\pi / \lambda$ ;  $F_m(h, H_1, H_2, \dots, H_m)$  为依赖于各变形镜共轭高度的函数。根据式(5)和式(6)可得单变形镜、双变形镜的共轭高度函数分别为:

$$F_1(h, H_1) = |h - H_1|^{5/3} \quad (9)$$

$$F_2(h, H_1, H_2) = 0.5 |h - H_1|^{5/3} + 0.5 |h - H_2|^{5/3} - 0.25 |H_2 - H_1|^{5/3} - 0.25 |H_2 - H_1|^{-5/3} \times (|h - H_1|^{5/3} - |h - H_2|^{5/3})^2 \quad (10)$$

当单变形镜共轭高度在入瞳面  $H_1=0$ , 即  $F_1(h)=h$ , 则式(8)简化为:

$$\theta_0 = \left[ 2.905(k)^2 (\sec \beta)^{8/3} \int_0^Z C_n^2(h) h^{5/3} \right]^{-3/5} \quad (11)$$

式(11)是传统AO系统的等晕角计算公式,  $\theta$  为Fried等晕角<sup>[6]</sup>, 说明传统AO系统是单层(多层)共轭校正系统一种的简化。

## 2 共轭高度

共轭高度的选取, 即变形镜校正湍流层高度位置的确立, 是MCAO中的一个非常关键的问题。共轭高度的选取不同直接影响等晕角增益的好坏。本文从平程和垂程两种传输模式下分别对单、双层共轭系统进行探讨。平程(相当于均匀大气模型)讨论问题能够简洁方便, 但实际应用较少, 主要应用于同高度层的扫描跟踪系统; 而垂程在理论上遇到大气模型的选择问题, 不同的大气模型有不同的结果, 主要应用于(机载和星载)遥感系统。因此本文结合平程和垂程两者考虑, 取长补短, 使论证更充分。在一般情况下, 当天气较好时, 近地面的大气折射率常数  $C_n^2$  常取  $1 \times 10^{-16} m^{-2/3}$ , 在垂程中引用目前比较通用哈夫纳哥提出的HV(Hufnagel-Valley model)模型为<sup>[8]</sup>:

$$C_n^2(h) = 5.94 \times 10^{-53} (v/27)^2 h^{10} e^{-h/1000} + 2.7 \times 10^{-16} e^{-h/1500} + 1.7 \times 10^{-14} e^{-h/100}$$

式中  $h$  为海拔高度;  $v$  为风速, 通常取21 m/s。一般的机载系统大都处在平流层, 其高度一般不超过20 km。尽管天文学中的星载系统在400 km以上, 如卫星遥感、天文探测, 但大气在20 km高度以外湍流很弱, 其影响非常小。而本文研究的仅是大气中湍流(并非一般大气)的影响, 所以就限定湍流总高度为20 km<sup>[9]</sup>。取0.5  $\mu m$  波长为入射平面波。本文仅以单层共轭系统为例来说明共轭高度对系统等晕角的影响, 图1所示为在20 km传输距离下, 单层共轭系统等晕角随共轭高度的变化。当共轭高度为0, 系统等晕角退化成传统AO等晕角  $\theta_0$ 。平程传输中共轭高度在任何位置等晕角都比传统AO大, 整个区域都属于等晕角放大区; 而垂程中, 仅在3.6 km内才比传统AO等晕角大, 其主要原因是HV模型在3 km内湍流强度值比较大, 属于湍流密集区 ( $C_n^2$  大于  $10^{-16}$  量级), 超过3.6 km湍流强度值变得很小(小于  $10^{-17}$  量级)。当变形镜的共轭高度位置超出湍流密集区, 变形镜的校正效果自然降低, 等晕角也随之减小。但平程和垂程都存在一个等晕角最大值, 其对应的共

轭高度称为最佳共轭高度, 分别是10 km (恰好在传输距离的中点)和1.5 km处, 而最佳共轭高度是光学校正系统的最佳参数值。平程中的共轭高度不是海拔高度, 而是指共轭位置离校正系统入瞳面的距离。因此, 在水平跟踪系统中, 如果测出跟踪距离, 调节共轭高度在其中点, 则可以最大消除湍流的影响, 满足精跟踪的要求。

