OFDM系统二维变换域信道估计算法

陈　奎[1,2]，徐　钊[1]

(1. 中国矿业大学信息与电气工程学院　江苏 徐州　211008;　2. 徐州工程学院　江苏 徐州　221008)

【摘要】着重分析OFDM系统的二维变换域(2-D transform-domain)的导频辅助信道估计。在变换域中对导频位置的信道频率响应(CFR)矩阵采用右下补零和中间补零两种方式进行插值，以获得整个信道的频率响应。考虑到上述两种方法带来的插值误差，提出了根据时间、频率方向的导频数目采用不同的补零数量和补零方式。采用Simulink®构建基带仿真系统，仿真改进前后的系统误比特率(BER)并和其他二维插值方式进行比较。结果表明，该改进方法显著地提高了基于变换域信道估计的准确性，降低了系统的误比特率。

关　键　词　二维插值;　二维变换域;　信道频率响应;　信道估计;　PSA-OFDM

中图分类号　TN929　　**文献标识码**　A　　doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2009.06.007

2-D Transform Domain Channel Estimation Method for OFDM Systems

CHEN Kui[1,2] and XU Zhao[1]

(1. School of Information and Electrical Engineering, China University of Mining and Technology　Xuzhou Jiangsu　221008;

2. Xuzhou Institute of Technology　Xuzhou Jiangsu　221008)

Abstract　Pilot-symbol-assisted channel estimation techniques of 2-D transform-domain OFDM system. The right-bottom zero-padding and middle zero-padding of pilot-position channel frequency response (CFR) matrix are utilized to gain the whole channel's CFR. To decrease the interpolation error of aforementioned zero-padding methods, a novel method is proposed which uses different number zeros and different padding mode based on pilot quantity along frequency and time direction. Lastly, by Simulink baseband model, the proposed method is verified and compared with other 2-D interpolations. Results show that it can improve the channel estimation accuracy and decrease system bit error rate (BER) observably.

Key words　2-D interpolation;　2-D transform-domain;　channel frequency response;　channel estimation;　PSA-OFDM

正交频分复用(OFDM)是多载波宽带数字调制技术，是3G、4G移动通信的核心技术之一。基于导频辅助(pilot symbol assisted modulation, PSAM)的信道估计是OFDM最常用的信道估计方式，它具有简单、精确和鲁棒等特点，其性能优于盲估计[1-2]。PSAM信道估计需要在发送信号中插入导频符号，接收端利用导频符号进行信道估计，通过插值得到整个信道的频率响应CFR。OFDM系统具有时、频二维的特点[3-4]，导频符号插入有很多形式，如块状导频、梳状导频以及菱形、矩形、六边形等二维导频图案。二维图案能更好地适应信道在时域、频域上的选择性衰落，具有更低的导频密度和更高的频谱利用率[1-2,5]。

本文以矩形导频图案为代表，采用Simulink构建OFDM基带模型，在Rayleigh多径环境下仿真二维变换域插值BER性能，并与常用的二维线性、样条插值和Cubic插值进行对比。对变换域插值的补零方法提出一种改进方法。仿真结果验证了改进方法的有效性。

1　OFDM系统模型

1.1　系统模型

OFDM利用快速傅里叶变换IFFT/FFT在频域内将信道带宽划分成多个子信道，在每个子信道上用一个子载波进行调制，各子载波间相互正交、并行传输。OFDM系统基带仿真模型如图1所示。

收稿日期：2008－02－12;　修回日期：2008－12－09

基金项目：国家自然科学基金(50534050)

作者简介：陈　奎(1971－)，男，博士生，主要从事无线网络和宽带通信技术方面的研究.

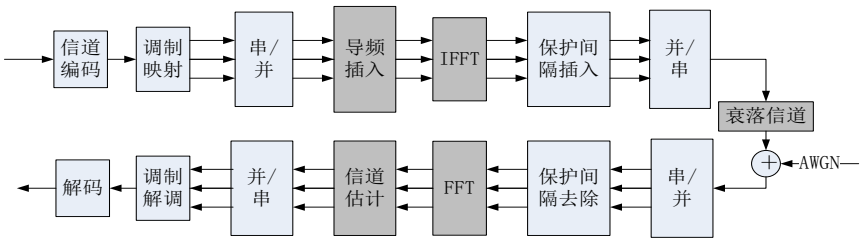

图1 PSA-OFDM基带系统框图

1.2 信道模型

一般情况下信道表现为慢衰落，即信道的相关时间大于OFDM的符号周期。如果信道的最大多径时延 $\tau_{\max}$，相关带宽 B_c 和子信道间隔 Δf 满足 $\Delta f > B_c = 1/\tau_{\max}$ 时，则可认为两个子信道的衰落是独立的，即信道是平稳、非相关的散射信道，其Jack模型离散时间脉冲响应为[6-8]：

