

· 物理电子学 ·

## 220 GHz回旋管模式竞争分析和数值模拟

鄢 扬, 夏连城, 吴坚强, 吴 峰

(电子科技大学物理电子学院 成都 610054)

**【摘要】**当回旋管的工作频率提高时,为了增大腔体的半径,通常选择高次模式作为工作模式,这时回旋管中可能存在模式竞争,该文采用线性理论及多模非线性理论分析了所设计的220 GHz回旋管振荡器中的模式竞争问题。编制了起振电流和多模非线性注波相互作用计算程序,通过数值模拟计算出每个模式的输出功率对时间的变化情况,验证了回旋管中可能存在的3种平衡状态,证实了设计的合理性。

**关键词** 注波相互作用; 回旋管; 模式竞争; 多模

中图分类号 TN11/15

文献标识码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2009.03.013

## Mode Competition Analysis and Simulation of 220 GHz Gyrotron

YAN yang, XIA lian-cheng, WU jian-qiang, and WU feng

(School of Physical Electronics, University of Electronic Science and Technology of China Chengdu 610054)

**Abstract** In high frequency, the high-order waveguide mode is usually employed to increase the size of resonant cavity of gyrotron, but the problem of mode competition could be caused in this case. In this paper, linear and nonlinear multimode theories are employed to analyze the mode competition of the 220 GHz gyrotron oscillator we designed. The starting current and characteristics of beam-wave interaction of the oscillator are calculated, the output power of modes is obtained through numerical simulation. The results show that there are three balanceable states in the gyrotron and the design of 220GHz gyrotron is reasonable.

**Key words** beam-wave interaction; gyrotron; mode competition; multi-modes

近年来太赫兹(THz)技术是国际学术界的研究热点,其中THz辐射源是研究的重点之一,而回旋管是唯一可在THz波段实现大功率输出的器件,其输出功率可达千瓦量级<sup>[1-3]</sup>。腔体的损耗是限制回旋管输出功率增大的一个重要因素,近似等于 $f^{5/2}$ , $f$ 为工作频率<sup>[4]</sup>。要提高输出功率,就必须加大腔体的半径,采用高阶模式,而采用的模式越高,频率谱线越密,很多模式都可能会被激励,模式竞争变得严重<sup>[5]</sup>,回旋管最终有可能达到3种状态:工作模式的建立抑制了寄生模式,达到单一模式的稳态;模式竞争使工作模式不能建立,只存在寄生模式<sup>[6-7]</sup>;腔内同时存在工作模式和寄生模式。所以对回旋管中模式竞争的研究至关重要,而研究模式竞争分为线性理论和非线性理论。当工作模式变得很高,频谱变密,只通过调节起振电流已不能够达到上述目的,这时就需要采用多模非线性注波相互作用

理论对模式竞争问题进行研究。本文对研制的220 GHz回旋管<sup>[8-9]</sup>,采用线性理论和多模非线性理论进行了分析,得出在磁场取得合适的情况下,寄生模式被抑制,工作模式 $TE_{03}$ 模最终稳定输出。

### 1 模式竞争理论

#### 1.1 起振电流

由线性理论可以得到各个模式的起振电流,通过调节腔体的结构和磁场等参数,使工作模式的起振电流比其他模式的起振电流小。这时给予适当的电流,就可以使工作模式起振,其他模式不能起振,达到模式选择的效果,假定回旋管中各模式的纵向场分布函数为高斯分布:

$$f(\zeta) = \exp(-(2\zeta/\mu)^2) \quad (1)$$

根据回旋管线性理论,该模式的起振电流 $I_{\text{start}}$ 可以表示为<sup>[10]</sup>:

收稿日期: 2008-02-23; 修回日期: 2008-12-24

基金项目: 国家自然科学基金(10676110, 60671031)

