

采用拟Newton法实现DOA及功率联合估计

何子远, 庞晓凤, 赵志钦

(电子科技大学电子工程学院 成都 610054)

【摘要】为了增加移动通信的容量和链接质量, 需要准确地知道到达波的方向(DOA)和功率。该文提出了多维非线性目标函数, 用来波DOA和功率作优化变量, 并采用拟Newton法中常用的Davidson-Fletcher-Powell (DFP)算法进行优化; 将优化结果和轮换投影(AP)算法进行比较。仿真表明, 当入射信号在空间相隔较远时, 该结果和AP算法精度相当, 当入射信号在空间接近时, 该结果优于AP算法。

关键词 DFP; DOA估计; 拟Newton法; 功率估计

中图分类号 TN124.2

文献标识码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2010.02.004

Power and DOA Estimation with Newton-Like Method

HE Zi-yuan, PANG Xiao-feng, and ZHAO Zhi-qin

(School of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology of China Chengdu 610054)

Abstract To increase the capacity and link performance of mobile communications, it is important to accurately estimate the powers and directions of arrival (DOA) of sources. A multi-dimension nonlinear cost function is proposed for this purpose, where the DOAs and powers of sources are optimization parameters. The optimal results are obtained with the Davidson-Fletcher-Powell (DFP) algorithm and are compared with the results of alternating projection (AP) algorithm. The simulation results show that DFP has the accuracy in accordance with AP when sources are away from each other, but higher than AP when sources are near.

Key words Davidon-Fletcher-Powell; DOA estimation; Newton-like method; power estimation

为增加无线系统的容量及改善其性能, 在无线系统使用阵列天线技术, DOA估计和功率估计是其重要功能之一。文献[1]表明, 在无线功率控制中, 即使1 dB的增益误差, 也会造成5个用户或更多用户较高的掉线率。因此开发出能准确估计功率的算法, 成为提高链接质量的有效手段之一。对DOA估计的算法有很多^[2], 但很少有讨论直接估计功率的。

文献[3]假设在整个数据处理期间, 在信号源不变的情况下, 导出一种在中频实现功率估计的方法。文献[4]提出一种称为SSMUSIC(signal subspace scaled music)的算法, 优点是能够同时估计每个信号源的波达方向和功率, 缺点是对于一个给定的 M 阵元的阵列, 只有当快拍数 $N \rightarrow \infty$ 时, 该估计子才是一致性估计。为了克服该问题, 文献[5]提出了新的功率估计子, 但做了太多的假设, 实用价值有限。

大多数情况下, 在估计了信号DOA后^[6-7], 即可得到功率估计, 但如果DOA估计出现较小的误差, 有可能造成功率估计较大的误差。因此, 如果能同时进行DOA估计和功率估计, 将是更加有效的方式。

深入讨论同时估计DOA和功率的文献并不多。

本文力图提出一种能有效地同时估计入射波的DOA和功率的算法。为了简单起见, 假设所有的信号源和噪声是彼此独立的、均值为零的高斯分布。该算法可以应用于其他情况, 只不过推导过程和结果略有差异。其基本思想是构造一个类似于最大似然算法的代价函数, 把角度信息和功率信息同时作为优化变量, 使目标函数最小。而拟Newton算法是完成这一任务较好的工具, 选择了性能较好的DFP算法。

1 数学模型

考虑 M 个阵元组成均匀线性阵, 其阵列形式如图1所示。选择第一个阵元作为参考阵元, 并假设入射信号 N 为实的高斯信号。则有:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (1)$$

式中 \mathbf{X} 为阵列的输出矢量, 是一个 $M \times 1$ 的向量; \mathbf{A} 为阵列的流型, 是 $M \times N$ 的矩阵; \mathbf{S} 为一个 $N \times 1$ 输入信号矢量, 每个分量是彼此独立的零均值的高