$$h(t,\tau)=\sum_{l-1}^{L-1}\alpha_l(t)\delta(t-\tau_l) \tag{1}$$

式中 L 为多径数；τ_l、$\alpha_l(t)$ 分别为路径l的时延和复增益；$\alpha_l(t)$ 是零均值复高斯随机变量，其幅值和相位分别服从Rayleigh分布和$[0,2\pi)$ 均匀分布。

1.3 导频模型

信道频率响应(CFR)可以看作一个二维信号，因而可在时域、频域两个方向等间隔或有规律地插入导频信号。导频在OFDM帧内的插入是对信道频率响应的二维采样[8-10]，需要满足采样定理以免发生频谱混叠。时域、频域的奈奎斯特间隔df、dt 与信道的相关带宽、相关时间之间需满足：

$$\mathrm{d}f \leqslant 1/\Delta f_{\tau_{\max}},\quad \mathrm{d}t \leqslant 1/2 f_{d_{\max}} \times T_{\mathrm{symbol}} \tag{2}$$

式中 $\tau_{\max}$、$f_{d_{\max}}$ 分别为最大时延和最大多普勒频移；Δf、T_{symbol} 分别为OFDM的载波间隔和符号周期。

二维导频图案主要有矩形、菱形和六边形等，它们与块状、梳状导频相比，具有更低的导频密度和更高的频谱利用率。矩形导频图案如图2所示，它要求在载波方向的两端和时间方向的两端，即矩形的四个角上都有导频符号。

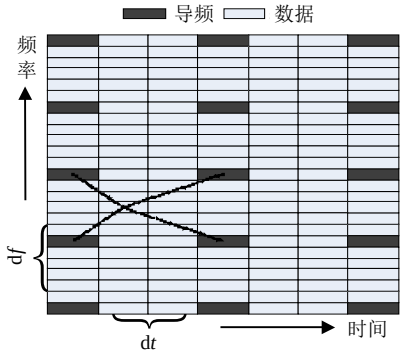

图2 矩形导频图案

2 信道估计和2-D变换域插值技术

PSA-OFDM信道估计的过程，主要包括导频点处信道估计、信道插值和信道补偿3个部分，如图3所示。

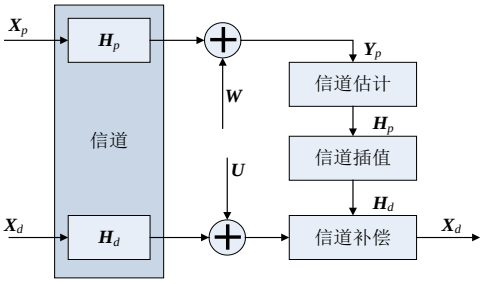

图3 PSAM信道估计过程

2.1 导频点信道估计

导频点的信道估计方法主要有LS(最小二乘法)和LMMSE(线形最小均方误差法)信道估计算法。LS估计简单且计算量小[1]。导频点$[p,q]$处的信道频率响应的频域LS估计为：

$$\hat{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{LS}}[p,q]=\frac{\boldsymbol{Y}[k_p,l_q]}{\boldsymbol{X}[k_p,l_q]}=\boldsymbol{H}[k_p,l_q]+\frac{\boldsymbol{W}[k_p,l_q]}{\boldsymbol{X}[k_p,l_q]} \tag{3}$$

式中 矩阵 $\boldsymbol{X}$、$\boldsymbol{Y}$ 表示数据向量或矩阵；$\boldsymbol{H}$ 为信道频率响应的采样；$\boldsymbol{W}$ 为零均值加性复高斯白噪声向量；$[k_p,l_q]$ 表示导频在一帧OFDM符号内的位置。LMMSE估计以最小化均方误差MSE为准则，它对未知量建立一个线性模型并进行MMSE估计，从而得到在该线形假设下的最佳值。虽然LMMSE估计是优化的估计方法，但计算量巨大，需必要的简化才能在实际中应用。简化后$[p,q]$处的LMMSE估计为：

$$\hat{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{LMMSE}}[p,q]=\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{H}_p\boldsymbol{H}_p}\left(\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{H}_p\boldsymbol{H}_p}+\frac{\beta}{\mathrm{SNR}}\boldsymbol{I}\right)^{-1}\hat{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{LS}}[p,q] \tag{4}$$