作者简介: 鄢 扬(1963-),男,教授,主要从事高功率微波方面的研究。

$$I_{\text{start}} = \frac{4}{\pi\mu^2} \frac{e^{2x^2}}{\mu x - n} I_0 \quad (2)$$

式中  $x = \mu\Delta/4$ ;  $\mu = \frac{\pi L \beta_{\perp 0}^2}{\lambda \beta_{z0}}$ ;  $\zeta = \frac{\pi z \beta_{\perp 0}}{\lambda \beta_{z0}}$ ;

$\Delta = \frac{2}{\beta_{\perp 0}^2} \left(1 - \frac{n\Omega_0}{\omega\gamma_0}\right)$ 。其中,  $L$  为腔体长度;  $\lambda$  为自由空间的波长;  $\beta_{\perp 0} = v_{\perp 0}/c$ ;  $\beta_{z0} = v_{z0}/c$ ;  $\Omega_0$  为非相对论回旋频率;  $\gamma_0$  为初始时的相对论因子;  $n$  为谐波次数;  $\omega$  为场的角频率。电流参数为:

$$I_0 = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{5/2} \left(\frac{\varepsilon_0 m_e c^3}{e}\right) \gamma_0 \frac{L}{Q \lambda} \beta_{\perp 0}^{2(3-n)} \left(\frac{2^n n!}{n^n}\right)^2 \times \frac{(v_{mp}^2 - m^2) J_m^2(v_{mp})}{J_{m\pm n}^2(k_{mp} r_b)} \quad (3)$$

式中  $v_{mp}$  为  $m$  阶贝塞尔函数一阶导数的第  $p$  个根, 即  $J'_m(v_{mp}) = 0$ ;  $Q$  为谐振腔的品质因素;  $k_{mp} = v_{mp}/a$ ,  $a$  为腔体的半径;  $r_b$  为电子回旋中心半径。由式(3)可以得出每个模式的起振电流随磁场的变化情况, 选择适当的磁场就可以达到模式选择的目的, 式(3)的计算结果在下面数值模拟中给出。

### 1.2 多模非线性注波相互作用方程

回旋管一般采用缓变截面波导谐振腔, 工作在 TE 模式的场<sup>[11-13]</sup>表示为:

$$\mathbf{E}(r) = \sum_{mp} \mathbf{E}_{mp} = \sum_{mp} \mathbf{e}_{mp}(r, \varphi, z) F_{mp} f_{mp}(z) \exp(i\omega_{mp} t) \quad (4)$$

式中  $\int \mathbf{e}_{mp}^* \cdot \mathbf{e}_{n'q} dA = \delta_{mn'} \delta_{pq}$ ;  $\mathbf{e}_{mp} = \hat{z} \times \nabla \psi_{mp}$ ;  $|f|_{\text{max}} = 1$ ;  $\psi_{mp} = C_{mp} J_m(k_{mp} r) \exp(-im\varphi)$ ;  $1/C_{mp}^2 = \pi(v_{mp}^2 - m^2) J_m^2(v_{mp})$ 。

$f_{mp}(z)$  取冷腔的纵向分布函数, 可以得到 TE<sub>mp</sub> 模式的场:

$$\mathbf{E}_{mp} = \text{Re}\{C_{mp} [k_{mp} J'_m(k_{mp} r) \hat{\phi} + (im/r) J_m(k_{mp} r) \hat{r}]\} \times F_{mp} f_{mp}(z) \exp[i(\omega_{mp} t - m\varphi)] \quad (5)$$

品质因数  $Q_{mp}$ , 腔体储能  $W_{mp}$  及输出功率  $P_{mp}$  之间存在如下关系:

$$Q_{mp} P_{mp} = \omega W_{mp} = \frac{\omega \varepsilon_0}{2} F_{mp}^2 \int_{z_{\text{in}}}^{z_{\text{out}}} |f_{mp}(z)|^2 dz \quad (6)$$