斯变量； \mathbf{N} 是 $M \times 1$ 的噪声矢量，既包括外部加性噪声也包括内部加性噪声，每个分量也是零均值高斯分布的，且彼此独立。

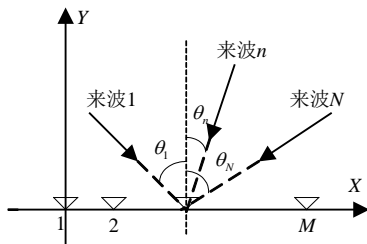


图1 线性阵示意图

第一个阵元的输出为：

$$x_1 = \sum_{n=1}^N s_n + n_1 \tag{2}$$

\mathbf{X} 的其他分量为：

$$x_m = \sum_{n=1}^N s_n e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta_n (m-1)} + n_m \tag{3}$$

式中 $m = 2, 3, \dots, M$ ； θ_n 为第 n 个来波的入射角； d 为阵元间距； λ 为自由空间的波长。

用 x_1 乘以 \mathbf{X} 并求数学期望值，有：

$$\mathbf{Y} = E[x_1 \mathbf{X}] \tag{4}$$

式中 E 表示求数学期望。可得到向量 \mathbf{Y} 的第 m 个分量为：

$$y_m = E[x_1 x_m] = \sum_{n=1}^N p_n e^{-j2\pi/\lambda d \sin \theta_n (m-1)} + \sigma_m^2 \delta_{m1} \tag{5}$$

式中 p_n 为第 n 个信号的功率，有：

$$p_n = E[s_n^2] \tag{6}$$

通道 m 的噪声功率为：

$$\sigma_m^2 = E[n_m^2] \tag{7}$$

$$\delta_{m1} = \begin{cases} 1 & m=1 \\ 0 & m \neq 1 \end{cases} \tag{8}$$

考虑带约束的优化函数 $\underset{\theta, \mathbf{P}}{\text{minimize}} F(\theta, \mathbf{P}) = \|\mathbf{AP} - \mathbf{Y}\|^2$ ，使得：

$$\begin{cases} \mathbf{P} > 0 \\ -90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ \end{cases} \tag{9}$$

式中 \mathbf{P} 为 N 维功率矢量，有：

$$\mathbf{P} = [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_N]^T \tag{10}$$

θ 为 N 维角度矢量，有：

$$\theta = [\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_N]^T \tag{11}$$

为描述方便，定义一个新的 $2N$ 维矢量：

$$\alpha = [\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_N \ p_1 \ p_2 \ \dots \ p_N]^T \tag{12}$$

为简化运算，令：

$$y_m = y_{mR} + jy_{mI} \tag{13}$$

$$\beta_m = d(m-1)2\pi/\lambda \tag{14}$$

则式(9)可表示为：

$$F(\alpha) = \sum_{m=1}^M (E_R(m)^2 + E_I(m)^2) \tag{15}$$

式中

$$E_R(m) = \sum_{n=1}^N [\cos(\beta_m \sin \theta_n) p_n - y_{mR}] \tag{16}$$

$$E_I(m) = \sum_{n=1}^N [\sin(\beta_m \sin \theta_n) p_n - y_{mI}] \tag{17}$$

使用拟Newton算法^[9-10]优化式(16)，且满足式(9)的约束条件。

Newton法的基本思想是用一个二次函数去近似目标函数，然后精确地求出该二次函数的极小点，以它作为欲求函数的极小点的近似值。Newton法有很好的局部收敛性质，在一定条件下，当初始点充分接近极小点时，它是二级收敛的，但是当初始点离极小点比较远时，就不能保证收敛到最小点。此外，Newton法要计算Hessian矩阵及其逆矩阵，有时是不能完成的，因此提出了拟Newton算法。拟Newton法只用了目标函数值及其一阶导数，不用求Hessian矩阵，但在某种意义上又起到了使用Hessian矩阵的作用，因此，该算法是一种非常有效的算法。