式中 $\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{H}_p\boldsymbol{H}_p}$ 是导频载波的自相关；β 和具体的调制星座有关，当采用16-QAM和QPSK调制时[1]，$\beta=17/9$ 和 $\beta=1$。另外，本文采用奇异值分解SVD方法对式(4)进一步简化以减少计算量，即：

$$\hat{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{LMMSE}}[p,q]=\boldsymbol{U}\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{LS}}[p,q] \tag{5}$$

式中 $\boldsymbol{U}$、$\boldsymbol{\Delta}$ 分别为酉矩阵和对角矩阵。

2.2　2-D变换域插值

变换域插值利用在时域中补零等效于在频域中插值的原理，即，如果N是K的λ整数倍，那么最后$N-K$个点为零，长度为N的序列的傅里叶变换在λ的整数倍处的值与前K个点组成的截断序列所对应的傅氏变换的值相同，而非整数倍处的值是截断序列傅里叶变换的线性组合[9,11-12]。将上述特性推广到矩阵的二维傅里叶变换(2-D DFT)，也有类似的特性。导频点处的信道频率响应矩阵$\tilde{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{LS}}[k,l]$或$\tilde{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{LMMSE}}[k,l]$，简记为$\tilde{\boldsymbol{H}}_p[k,l]$，通过2-D IFFT变换成时域信号有：

$$\tilde{\boldsymbol{h}}_p[m,n]=\frac{1}{KL}\sum_{k=0}^{K-1}\sum_{L=0}^{L-1}\tilde{\boldsymbol{H}}_p[k,l]\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi km}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi iln}$$
$$m=0,1,\cdots,K-1;n=0,1,\cdots,L-1 \tag{6}$$

然后通过下面的两种方式对$\tilde{\boldsymbol{h}}_p[m,n]$进行补零，将$K\times L$矩阵变换成$P\times Q$矩阵，即一个OFDM帧(取出CP后)中有$P$个载波和$Q$个OFDM符号。

2.2.1　右下方向补零

通过式(7)在矩阵$\tilde{\boldsymbol{h}}_p[m,n]$的右下方补零，将其变成$P\times Q$矩阵：

$$\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_p[p,q]=\begin{cases}\tilde{\boldsymbol{h}}_p[m,n] & p=0,1,\cdots,K-1\text{或}q=0,1,\cdots,L-1\\ 0 & p=K,K+1,\cdots,P-1\text{或}q=L,L+1,\cdots,Q-1\end{cases} \tag{7}$$

将$\tilde{\boldsymbol{h}}_p[p,q]$变换回频域得到整个信道的频率响应：

$$\hat{\boldsymbol{H}}[k,l]=\sum_{p=0}^{P-1}\sum_{q=0}^{Q-1}\tilde{\boldsymbol{h}}_p[p,q]\,\mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{j}2\pi kp}{K}}\mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{j}2\pi ln}{L}}=$$
$$\sum_{p=0}^{P-1}\sum_{q=0}^{Q-1}\left(\frac{1}{KL}\sum_{k=0}^{K-1}\sum_{l=0}^{L-1}\tilde{\boldsymbol{H}}_p[k,l]\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\frac{km}{K}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\frac{ln}{L}}\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\frac{kp}{K}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\frac{lq}{L}}=$$
$$\sum_{p=0}^{P-1}\sum_{q=0}^{Q-1}\tilde{\boldsymbol{H}}_p[k,l]\left\{\frac{1}{K}\sum_{k=0}^{K-1}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\left(\frac{km}{K}-\frac{kp}{P}\right)}\frac{1}{L}\sum_{l=0}^{L-1}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\left(\frac{ln}{L}-\frac{lq}{Q}\right)}\right\} \tag{8}$$