在多模注波相互作用情况下, 由能量关系可得<sup>[1]</sup>:

$$\frac{d\gamma}{dt} = \sum_{mp} \frac{d\gamma_{mp}}{dt} = -\frac{e}{m_0 c^2} \mathbf{v} \sum_{mp} \mathbf{E}_{mp} \quad (7)$$

式中  $\frac{d\gamma_{mp}}{dt} = -\frac{e}{m_0 c^2} \mathbf{v} \mathbf{E}_{mp}$ , 即:

$$\frac{d\gamma_{mp}}{dz} = -\frac{\eta_0 u_{\perp}}{c^2 u_z} (E_{mpx} \cos \phi + E_{mpy} \sin \phi) \quad (8)$$

电子在谐振腔中的运动满足洛伦兹方程:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (9)$$

令  $\eta_0 = e/m_0$ ;  $u_{\perp} = v_{\perp} \gamma$ ,  $\gamma$  为相对论因子, 则  $u_x + iu_y = u_{\perp} \exp(i\phi)$ 。由式(9)可导出电子的运动方程组<sup>[14]</sup>:

$$\begin{cases} \frac{du_{\perp}}{dz} = -\frac{\eta_0 \gamma}{u_z} (E_x \cos \phi + E_y \sin \phi) + \eta_0 (B_y \cos \phi - B_x \sin \phi) \\ \frac{d\phi}{dz} = \frac{\eta_0 \gamma}{u_{\perp} u_z} (E_x \sin \phi - E_y \cos \phi) - \frac{\eta_0}{u_{\perp}} (B_x \cos \phi + B_y \sin \phi) + \frac{\eta_0}{u_z} B_z \\ \frac{du_z}{dz} = \frac{\eta_0 u_{\perp}}{u_z} (B_x \sin \phi - B_y \cos \phi) - \frac{\eta_0 \gamma}{u_z} E_z \\ \frac{dr}{dz} = \frac{u_{\perp}}{u_z} \cos(\phi - \varphi) \\ \frac{d\varphi}{dz} = \frac{u_{\perp}}{ru_z} \sin(\phi - \varphi) \\ \frac{dt}{dz} = \frac{\gamma}{u_z} \end{cases} \quad (10)$$

为进行数值计算, 必须对电子注进行离散化处理, 处理方法如下: 将电子注在角向均匀分为  $L$  个回旋中心, 围绕每一个回旋中心, 再均匀分为  $M$  个电子, 模拟中总电子数  $N = LM$  个, 定义 TE<sub>mp</sub> 模式的效率为:

$$\eta_{mp} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\gamma_0 - \gamma_{mp,i}}{\gamma_0 - 1} \quad (11)$$

由能量平衡方程可得到输出功率随时间的变化方程:

$$\frac{Q_{mp}}{\omega_{mp}} \frac{dP_{mp}}{dt} = \eta_{mp} UI_0 - P_{mp} \quad (12)$$

式中  $U$  为电子注电压;  $I_0$  为电子注电流, 当谐振腔  $Q$  值较高时, 腔体纵向分布函数取冷腔分布近似。可以通过以上各式得出各个模式的输出功率随时间的变化。当  $\eta_{mp} UI_0 - P_{mp} > 0$  时, 功率保持增长; 当  $\eta_{mp} UI_0 - P_{mp} < 0$  时, 功率会随时间减小; 当  $\eta_{mp} UI_0 - P_{mp} = 0$  时, 功率输出保存不变, 因而回旋管最终可能达到3种状态: 工作模式的建立抑制了寄生模式, 达到单一模式的稳态; 激励起竞争模式, 工作模式被抑制; 腔内同时存在多个模式。

## 2 数值计算

利用以上的回旋管模式竞争理论具体对本文所设计的 $TE_{03}$ 模式、220 GHz回旋管振荡器进行了模式竞争的分析。具体结构如图1所示，中间 $L_2$ 部分为均匀波导， $L_1 = 9\text{ mm}$ ， $L_2 = 13\text{ mm}$ ， $L_3 = 17\text{ mm}$ ， $R_0 = 2.2\text{ mm}$ ， $\theta_1 = 3^\circ$ ， $\theta_2 = 1^\circ$ ，对于工作模式 $TE_{03}$ ，竞争模式为 $TE_{23}$ 和 $TE_{52}$ 模式。

