

基于相位提取电磁散射的高效算法

芮 锡^{1,2}, 胡 俊¹, 聂在平¹

(1. 电子科技大学电子工程学院 成都 610054; 2. 中国西南电子技术研究所航空事业部 成都 610036)

【摘要】采用基于曲面RWG基函数离散目标表面的感应电流, 提取出基函数中的相位信息, 同时利用区域分解算法将群目标分解为若干个子区域, 利用矩量法计算各个子区域的电流分布和区域间耦合。计算结果表明, 利用该方法计算的精度能得到很好的保证, 计算的内存需求和计算时间能够大幅度降低, 适合于群目标的散射和辐射问题求解。

关键词 区域分解; 电磁散射; 群目标; 矩量法; 相位提取

中图分类号 TP011

文献标识码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2011.04.009

High Efficient Algorithm with Phase Extraction for the Analysis of Electromagnetic Scattering

RUI Xi^{1,2}, HU Jun¹, and NIE Zai-ping¹

(1. School of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology of China Chengdu 610054;

2. Department of Aviation, Southwest China Institute of Electronic Technology Chengdu 610036)

Abstract Electromagnetic scattering from group target with large size has attracted much attention for years. Group target has the properties of large number of objects, large number of unknowns and complex coupling. CRWG basis is used to discretize the induced current for each object with phase extraction. The group target is divided into several groups, and method of moments is used to solve the current of each group and the coupling between the groups. Numerical results show the efficiency and accuracy of this method. CPU time and memory requirement are saved. This algorithm is efficient for analyzing the scattering and radiation of the group target.

Key words domain decomposition; electromagnetic scattering; group target; method of moment; phase extraction

矩量法^[1]已广泛应用于复杂目标的电磁散射和辐射。其计算复杂度和计算存储量为 $o(N^2)$, N 为未知量数目, 对于一些电大尺寸目标散射和辐射求解需要花费相当长的计算时间和存储量。近几十年, 很多学者为进一步提高矩量法的求解能力, 研究了很多有效的方法。其中, 高阶方法^[2]被用来降低未知量数目, 但该方法在计算复杂外形目标时效率不高。特征基函数方法也被广泛采用, 但仍然受目标限制, 精度也不能很好地保证。多层快速多极子方法能很好地解决电大尺寸问题。空域分解法^[3-4]求解了电大尺寸二维柱体的电磁散射。国内学者在区域分解算法^[5-7]上也进行了广泛的研究。针对复杂导体群目标散射, 本文提出基于相位提取方法的区域分解(domain decomposition method, DDM)。该方法是在完全数值框架下的严格算法, 能很好地保证精度, 同时能节约计算量的内存需求。该方法将群目标划分成若干个子区域, 通过迭代技术, 更新各个子

目标待求电流分布。将相位提取技术方法和空域分解法结合, 在各子目标采用相位提取技术的矩量法, 可极大提升传统空域分解法的求解能力, 且使矩量法(method of moments, MoM)分析三维电大尺寸的多目标散射和辐射成为可能。

1 基于相位提取多区域迭代算法

1.1 矩量法

使用积分方程求解散射和辐射问题都归结为求解算子方程:

$$L(f) = g \quad (1)$$

式中, L 为积分算子; g 为激励; f 为响应。矩量法是在散射和辐射研究中一种严格的积分方程方法。将待求量 f 用一组基函数 $\{f_n\}$ 展开, 再用一系列线性无关的权函数 $\{w_n\}$ 进行内积, 最后归结为求解一个线性代数方程组。

对于任意的三维金属导体的散射和辐射问题,

通常使用电场积分方程(electric field integral equation, EFIE)和磁场积分方程(magnetic field integral equation, MFIE)求解。电场积分方程和磁场积分方程分别为:

$$\hat{t} \cdot \int_S \bar{\bar{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}') dS' = \frac{4\pi i}{k\eta} \hat{t} \cdot \mathbf{E}^{inc}(\mathbf{r}) \quad (2)$$

$$\hat{n} \mathbf{H}^{inc}(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi} \hat{n} \times \nabla \times \int \mathbf{J}(\mathbf{r}') \cdot g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dS' \quad (3)$$

其中:

$$\bar{\bar{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \left(\bar{\bar{I}} - \frac{1}{k^2} \nabla \nabla' \right) g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$$

$$g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{e^{ikR}}{R}, \quad R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$$

式中, \mathbf{r} 为场点位置; \mathbf{r}' 为源点的位置; $\bar{\bar{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 为并矢格林函数; $\mathbf{J}(\mathbf{r}')$ 为待求的未知感应电流; k 为自由空间中的波数; η 为波阻抗。