考察式中$\frac{1}{K}\sum_{k=0}^{K-1}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\left(\frac{km}{K}-\frac{kp}{P}\right)}\sum_{l=0}^{L-1}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\left(\frac{ln}{L}-\frac{lq}{Q}\right)}$部分，此时若$P=\lambda K$、$p=\mu\lambda$和$Q=\theta L$、$q=\upsilon\theta$，则该部分为：

$$\frac{1}{K}\sum_{k=0}^{K-1}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\left(\frac{km}{K}-\frac{kp}{P}\right)}\frac{1}{L}\sum_{l=0}^{L-1}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\left(\frac{ln}{L}-\frac{lq}{Q}\right)}=$$
$$\frac{1}{K}\sum_{k=0}^{K-1}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi k\left(\frac{m-p/\lambda}{K}\right)}\frac{1}{L}\sum_{l=0}^{L-1}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi l\left(\frac{n-q/\theta}{L}\right)}=$$
$$\frac{1}{K}\sum_{k=0}^{K-1}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi k\left(\frac{m-\mu}{K}\right)}\frac{1}{L}\sum_{l=0}^{L-1}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi l\left(\frac{n-\upsilon}{L}\right)} \tag{9}$$

当$(m-\mu)/K$、$(n-\upsilon)/L$为整数时，式(9)结果为1，从而$\hat{\boldsymbol{H}}[k,l]=\sum_{p=0}^{P-1}\sum_{q=0}^{Q-1}\tilde{\boldsymbol{H}}_p[k,l]$。这表明补零插值前后的信道频率响应矩阵$\tilde{\boldsymbol{H}}_p[k,l]$和$\hat{\boldsymbol{H}}[k,l]$，在载波方向上$\lambda$的整数倍处和时间方向上$\theta$的整数倍处的值是相等的。$\hat{\boldsymbol{H}}[k,l]$在两个方向上非$\lambda$、$\theta$整数倍处的值为$\tilde{\boldsymbol{H}}_p[k,l]$某种线性组合，即插值效果。上述插值算法仅适合载波个数P和时域符号数Q同时是频域方向导频个数K以及时域方向导频个数L的整数倍的情况。这是变换域插值需要改进的地方，节2.2.3给出了改进方法。

2.2.2　中间位置补零

不同于右下方补零，中间位置补零是将2-D IFFT变换后得到的变换域矩阵$\tilde{\boldsymbol{h}}_p[m,n]$，$m\times n$矩阵分成4个小矩阵，然后将这4个小矩阵放置到$P\times Q$矩阵的4个角上，使它们之间的距离最远，其他位置处用0填补，变成形如下式的$P\times Q$矩阵：

$$\tilde{\boldsymbol{h}}_p[p,q]=\begin{pmatrix}\tilde{h}_{1,1} & 0 & \tilde{h}_{1,2}\\ 0 & 0 & \\ \tilde{h}_{2,1} & 0 & \tilde{h}_{2,2}\end{pmatrix}_{p\times q} \tag{10}$$

将$\tilde{\boldsymbol{h}}_p[m,n]$划分成4个小矩阵时，需要区分$m,n$的奇偶性[4]。

(1) 当m,n为偶数时，4个小矩阵为：

$$\begin{cases}\tilde{\boldsymbol{h}}_{1,1}=\tilde{\boldsymbol{h}}_p\left(1:\frac{m}{2},1:\frac{n}{2}\right)\\ \tilde{\boldsymbol{h}}_{1,2}=\tilde{\boldsymbol{h}}_p\left(1:\frac{m}{2},\frac{n}{2}+1:n\right)\\ \tilde{\boldsymbol{h}}_{2,1}=\tilde{\boldsymbol{h}}_p\left(\frac{m}{2}+1:m,1:\frac{n}{2}\right)\\ \tilde{\boldsymbol{h}}_{2,2}=\tilde{\boldsymbol{h}}_p\left(\frac{m}{2}+1:m,\frac{n}{2}+1:n\right)\end{cases} \tag{11}$$

(2) 当m,n为奇数时，4个小矩阵为：

$$\begin{cases}\tilde{\boldsymbol{h}}_{1,1}=\tilde{\boldsymbol{h}}_p\left(1:\frac{m}{2}+1,1:\frac{n}{2}+1\right)\\ \tilde{\boldsymbol{h}}_{1,2}=\tilde{\boldsymbol{h}}_p\left(1:\frac{m}{2}+1,\frac{n}{2}+1:n\right)\\ \tilde{\boldsymbol{h}}_{2,1}=\tilde{\boldsymbol{h}}_p\left(\frac{m}{2}+1:m,1:\frac{n}{2}+1\right)\\ \tilde{\boldsymbol{h}}_{2,2}=\tilde{\boldsymbol{h}}_p\left(\frac{m}{2}+1:m,\frac{n}{2}+1:n\right)\end{cases} \tag{12}$$