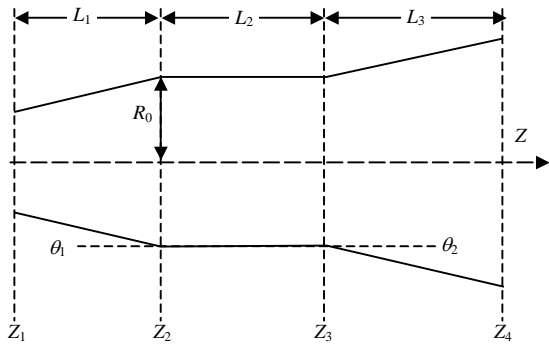


图1 回旋管结构图

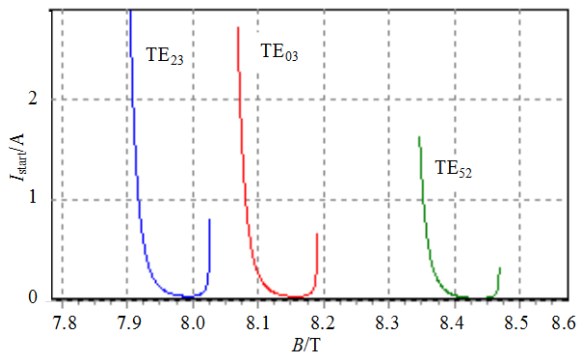


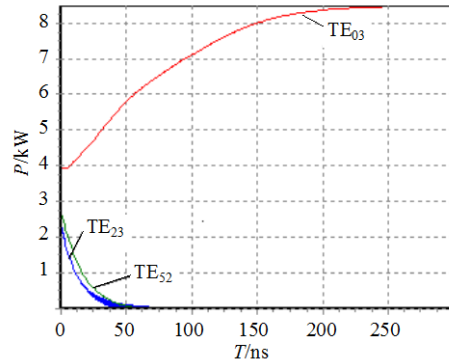
图2 起振电流-磁场曲线

图2为3个模式的起振电流与磁场的关系，横向与纵向速度比 $\alpha=1.5$ ，回旋中心半径为1.153 mm，位于 $TE_{03}$ 模式场强最大值处。由图2可以看出，3个模式的起振电流曲线分布比较分散，当 $B_0 = 8.07\text{ T}$ 时， $TE_{03}$ 模式的起振电流大致为1 A；而 $TE_{23}$ 和 $TE_{52}$ 模式在 $B_0 = 8.07\text{ T}$ 时起振电流很大，所以 $TE_{23}$ 和 $TE_{52}$ 不会起振，下面利用多模非线性理论进行进一步的分析。

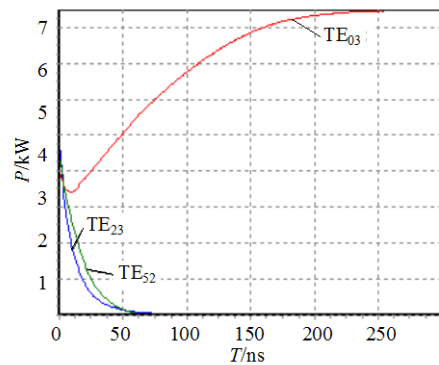
根据多模非线性理论编写了计算程序，下面是当磁场 $B_0 = 8.07\text{ T}$ 时，3个模式的输出功率随时间的变化情况。

图3给出的是 $B_0 = 8.07\text{ T}$ 时3个模式同时存在的情形。无论是初始时刻工作模式的功率小于竞争模式的功率，还是工作模式的功率大于竞争模式的功率，工作模式 $TE_{03}$ 模最终达到稳定状态，而竞争模式被抑制，这样也验证了前面起振电流计算所得出