拟Newton算法中，最常用的是DFP迭代公式：

$$\mathbf{H}_{k+1} = \mathbf{H}_k + \frac{\mathbf{s}_k \mathbf{s}_k^T}{\mathbf{s}_k^T \mathbf{y}_k} - \frac{\mathbf{H}_k \mathbf{y}_k \mathbf{y}_k^T \mathbf{H}_k}{\mathbf{y}_k^T \mathbf{H}_k \mathbf{y}_k} \tag{18}$$

DFP算法只用到了目标函数的一阶导数，所以首先计算式(15)关于变量 α 的导数，根据式(12)知 α 是 $2N$ 维的变量，前面 N 个变量是关于角度的，而后面 N 个变量是关于功率的，因此有：

$$\frac{\partial F(\alpha)}{\partial \alpha_k} = 2 \left[\sum_{m=1}^M E_R(m) \frac{\partial E_R(m)}{\partial \alpha_k} + E_I(m) \frac{\partial E_I(m)}{\partial \alpha_k} \right] \tag{19}$$

式中

$$\frac{\partial E_R(m)}{\partial \alpha_k} = \begin{cases} -\beta_m p_k \cos(\theta_k) \sin(\beta_m \sin \theta_k) & k = 1, 2, \dots, N \\ \cos(\beta_m \sin \theta_k) & k = N + 1, N + 2, \dots, 2N \end{cases} \tag{20}$$

$$\frac{\partial E_I(m)}{\partial \alpha_k} = \begin{cases} \beta_m p_k \cos(\theta_k) \cos(\beta_m \sin \theta_k) & k = 1, 2, \dots, N \\ \sin(\beta_m \sin \theta_k) & k = N + 1, N + 2, \dots, 2N \end{cases} \tag{21}$$

DFP算法是基于迭代公式式(18)的，其主要步骤如下：

(1) 取初始点 \mathbf{x}_1 ，根据式(19)计算一阶导数 $\mathbf{g}_1 = \mathbf{g}(\mathbf{x}_1)$ ，如果 $\mathbf{g}_1 = 0$ ，则停止计算；否则转到步骤(2)；

(2) 令 $k = 1$ ， $\mathbf{H}_1 = \mathbf{I}$ (\mathbf{I} 为 n 阶单位矩阵)；

- (3) 计算搜索方向 $\mathbf{p}_k = -\mathbf{H}_k \mathbf{g}_k$;
- (4) 求 λ_k , 使得 $f(\mathbf{x}_k + \lambda_k \mathbf{p}_k) = \min\{f(\mathbf{x}_k + \lambda \mathbf{p}_k) | \lambda \geq 0\}$
- (5) 令 $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \lambda_k \mathbf{p}_k$;
- (6) 计算 $\mathbf{g}_{k+1} = \mathbf{g}(\mathbf{x}_{k+1})$, 若 $\mathbf{g}_{k+1} = 0$, 则停止计算; 否则令:

$$\mathbf{H}_{k+1} = \mathbf{H}_k + \frac{\mathbf{s}_k \mathbf{s}_k^T}{\mathbf{s}_k^T \mathbf{y}_k} - \frac{\mathbf{H}_k \mathbf{y}_k \mathbf{y}_k^T \mathbf{H}_k}{\mathbf{y}_k^T \mathbf{H}_k \mathbf{y}_k}$$

式中 $\mathbf{y}_k = \mathbf{g}_{k+1} - \mathbf{g}_k$, $\mathbf{s}_k = \mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k$;

- (7) 令 $k = k + 1$, 转到步骤(3)。

2 计算机仿真及性能分析

本文提到的算法代价函数和最大似然方法较为接近, 将它与解决最大似然问题中最常用的轮换投影^[8](AP)算法进行比较。假设均匀线性阵是由10个全向阵元构成, 阵元间距为半个波长。