最后，和右下方补零一样将$\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_p[p,q]$通过2-D FFT变换回频域，有：

$$\hat{\boldsymbol{H}}_{\text{middle}}[k,l]=\sum_{p=0}^{P-1}\sum_{q=0}^{Q-1}\tilde{\boldsymbol{h}}_p[p,q]\mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{j}2\pi kp}{K}}\mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{j}2\pi lq}{L}} \tag{13}$$

式(12)中的4个部分均可看作右下方补零或右下方补零的简单变换[8]。如 $\tilde{\boldsymbol{h}}_{2,2}$ 是左上方补零，它与右下方补零相比幅值相同、相位相差180°。因此，$\hat{\boldsymbol{H}}_{\text{middle}}[k,l]$ 同样具有 $\hat{\boldsymbol{H}}[k,l]$ 的特点，即在 λ 和 θ 的整数倍处的值与 $\tilde{\boldsymbol{H}}_p[k,l]$ 相等。

2.2.3 修正方法

(1) 修改补零数量：为了减少边缘误差，导频图案往往采用图2所示的矩形图案。它在载波方向的首尾均有导频点，即 $(P-1)/(K-1)$ 为整数，同样时间方向 $(Q-1)/(L-1)$ 也为整数。在这种情况下，上述两种补零方法不能直接套用，需要修正。本文提出的修正方法是增加补零个数。以载波方向为例，导频点频率响应变换到时域后，补上 $P-K+(P-1)/(K-1)-1$ 个零，而非 $P-K$ 个零，补零后载波数为 $(P-1)K/(K-1)$，导频数为K。此时，载波数变成了导频数的整数倍，再运用上述变换域插值得到 $(P-1)K/(K-1)$ 个值。同样，时间方向上有 $(Q-1)L/(L-1)$ 个值。最后，在 $[(P-1)K/(K-1)\times(Q-1)L/(L-1)]$ 的矩阵上截取左上角 $P\times Q$ 个值作为整个信道的频率响应。仿真中，$P\times Q=56\times 10$，$K\times L=12\times 4$，补零的个数分别为48和8个。

(2) 修改中间补零的方法：4个小矩阵的傅里叶变换存在180°的相位差，所以当m,n为偶数时，频率响应矩阵在中间部位存在相位突变。本文提出新的划分矩阵的方法，即让4个矩形中间存在重叠以去除相位突变，划分方法如下：

$$\begin{cases}\tilde{\boldsymbol{h}}_{1,1}=\tilde{\boldsymbol{h}}_p\left(1:\dfrac{m}{2}+1,1:\dfrac{n}{2}+1\right)\\ \tilde{\boldsymbol{h}}_{1,2}=\tilde{\boldsymbol{h}}_p\left(1:\dfrac{m}{2}+1,\dfrac{n}{2}+1:n\right)\\ \tilde{\boldsymbol{h}}_{2,1}=\tilde{\boldsymbol{h}}_p\left(\dfrac{m}{2}+1:m,1:\dfrac{n}{2}+1\right)\\ \tilde{\boldsymbol{h}}_{2,2}=\tilde{\boldsymbol{h}}_p\left(\dfrac{m}{2}+1:m,\dfrac{n}{2}+1:n\right)\end{cases} \tag{14}$$

3 仿真结果与分析

利用MATLAB的Simulink®构建一个OFDM的基带仿真系统，参数的选择基本上依据802.16标准，如表1所列。为了更真实地仿真系统的性能，在收发两端加入信道编码，包括RS和卷积码。

设定载波方向12个导频，时间方向4个导频，图4显示了导频点处的二维信道频率响应。可以看出信道在频率方向有很强的频率选择性衰落的特点，时间上呈现平缓变化的趋势，这符合实际信道的特征。图5为该信道二维变换域插值后的结果，包括修正前后的右下方补零和中间补零。可以看出中间补零的低通滤波效果和平滑效果，这对于选择性较弱的信道有很好的插值精度。当信道深度衰落时，其插值误差较大。没有修正补零数量时，无论中间插值还是右下方插值，在导频处都存在误差，且边缘出现较大尖角，误差更大。修正后导频点处没有偏差，边缘插值误差减少，与图4中的曲面更贴近。

