

光场-原子BEC相互作用系统的压缩特性

李明, 陈鼎汉

(桂林理工大学理学院 广西 桂林 541004)

【摘要】利用格子液体方法对二能级原子的玻色-爱因斯坦凝聚体与双模光场相互作用系统的哈密顿量进行了改进,并研究了二能级原子的玻色-爱因斯坦凝聚体与双模压缩光场相互作用系统中的压缩性质。结果表明,光场两正交分量交替呈现周期性压缩现象,其压缩深度与光场初始压缩因子密切相关,而压缩时间与光场的频率有关。

关键词 玻色-爱因斯坦凝聚体; 光场正交压缩; 二能级原子; 双模压缩态光场

中图分类号 O431

文献标识码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2011.04.013

Squeezing Properties of Light Field Interacting with Bose-Einstein Condensate of Atoms

LI Ming and CHEN Ding-han

(Department of Mathematics and Physics, Guilin University of Technology Guilin Guangxi 541004)

Abstract The Hamiltonian operator of two-mode light field interacting with Bose-Einstein condensate (BEC) of two-level atoms is improved in terms of the lattice-liquid model, and the squeezing properties of two-mode squeezed field interacting with Bose-Einstein condensate of two-level atoms are studied. The results show that two quadrature components of light can be squeezed periodically, the maximum depth of squeezing is closely correlated to the initial squeezing parameter of light, and the duration is determined by the frequency of the light field.

Key words Bose-Einstein condensate; quadrature squeezing of light; two-level atoms; two-mode squeezed light field

玻色-爱因斯坦凝聚体(BEC)作为一种新的物质形态,从1995年在3种碱金属原子稀薄气体中实现以来,引起了研究热潮^[1-3]。此后,人们对原子BEC的产生及其独特性质以及原子BEC与光场的相互作用进行了大量的实验和理论研究,取得了一系列成果^[4-10]。通过光场和原子的相互作用可以实现光场的压缩,对于研究原子BEC与光场相互作用系统中光场的压缩性质具有重要意义。

本文在文献[11]的基础上,利用格子液体方法^[12]对光场-原子BEC系统的总哈密顿量进行改进,并研究了二能级原子的玻色-爱因斯坦凝聚体与双模压缩光场相互作用系统中的压缩性质。

1 系统哈密顿量的改进和运动方程的求解

考虑原子间的相互作用,光场-原子BEC系统的总哈密顿量^[11]为:

$$H = (\omega_0 + 2N_c\Omega)b^+b + \omega a_1^+ a_1 + \omega a_2^+ a_2 + \varepsilon\sqrt{N_c}(a_1^+ b e^{i\theta} + a_2^+ b e^{i\theta} + a_1 b^+ e^{-i\theta} + a_2 b^+ e^{-i\theta}) + N_c^2\Omega \quad (1)$$

式中, ω_0 为原子基态和激发态之间的本征跃迁频率; b^+ 和 b 分别为原子的产生算符和湮没算符; ω 为光场的圆频率; a_i^+ 和 a_i ($i=1,2$) 分别为第 i 模光场的产生算符和湮没算符; ε 表征光场与原子相互作用的强度; Ω 表征原子间相互作用的强度; N_c 为玻色-爱因斯坦凝聚体的原子数。

令 $H_0 = N_c^2\Omega$, 利用格子液体方法^[12]和通过对文献[13]的分析得出, BEC凝聚体中 N_c 个原子间的相互作用能为 $H_0 = (1/2)N_c u_0$ (u_0 为常数), 表明 H_0 应该与 N_c 的一次方成正比。比较可知 Ω 对应于 $u_0/2N_c$, 从而得到改进后的哈密顿量为:

收稿日期: 2010-09-20; 修回日期: 2010-12-02

基金项目: 教育部科学技术研究重点项目(209094); 广西自然科学基金(2010GXNSFB013050)

作者简介: 李明(1975-), 男, 博士生, 主要从事量子光学方面的研究。

$$H = 1/2N_c u_0 + (\omega_0 + u_0)b^+b + \omega a_1^+ a_1 + \omega a_2^+ a_2 + \varepsilon \sqrt{N_c} (a_1^+ b e^{i\theta} + a_2^+ b e^{i\theta} + a_1 b^+ e^{-i\theta} + a_2 b^+ e^{-i\theta}) \quad (2)$$