在实际应用中, EFIE可以用于任意形状的目标。MFIE只能计算闭合的目标。在处理问题时, 常遇到谐振的问题, 将EFIE和MFIE结合起来用, 得到混合场积分方程(combined field Integral equation, CFIE), 避免谐振。

$$\alpha \text{EFIE} + (1-\alpha) \frac{i}{k} \text{MFIE} \quad \alpha: 0 \sim 1 \quad (4)$$

式中, α 为一个混合因子, 通常 α 取0.2, 是最优选择。

1.2 相位提取技术

通常使用曲RWG基函数离散目标表面的感应电流 $\mathbf{J}(\mathbf{r})$, 得到:

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^N j_n \mathbf{f}_n \quad (5)$$

式中, N 为目标表面未知量离散的数目; \mathbf{f}_n 为RWG基函数^[8-9]。对目标表面的离散采用曲三角RWG基函数, 曲面三角形贴片灵活多变, 适合各种复杂形状的物体, 更易于拟合复杂三维不规则目标表面, 相对于平面的RWG基函数, 剖分的贴片单元变大, 从而使得未知量减少, 降低了计算量和存储量。一般每个波长划分为8份。通过伽略金匹配方法, 将曲RWG基函数作为权函数, 得到一个线性方程组。

采用相位提取技术^[10], 使用曲RWG基函数离散目标表面的感应电流 $\mathbf{J}(\mathbf{r})$, 得到:

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^N j_n \mathbf{f}_n e^{ik^i \cdot \mathbf{r}} \quad (6)$$

式中, $e^{ik^i \cdot \mathbf{r}}$ 为相位项; $\mathbf{k}^i = k \cdot \hat{\mathbf{k}}^i$; k 为波数; $\hat{\mathbf{k}}^i$ 为入射波单位矢量。通过方程离散, 对于电场积分方程, 可以得到阻抗元素和激励分别为:

$$Z_{mm} = \int_S \int_{S'} g \cdot e^{ik^i \cdot (\mathbf{r}' - \mathbf{r})} Z_e d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \quad (7)$$

$$Z_e = \mathbf{t}_m \cdot \mathbf{f}_n - \hat{\mathbf{k}}^i \cdot \mathbf{t}_m \hat{\mathbf{k}}^i \cdot \mathbf{f}_n - \frac{1}{k^2} \nabla \cdot \mathbf{t}_m \nabla' \cdot \mathbf{f}_n - \frac{i}{k} (\nabla \cdot \mathbf{t}_m \hat{\mathbf{k}}^i \cdot \mathbf{f}_n - \hat{\mathbf{k}}^i \cdot \mathbf{t}_m \nabla' \cdot \mathbf{f}_n) \quad (8)$$

$$V_m = \frac{4\pi i}{k\eta} \int_S \mathbf{t}_m \cdot \hat{\mathbf{e}}_i d\mathbf{r} \quad (9)$$

式中, $\hat{\mathbf{e}}_i$ 为入射波的极化方向; \mathbf{f}_n 为基函数; \mathbf{t}_m 为权函数; g 为格林函数。形成矩阵方程:

$$\sum_{n=1}^N a_n Z_{mn} = V_m \quad m = 1, 2, \dots, N \quad (10)$$

由于目标表面的感应电流相位项已经在基函数中被提出, 电流的幅度分布变化已经没有原来剧烈, 因此剖分密度比起传统的方法可以更稀疏, 从而减少未知量的数目, 节约了计算时间和内存需求量。

1.3 多区域迭代

在电磁散射和辐射的计算中, 对于 m 个复杂的电大尺寸目标, 如图1所示。

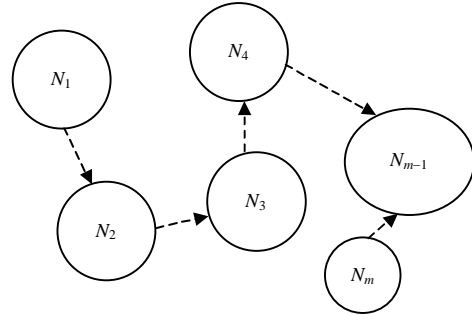


图1 多体散射模型

每个子目标的未知量为 $N_i, i = 1, 2, \dots, m$, 总体的未知量为:

$$N = \sum_{i=1}^m N_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (11)$$

使用多区域迭代方法, 首先不考虑子散射体之间的耦合, 计算各个子散射体上的感应电流; 再逐渐考虑其他子散射体的耦合作用, 不断更新各个子散射体目标表面的感应电流, 直到各个子散射体上的感应电流收敛为止。

使用传统的矩量法求解上述问题, 需要求解矩阵方程:

$$\bar{\bar{Z}}_{N \times N} \cdot \mathbf{x}_{N \times 1} = \mathbf{b}_{N \times 1} \quad (12)$$