表1 仿真系统参数

系统参数	参数值	
符号周期 T_{symbol}	3.2 μs	
循环前缀CP长度	$1/4\cdot T_{\text{symbol}}=0.8$ μs	
FFT长度	64	
带宽	20M	
帧周期	40	
系统数码率	8.8 Mb/s	17.6 Mb/s
调制方式	4-QAM	16-QAM
导频间隔	df =5	dt =2
信道类型	Rayleigh + AWGN	

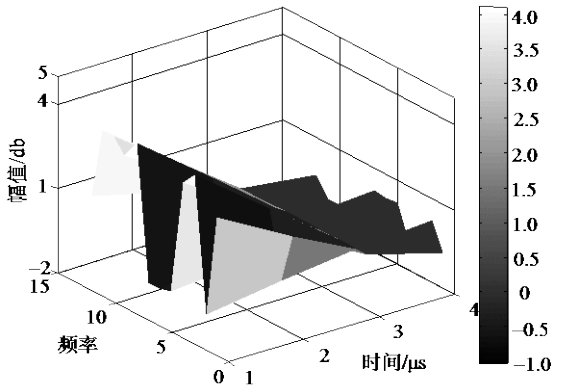

图4 导频点信道频率响应

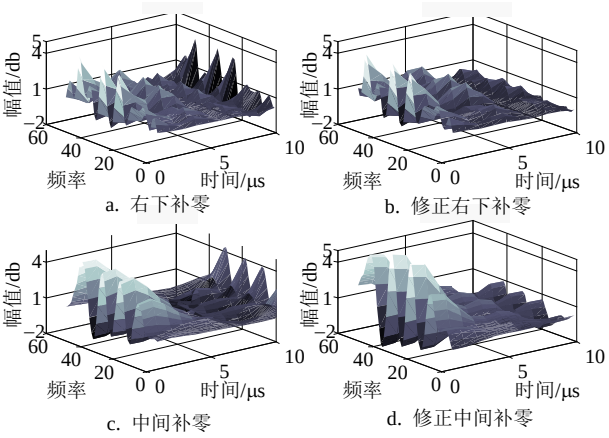

图5 不同补零方式变换域插值后的信道频率响应

导频点分别采用LMMSE、LS估计，补零采用上述两种补零方法，图6和图7为修正前后变换域插值的系统BER性能与二维线性插值的对比。信道设定为最大时延 $\tau_{\max}=450$ ns，4径Rayleigh信道，衰

落相对较弱。两图中的虚线为没有进行补零数量修正和中间补零修正的结果，实线为修正后的结果。图中可以看出修正前系统的BER性能出现地板效应，这主要是由于插值误差造成的。修正后误差得以消减，BER性能随SNR的增加很快减少到零。