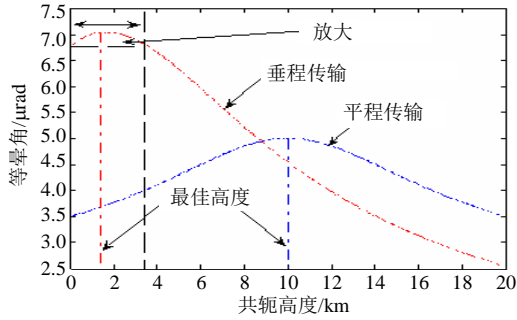
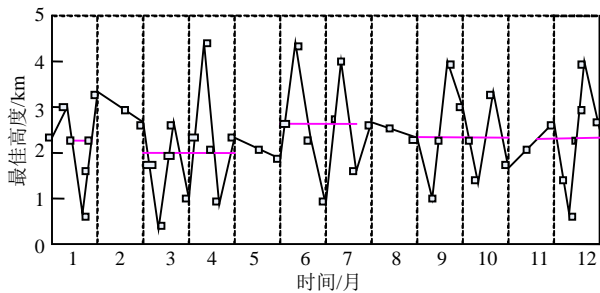
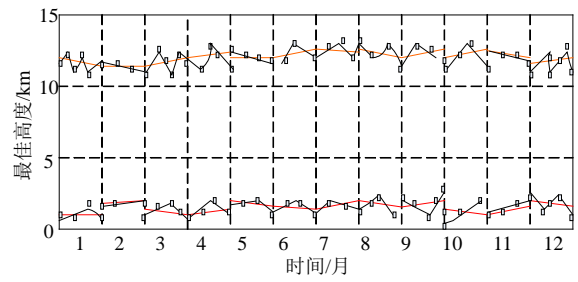


图1 平程、垂程中共轭高度与等晕角关系

在实际应用中, 比较典型的是天文观察, 目前国内尚未见MCAO的试验报道。本文引用文献[10]对MCAO(单层、双层和三层)进行研究的试验数据, 仅选取单、双层最佳共轭高度的试验结果。图2a所示为单变形镜最佳共轭高度在2001年内的变化, 其起伏较大, 在0.3~4.8 km高度之间浮动; 图2b所示为双层共轭系统最佳共轭高度的试验结果, 起伏也很大, 两层高度分别在1 km和12 km处浮动。再对2001年内的数据取平均, 得到平均等晕角与共轭高度的关系, 如图3所示。由图3可以看出, 当单变形镜的共轭高度大于4.5 km时, 系统等晕角比传统AO小, 不适合选为系统的共轭高度, 称为不良雇佣区(badly employed)。而4.5 km之内等晕角比传统AO大, 称为良好雇佣区(well employed), 且最佳共轭高度在1.95 km处。当然这仅仅是个平均值, 其实每一天的最佳共轭高度值都是不同的。尽管该试验的传输距离是上千公里, 包括整个大气层, 但与上述理论结果(20 km的有限距离)比较吻合。双层共轭系统也同样存在上述问题。



a. 单变形镜



b. 双变形镜

图2 单、双层共轭系统的最佳共轭高度试验结果

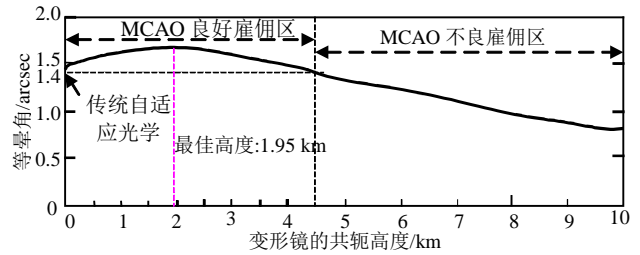


图3 单层共轭高度与平均等晕角关系

### 3 等晕角与传输距离

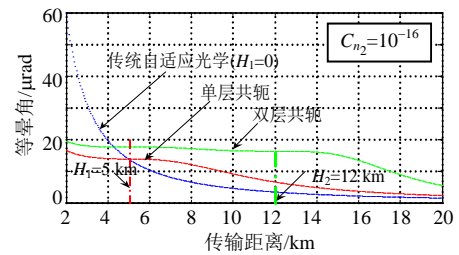


图4 平程中各系统的等晕角

本文首先研究水平传输状态, 为了便于比较, 必须假定单、双共轭系统的一层共轭高度相同, 假设单层共轭高度为5 km, 双层共轭高度分别为5 km和12 km。图4所示为水平传输下传统AO、单层共轭和双层共轭系统传输距离与等晕角的关系。无论哪类校正系统, 等晕角都随传输距离的增加而减小。传统AO的共轭高度在系统入瞳面, 因此入瞳面附近的畸变波前能够得到较好的校正, 所以近距离内的等晕角比较大, 但随距离增加会急剧减小。而单、双层共轭系统在5 km内的畸变波前只是得到变形镜的粗校正, 因此它们的等晕角要比传统AO小(甚至小很多)。当超过5 km时, 变形镜才起到精校正作用, 此时系统等晕角比传统AO大。单层共轭系统在10 km处等晕角增益效果达到最佳。但当传输距离更远时(大于16 km), 等晕角增益随变形镜校正效果的降低而降低。而双层共轭系统在12 km共轭高度处有了第二个变形镜, 远处传来的光波首先经过该层变形镜校正; 而后经第一层再次校正, 因此相对于单层共轭系统(传统AO是单层共轭系统的特例), 无论传