式中, $\bar{\bar{Z}}$ 为 $N \times N$ 阶的复数阻抗矩阵; \mathbf{x} 为 $N \times 1$ 阶未知电流复数向量; \mathbf{b} 为 $N \times 1$ 阶激励电压复数向量。由于整体问题的电尺寸较大, 使得整体的未知量 N 较大, 导致内存开销大。因此, 可以使用区域分解算法, 将每一个子目标划分成一个区域, 考虑

他们的耦合, 计算各个子目标上的感应电流:

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{Z}}_{N_1 \times N_1}^{11} \cdot \mathbf{x}_{N_1 \times 1}^1 + \cdots + \bar{\mathbf{Z}}_{N_1 \times N_m}^{1m} \cdot \mathbf{x}_{N_m \times 1}^m = \mathbf{b}_{N_1 \times 1}^1 \\ \bar{\mathbf{Z}}_{N_2 \times N_1}^{21} \cdot \mathbf{x}_{N_1 \times 1}^1 + \cdots + \bar{\mathbf{Z}}_{N_2 \times N_m}^{2m} \cdot \mathbf{x}_{N_m \times 1}^m = \mathbf{b}_{N_2 \times 1}^2 \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{Z}}_{N_m \times N_1}^{m1} \cdot \mathbf{x}_{N_1 \times 1}^1 + \cdots + \bar{\mathbf{Z}}_{N_m \times N_m}^{mm} \cdot \mathbf{x}_{N_m \times 1}^m = \mathbf{b}_{N_m \times 1}^m \end{cases} \quad (13)$$

如式(13)所示, 在计算的过程中, 求解矩阵的阶数降到了 $N_i \times N_i$, $i=1, 2, \dots, m$ 。因此在求解的过程中, 最大的矩阵的阶数为 $N_{\max} \times N_{\max}$, N_{\max} 为子散射体中最大的未知量的数目。求解过程中, 对于求解第 i 个子散射体上的电流, 有:

$$\bar{\mathbf{Z}}_{N_i \times N_i}^{ii} \cdot \mathbf{x}_{N_i \times 1}^i = \mathbf{b}_{N_i \times 1}^i - \sum_{j=1, j \neq i}^m \left(\bar{\mathbf{Z}}_{N_i \times N_j}^{ij} \cdot \mathbf{x}_{N_j \times 1}^j \right) \quad (14)$$

内存开销的峰值取决于 N_{\max} , 其他子矩阵可以在计算完毕之后存储在硬盘上。因此计算和存储的复杂度由原先的 $o(N^2)$ 降为 $o(N_{\max}^2)$ 。所有子散射体表面电流更新一次, 称为完成一次外层迭代。一般外层迭代2~3次之后, 各个子散射体上的感应电流就能收敛。外层迭代的误差定义为:

$$\text{error}(p) = \frac{\left(\sum_{i=1}^m \left\| \bar{\mathbf{V}} - \sum_{j=1}^{N_i} \bar{\mathbf{Z}}_{ij} \cdot \bar{\mathbf{I}}_j^p \right\|^2 \right)^{1/2}}{\|\bar{\mathbf{V}}\|} \quad (15)$$

式中, p 为外层的迭代次数; m 为子散射体数目; $\|\cdot\|$ 为范数算子。

2 数值算例

图2为计算4个相同大小的金属球组成的多体模型。金属球的半径为1 m, 金属球心在 xoy 所在平面上, 并且金属球之间的间距(在 x 、 y 方向上)为1 m。

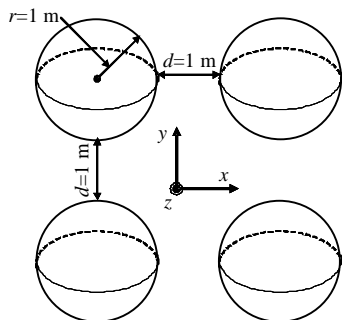


图2 4个金属球的模型

入射平面波的频率为300 MHz, 水平极化, 方向为沿 $-z$ 轴方向($\theta=0^\circ$, $\phi=0^\circ$), 扫描面为 xoz 平面($\theta=0^\circ \sim 360^\circ$, $\phi=0^\circ$)。使用传统的矩量法, 对目标进行整体计算, 剖分网格密度为 0.15λ , 得到7 740个未知量(曲RWG基函数)。采用基于相位提取技术

的矩量法(PE-MoM)计算, 剖分密度为 0.3λ , 离散网格后, 得到未知量数目是2 073。采用不同的数值方法得到的双站RCS结果如图3所示。采用相位提取技术能很好地降低未知量, 同时计算的精度也得到保证。在相位提取技术的前提下, 使用区域分解算法, 将每个金属球单独做为一个区域来计算, 当外层的迭代次数为2时, 双站RCS结果和传统的矩量法结果吻合很好。3种方法的计算时间和内存开销的详情如表1所示。采用相位提取技术, 内存开销和计算时间都能得到降低, 在相位提取的技术基础上使用区域分解算法, 能够进一步地降低计算的内存需求。使用区域分解算法, 有部分时间是花销在矩阵的硬盘存取和读取, 比起不采用区域分解, 计算时间略有增加, 但内存开销却能大大减少。