的模式竞争情况。由图可以看出， $TE_{03}$ 模式的最终输出功率都为8.3 kW，而 $U = 20\text{ kV}$ ， $I = 2\text{ A}$ ，可以得到相互作用效率大致为20%。



a.  $TE_{23}$ 和 $TE_{52}$ 的初始功率小于 $TE_{03}$



b.  $TE_{23}$ 和 $TE_{52}$ 的初始功率大于 $TE_{03}$

图3  $TE_{03}$ 、 $TE_{23}$ 和 $TE_{52}$ 模输出功率与时间关系

以上所得到的只是工作模式单一稳定输出的情况，而改变磁场，可以得到其他两种模式竞争的情况。由起振电流图可以看出， $TE_{23}$ 模的起振磁场比 $TE_{03}$ 模要小，当磁场从8.07 T减小时， $TE_{03}$ 模式的输出功率也会随之减小，而 $TE_{23}$ 模的功率会随之增加。图4为 $B_0 = 8.042\text{ T}$ 时的输出功率情况，这时只是过渡阶段， $TE_{03}$ 和 $TE_{23}$ 同时存在，达到第3种平衡态，但是两个模式的输出功率都很小。可以推断当磁场继续减小时，工作模式 $TE_{03}$ 模将会消失，而寄生模式 $TE_{23}$ 模将会起振，达到第2种平衡态，如图5所示。图5中 $TE_{23}$ 模的输出功率只有0.8 kW。

$TE_{52}$ 模式的起振磁场比 $TE_{03}$ 要大很多，大致在8.35 T左右。所以当磁场由8.07 T增加时，即使 $TE_{03}$ 模的输出功率减小到零， $TE_{52}$ 模也不会起振，所以达不到两个模式同时存在的平衡态。当磁场继续增大时， $TE_{52}$ 模将会起振，而且输出功率会随磁场的增大而增大，而后减小。如图6所示， $B_0 = 8.35\text{ T}$ 时， $TE_{52}$ 模式起振，达到第2种平衡态。

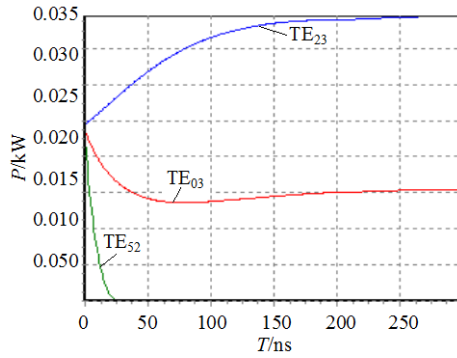


图4  $B_0 = 8.042$  T 时输出功率

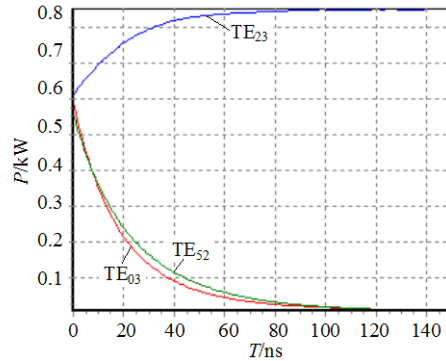


图5  $B_0 = 8.01$  T 时输出功率

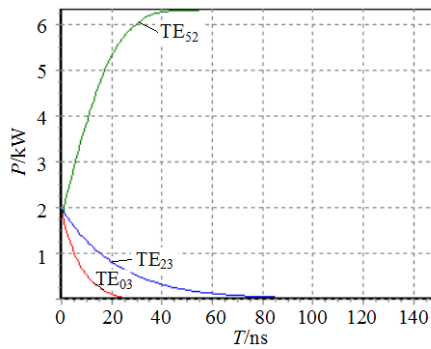


图6  $B_0 = 8.35$  T 时输出功率

### 3 结 论

本文通过多模非线性理论, 研究了所设计的 220 GHz回旋管中模式竞争问题, 对谐振腔结构及工作电压、电流、电子注位置等参数进行了分析。本文的设计能够保证TE<sub>03</sub>模式单模稳定输出, 证实了其合理性。