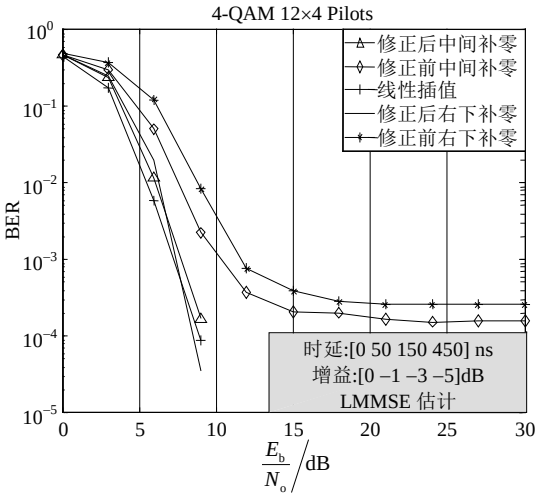

图6　LMMSE+变换域插值的系统BER性能对比

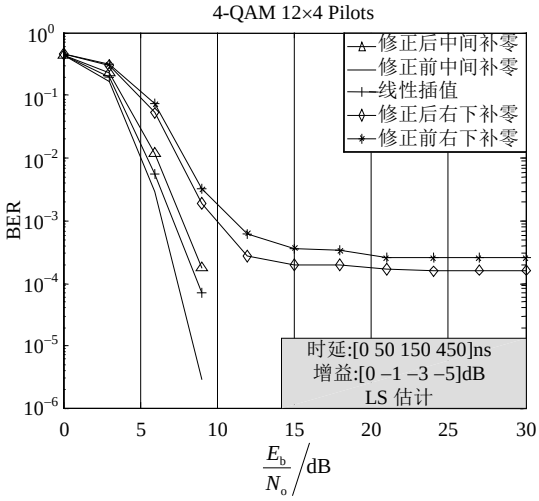

图7　LS+变换域插值的系统BER性能对比

为分辨、比较两种补零方式的二维变换域插值的性能，采用16-QAM调制以增加系统速率，调整信道参数 $\tau_{\max}=800$ ns (等于循环前缀长度)，多径数为12。图8显示了变换域插值修正后的系统BER性能与二维样条和三次样条Cubic插值的对比，其中实线为LMMSE估计，虚线为LS估计。图中看出，多径造成了信道的频率选择性增强，因此具有低通平滑作用的中间插值的效果变差，右下方插值效果最好。二维三次样条和样条插值的效果居中。

图9显示多普勒频移为200 Hz情况下修正后的系统BER性能。多普勒频移造成OFDM系统载波间干扰(ICI)，使系统出现地板效应，但平台较低。当SNR=30 dB时，修正后系统的BER低于10^{-5}，而没有修正的系统BER只有10^{-1}。与图7类似，修正后的2-D变换域插值的性能优于二维线性或二维样条插值。

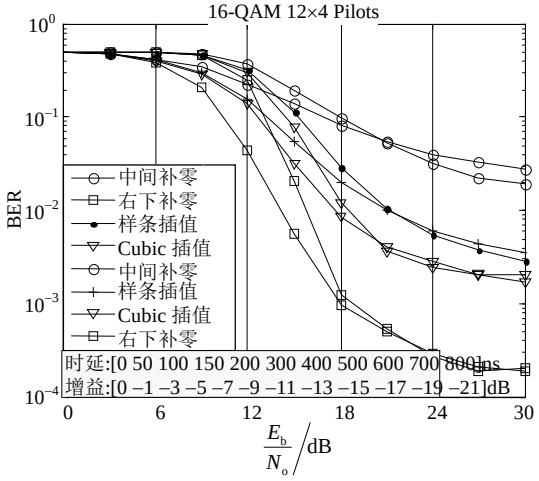

图8　严重多径衰落下不同插值方式的BER性能

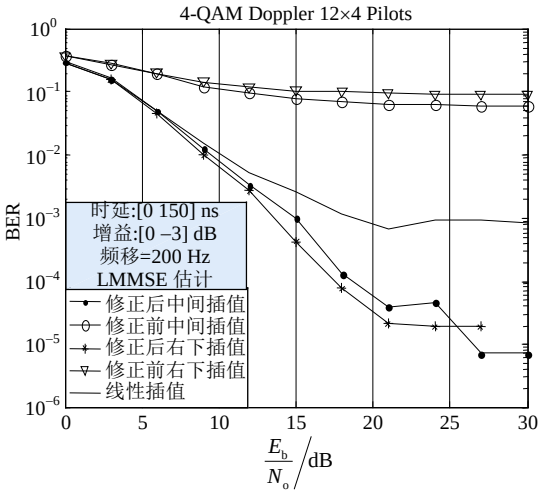

图9　多普勒频移下BER性能

4　结 束 语

本文研究了基于导频的OFDM系统信道估计中的二维变换域插值，对两种变换域插值的性能进行仿真对比研究，并与二维线性插值、三次样条、样条插值的性能进行对比。结果表明文中提出的补零数量修正和中间补零方法改进是有效的，修正后的变换域插值效果优于二维线性或二维样条插值。

参 考 文 献

[1] YE Li. Pilot-symbol-aided channel estimation for OFDM in wireless systems[J]. IEEE Trans Vehicular Technology, 2000, 49(4): 1207-1215.

[2] 马　新, 葛临东. OFDM利用导频的一种信道估计方法[J]. 西安理工大学学报, 2002, 18(4): 403-406.
MA Xin, GE Lin-dong. A method of channel estimation for OFDM signal based on pilot signal[J]. Journal of Xi’an University of Technology, 2002, 18(4): 403-406.

(下转第986页)