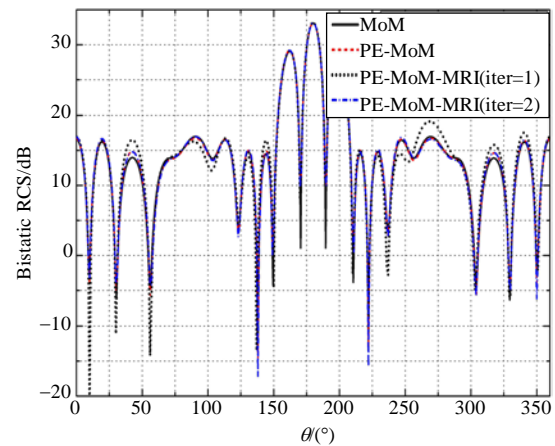


图3 4个金属球的双站RCS结果

表1 4个金属球的不同计算方法

方法	计算时间/s	内存需求/MB
MoM	2 359	457
PE-MoM	379	28.6
PE-MoM-MRI	412	2.04

3 结论

多区迭代和相位提取技术相结合, 实现两者优势相结合, 为电大尺寸多体的散射问题提供了可行途径。基于相位提取技术的矩量法, 并且使用曲面三角单元离散目标表面, 使得未知量大幅度降低, 从而提升了多区迭代的求解能力, 有效地降低了计算的内存需求量和计算时间, 计算时间和存储的复杂度由原先的 $o(N^2)$ 降为 $o(N_{\max}^2)$ 。同时, 随着外层迭代不断的进行, 群目标的总体的感应电流分布逐渐收敛到正确的解, 从而使得计算精度得到了很好的保证。该方法能够有效地处理电大尺寸的多目标散射问题。

参 考 文 献

- [1] HARRINGTON R F. Field computation by moment methods[M]. New York: MacMillan, 1968.
- [2] 弓晓东, 胡俊, 聂在平, 等. 三维导电目标电磁散射的高阶多层快速多极子方法[J]. 电波科学学报, 2004, 19(5): 577-580.
GONG Xiao-dong, HU Jun, NIE Zai-ping, et al. Higher order multilevel fast multipole algorithm for solving electromagnetic scattering from 3-D perfectly electric conductor[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2004, 19(5): 577-580.
- [3] UMASHANKAR K R, NIMMAGADDA S. Numerical analysis of electrically large objects using spatial decomposition technique[J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 1992, 40(8): 867-877.
- [4] SULLIVAN A, CARIN L. Scattering from complex bodies using a combined direct and iterative technique[J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 1999, 47(1): 33-39.
- [5] 梁培康, 方大纲, 沙侃, 等. 电磁问题中几种减少计算时间的方法和比较性研究[J]. 微波学报, 1991, 7(4): 30-35.
LIANG Pei-kang, FANG Da-gang, SHA Kan, et al. Introduction and comparative study on the different methods in reducing the operation count in EM modeling[J]. Journal of Microwares, 1991, 7(4): 30-35.
- [6] 于春阳, 汪文秉. 应用空域分解法研究复杂物体的散射特性[J]. 微波学报, 1995, 11(1): 34-40.
YU Chun-yang, WANG Wen-bin. Investigation of the scattering characteristic of complex objects using spatial decomposition method[J]. Journal of Microwares, 1995, 11(1): 34-40.
- [7] LI Wei-dong, WEI Hong, ZHOU Hou-xing. Integral equation-based overlapped domain decomposition method for the analysis of electromagnetic scattering of 3D conducting objects[J]. Microwave and Optical Technology Letters, 2007, 49(2): 265-274.
- [8] RAO S M, WILTON D R, GLISSON A W. Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape[J]. IEEE Trans Antennas Propag, 1982, 30(3): 409-418.
- [9] 王军, 聂在平, 胡俊, 等. 复杂目标电磁散射特性分析中的几何建模[J]. 电波科学学报, 2003, 18(1): 70-74.
WANG Jun, NIE Zai-ping, HU Jun, et al. Geometry construction rules of complex objects electromagnetic scattering analysis[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2003, 18(1): 70-74.
- [10] NIE Zai-ping, YAN Su, HE Shi-quan, et al. The basis functions involving propagating wave phase dependency for solving the scattering from electrically large targets[C]// IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium. [S.l.]: IEEE, 2008.

编辑 税 红