输距离远近都有明显的改良效果, 整个传输过程的等晕角都保持比较大。

在垂直传输模式中, 要满足等晕角扩大的要求, 共轭高度是不能随意选取的。本文将单层共轭高度选为1 km, 双层共轭高度选为1 km和12 km。图5所示为垂直传输下各类系统的等晕角, 大致结果与水平传输结果近似。单层共轭系统的增益点并不是在1 km处, 而是推后在1.8 km左右, 且扩大效果也较差(与传统等晕角相差不大), 其原因可能是HV模型在近地面范围内(1 km内)湍流很强, 且随高度变化大( $C_n^2$ 从 $10^{-14}$ 量级变化到 $10^{-16}$ 量级), 而超过3 km湍流非常弱且变化也很小。而双层共轭系统由于第2层变形镜的首先校正, 再加上第一层变形镜的共轭高度离入瞳面很近(处于湍流密集区), 因此无论是近距离还是远距离, 它的校正效果都远比单层共轭系统好。而且距离越远, 相对的增益效果越好, 在20 km的远距离处等晕角是传统AO的4倍多。由此可以预见, 多层共轭系统随着变形镜的增加, 共轭分层越多, 校正效果越好; 但同时又增加了系统结构复杂性和实施操作的困难性, 所以在实际应用中更多考虑双层共轭校正, 便捷而且有效。因此对于传输距离不太远APT(跟踪、捕获、瞄准)系统, 可以采用传统AO校正系统(单层共轭系统); 而对于远距离的遥感系统, 则采用MCAO校正系统更有效。

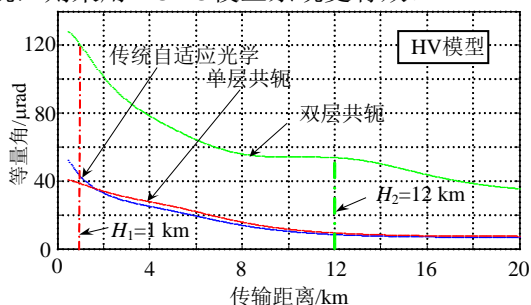


图5 垂程中各系统的等晕角

## 4 结束语

通过数值模拟可以看出, 等晕角随着传输距离的增加而减小。传统AO系统的等晕角在近距离比较大, 随距离增加而急剧减小。单、双层共轭系统对等晕角增益有很大的影响。平程中共轭高度选取较容易, 因为整个传输区域都属于等晕角放大区, 但垂程中则只能在某一小范围内选取。单层共轭系统等晕角的增益效果较差, 与传统AO相当。双层共轭系统由于两个变形镜的双重校正, 不论平程还是垂

程, 相对单层共轭系统在整个传播距离中等晕角都保持较好的增益状态; 特别是远距离时, 是传统AO系统等晕角的几倍。因此对于传输距离不太远的APT系统, 可以运用单层共轭校正; 而对于远距离的遥感系统, 则采用MCAO校正更有效。

## 参 考 文 献

- [1] 周仁忠, 阎吉祥. 自适应光学理论[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1996: 205-217.  
ZHOU Ren-zhong, YAN Ji-xiang. Adaptive optics theory [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 1996: 205-217.
- [2] 钱雪彪, 刘永智. 大气湍流引发图像畸变的校正研究[J]. 电子科技大学学报, 2003, 32(3): 340-342.  
QIAN Xue-biao, LIU Yong-zhi. Research of correct image distortion caused by atmosphere turbulence[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2003, 32(3): 340-342.
- [3] 饶长辉, 姜文汉, 凌 宁. 低阶模式校正自适应光学系统的非等晕限制[J]. 光学学报, 2000, 20(11): 1486-1493.  
RAO Chang-hui, JIANG Wen-han, LING Ning. Anisoplanatism limitations for low-order mode correction adaptive optical system[J]. Acta Optica Sinica, 2000, 20(11): 1486-1493.
- [4] BECKERS J M. Multi-conjugate adaptive optics: Experiments in atmospheric tomography[J]. Proc of SPIE, 2000, 4007: 1056-1065.
- [5] YAN J X, ZHOU R Z, YU X. Calculation of the isoplanatic patch for MCAO[J]. Opt Eng, 1993, 32(12): 3161-3163.
- [6] FRIED D L. Anisoplanatism in adaptive optics[J]. Opt Soc Am, 1982, 72: 52-61.
- [7] STONE J, HU P H, MILS S P, et al. Anisoplanatic effects in finite-aperture optical system[J]. Opt Soc Am A, 1994, 11: 347-357.
- [8] 张逸新. 湍流大气中激光传输波前扭曲规律研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2005.  
ZHANG Yi-xin. Wave front twist of a laser beam propagation in an atmospheric turbulence[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2005.
- [9] 饶瑞中. 大气光传播研究中的湍流谱与间歇性[J]. 电子科技大学学报, 1999, 28(4): 437-442.  
RAO Rui-zhong. Light propagation in atmosphere: turbulence spectrum and intermittency[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 1999, 28(4): 437-442.
- [10] ELENA M, SEBASTIAN E. First complete seasonal variation study of the 3D optical turbulence above San Pedro martir observatory[J]. Proc of SPIE, 2004, 5490: 818-829.

编辑 黄 莘