例1 考察两个等功率的窄带源, 其中一个来波的DOA固定为12°, 另一个来波DOA为65°, 统计100次, 结果如图2所示。

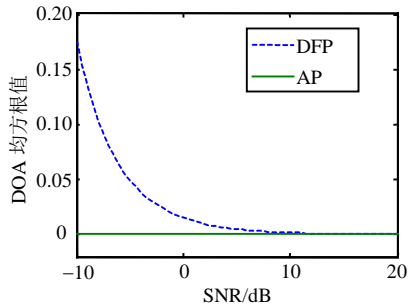


图2 $\theta_1 = 12^\circ$, $\theta_2 = 65^\circ$, 统计100次的结果

可以看出, 当入射信号在空间上相隔足够远时, DFP算法估计的精度不如AP算法, 但误差不太大, 总体误差小于0.5°, 在大信噪比时, DFP对角度的估计接近AP;

例2 考察两等功率的窄带源, 其中一个来波的DOA固定为5°, 另一个来波DOA为6°, 统计100次, 结果如图3和图4所示。

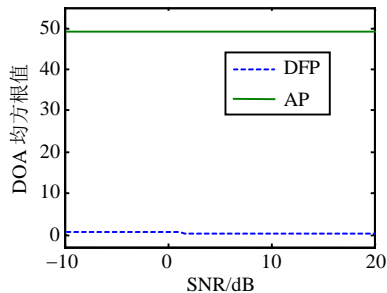


图3 $\theta_1 = 5^\circ$, $\theta_2 = 6^\circ$, 统计100次的结果

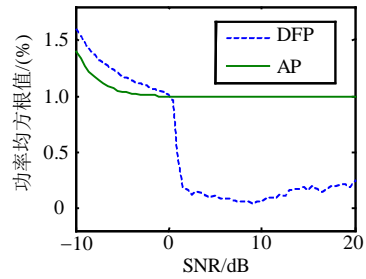


图4 $\theta_1 = 5^\circ$, $\theta_2 = 6^\circ$, 统计100次的结果

比较以上的结果, 可以看出, 当入射信号在空间上很接近时, AP算法已经失效, DFP却工作良好, 图3和图4已经很清楚地表明这一点。图4还表明在输入信号很接近的情况下, 当信噪比大于2 dB时, DFP算法的功率估计准确度迅速提高。

最后考虑这样一种情况, 固定一个入射角为15°, 另一个做扫描, SIN=5 dB, 结果如图5和图6所示。可以观察到当入射信号相隔较小时, DFP算法优于AP算法。

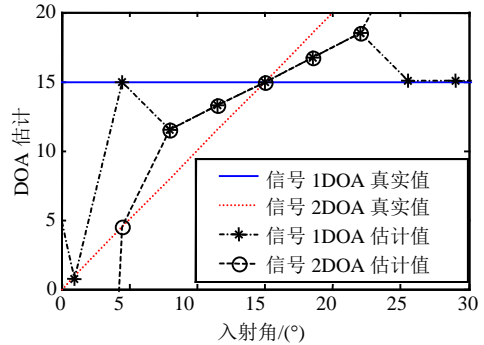


图4 固定 $\theta_1 = 15^\circ$, 一个扫描时AP算法仿真结果

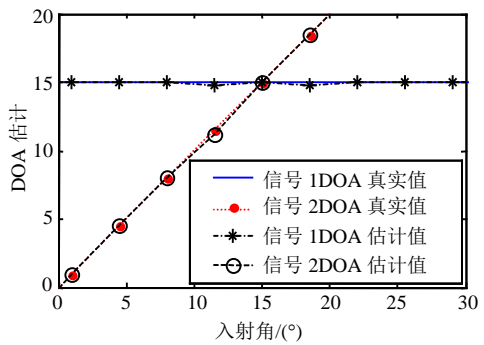


图5 固定 $\theta_1 = 15^\circ$, 一个扫描时DFP算法仿真结果

3 结论

当输入信号在空间相隔较远时, DFP算法比轮换投影算法的精度稍差一些。但是, 当输入信号在空间上比较接近时, 轮换投影算法已经失效, 而DFP算法却能较好地工作, 说明DFP算法的分辨率比AP算法的分辨率要好。