#### 参 考 文 献

[1] HOMSTEIN M K, BAJAJ V S, GRIFFIN R G. Second harmonic operation at 460 GHz and broadband continuous frequency tuning of a gyrotron oscillator[J]. IEEE Trans Electron Devices, 2005, 52(5): 798-807.

[2] IDEHARA T, TSUCHIYA H, WATANABE O. The first experiment of a THz gyrotron with a pulse magnet[J]. Int J Infrared Millim Wave, 2006, 27(3): 319-331.

[3] HOMSTEIN M K, BAJAJ V S, GRIFFIN R G. Continuous-wave operation of a 460 GHz second harmonic gyrotron oscillator[J]. IEEE Trans Plasma Sci, 2006, 34(3): 524-533.

[4] BORIE E, GANTENBEIN G, JODICKE B, et al. Mode competition using TE<sub>03</sub> gyrotron cavities[J]. Int J Electronics, 1992, 72(5/6): 687-720.

[5] NUSINOVICH G S. Review of the theory of mode interaction in gyrodevices[J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 1999, 27(2): 313-326.

[6] FLIFLET AW, LEE RC, GOLD SH et al. Time-dependent multimode simulation of gyrotron oscillators[J]. Phys Rev A, 1991, 43(11): 115-125.

[7] GOLD S H, FLIFLET A W. Multimode simulation of high frequency gyrotrons[J]. Int J Electronics, 1992, 72(5,6): 779-794.

[8] 袁学松, 鄢 扬, 傅文杰, 等. 220 GHz 回旋单腔管的设计[J]. 强激光与粒子束, 2007, 19(10): 1677-1679.

YUAN Xue-song, YAN Yang, FU Wen-jie, et al. Design of a 220 GHz gyrotron oscillator[J]. High Power Haser and Particle Beams, 2007, 19(10): 1677-1679.

[9] 鄢 扬, 刘盛纲, 黎晓云. 0.22 THz回旋管振荡器的研制与实验[J]. 科学通报, 2009, 54(4): 522-526.

YAN Yang, LIU Sheng-gang, LI Xiao-yun. Design and demonstration of a 0.22 THz gyrotron oscillator[J]. Chinese Science Bulletin, 2009, 54(4): 522-526.

[10] WHALEY D R, TRAN M Q, TRAN T M, et al. Mode competition and startup in cylindrical cavity gyrotrons using high-order operating modes[J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 1994, 22(5): 850-860.

[11] BORIE E, DUMBRAJS O. Calculation of eigenmodes of tapered gyrotron resonators[J]. Int J Electronics, 1986, 60(2): 143-154.

[12] FLIFLET A W, READ M E. Using of weakly irregular waveguide theory to calculate eigenfrequencies, Q value, and RF field functions for gyrotron oscillators[J]. Int J Electronics, 1981, 51(4): 475-484.

[13] BoRIE E, JODICKE B, DUMBRAJS O. Parameter studies for 150 GHz gyrotron operating in the TE<sub>031</sub> mode[J]. Int J Electronics, 1986, 61(6): 735-746.

[14] 喻 胜, 李宏福, 谢仲怜, 等. 渐变复合腔回旋管高次谐波注波相互作用非线性模拟[J]. 物理学报, 2000, 49(12): 2455-2459.

YU Sheng, LI Hong-fu, XIE Zhong-lian, et al. A nonlinear simulation on beam-wave interaction for high-harmonic complex cavity gyrotron with gradual transition[J]. Acta Physica Sinica, 2000, 49(12): 2455-2459.

编辑 张 俊