从式(2)可以看出, 玻色-爱因斯坦凝聚体中, 原子间的相互作用使原子的能级间隔由原来的 ω_0 增大到 $\omega_0 + u_0$, 能级间隔的增加量 $\Delta = u_0$ 与BEC中的原子数无关。而文献[11]中能级间隔为 $\omega_0 + 2N_c \Omega$, 其中 $\Delta = 2N_c \Omega$ 与BEC中的原子数 N_c 和原子间的相互作用强度 Ω 的乘积成正比。显然, 两者的差异很大。

在共振条件 ($\omega = \omega_0$) 下, 求解系统的Heisenberg运动方程为:

$$i\dot{a}_1 = [a_1, H] = \omega a_1 + \varepsilon \sqrt{N_c} b e^{i\theta} \quad (3)$$

$$i\dot{a}_2 = [a_2, H] = \omega a_2 + \varepsilon \sqrt{N_c} b e^{i\theta} \quad (4)$$

$$i\dot{b} = [b, H] = \varepsilon \sqrt{N_c} (a_1 + a_2) e^{-i\theta} + (\omega_0 + u_0)b \quad (5)$$

由此可得:

$$a_1(t) = \left\{ \frac{e^{-i(\omega + \frac{u_0}{2})t}}{2\gamma} [\gamma \cos(\gamma t) + i \frac{u_0}{2} \sin(\gamma t)] + \frac{e^{-i\omega t}}{2} \right\} a_1(0) + \left\{ \frac{e^{-i(\omega + \frac{u_0}{2})t}}{2\gamma} [\gamma \cos(\gamma t) + i \frac{u_0}{2} \sin(\gamma t)] - \frac{e^{-i\omega t}}{2} \right\} a_2(0) + \frac{e^{-i(\omega + \frac{u_0}{2})t}}{2\gamma} [-i \sqrt{N_c} \varepsilon \sin(\gamma t) e^{i\theta}] b(0) \quad (6)$$

$$a_2(t) = \left\{ \frac{e^{-i(\omega + \frac{u_0}{2})t}}{2\gamma} [\gamma \cos(\gamma t) + i \frac{u_0}{2} \sin(\gamma t)] + \frac{e^{-i\omega t}}{2} \right\} a_1(0) + \left\{ \frac{e^{-i(\omega + \frac{u_0}{2})t}}{2\gamma} [\gamma \cos(\gamma t) + i \frac{u_0}{2} \sin(\gamma t)] - \frac{e^{-i\omega t}}{2} \right\} a_2(0) + \frac{e^{-i(\omega + \frac{u_0}{2})t}}{2\gamma} [-i \sqrt{N_c} \varepsilon \sin(\gamma t) e^{i\theta}] b(0) \quad (7)$$

$$b(t) = \frac{e^{-i(\omega + \frac{u_0}{2})t}}{\gamma} \{-i \sqrt{N_c} \varepsilon \sin(\gamma t) e^{-i\theta} [a_1(0) + a_2(0)] + [\gamma \cos(\gamma t) - i N_c \Omega \sin(\gamma t)] b(0)\} \quad (8)$$

式中, $\gamma = \sqrt{u_0^2/4 + N_c \varepsilon^2}$ 。

2 双模光场的压缩效应

设初始时刻激发态为真空态, 所有原子均处于基态并发生玻色-爱因斯坦凝聚。系统的初始态矢可表示为:

$$|\varphi(0)\rangle = |\beta\rangle_0 \otimes |0\rangle_1 \otimes |\alpha_1, \alpha_2, \xi\rangle \quad (9)$$

式中, $|\beta\rangle_0$ 为原子基态湮没算符 b_0 的本征态, 表示在基态发生玻色-爱因斯坦凝聚的原子处于相干态; $|0\rangle_1$ 表示初始时刻激发态为真空态; $|\alpha_1, \alpha_2, \xi\rangle$ 为双模光场压缩态。为了研究光场的压缩效应, 定义光场的两个缓变的正交分量算符^[14]为:

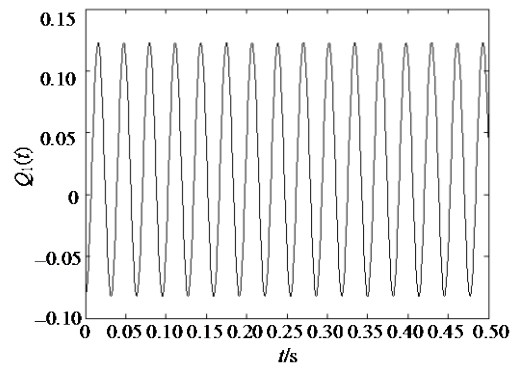
$$\begin{cases} U_1 = 1/(2\sqrt{2})(a_1 + a_1^+ + a_2 + a_2^+) \\ U_2 = 1/(2\sqrt{2})(a_1 - a_1^+ + a_2 - a_2^+) \end{cases} \quad (10)$$

U_1 、 U_2 满足对易关系 $[U_1, U_2] = i/2$, 则 $(\Delta U_1)^2 (\Delta U_2)^2 \geq 1/16$ 。引入 $Q_i = (\Delta U_i)^2 - 1/4$, 若在某一状态下, 有 $Q_i < 0$ ($i=1$ 或 2), 表明光场的第 i 个正交分量的量子噪声被压缩。利用式(6)~(8)可以得到:

$$Q_1(t) = -\frac{1}{4} \sinh 2r \{ \cos[(2\omega + u_0)t - \phi] \cos^2(\gamma t) - \frac{u_0^2}{4\gamma^2} \cos[(2\omega + u_0)t - \phi] \sin^2(\gamma t) + \frac{u_0}{\gamma} \sin[(2\omega + u_0)t - \phi] \sin(\gamma t) \cos(\gamma t) \} + \frac{1}{2} \sinh^2 r + \frac{N_c \varepsilon^2}{8\gamma^2} \sin^2(\gamma t) - \frac{N_c \varepsilon^2}{2\gamma^2} \cosh 2r \sin^2(\gamma t) \quad (11)$$

$$Q_2(t) = \frac{1}{4} \sinh 2r \{ \cos[(2\omega + u_0)t - \phi] \cos^2(\gamma t) - \frac{u_0^2}{4\gamma^2} \cos[(2\omega + u_0)t - \phi] \sin^2(\gamma t) + \frac{u_0}{\gamma} \sin[(2\omega + u_0)t - \phi] \sin(\gamma t) \cos(\gamma t) \} + \frac{1}{2} \sinh^2 r + \frac{N_c \varepsilon^2}{8\gamma^2} \sin^2(\gamma t) - \frac{N_c \varepsilon^2}{2\gamma^2} \cosh 2r \sin^2(\gamma t) \quad (12)$$

由于 $Q_1(t)$ 和 $Q_2(t)$ 对称, 利用式(11)对 $Q_1(t)$ 进行数值分析, 所得结果如图1所示。计算中, 参数的取值为 $N_c = 10^5$, $\varepsilon = 1$, $\Omega = 0.4$, $\phi = 0$ 。



a. $r=0.2$, $\omega=100$

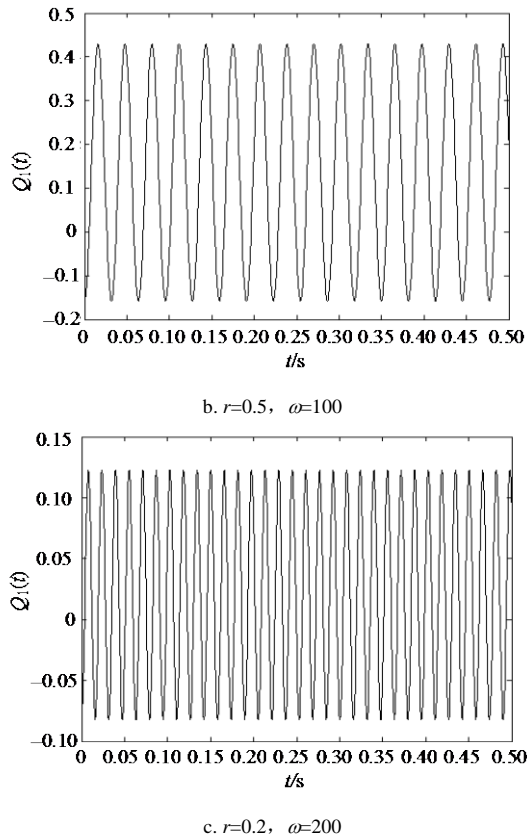


图1 在不同参数下 $Q_1(t)$ 随时间演化

在不同参数下 $Q_1(t)$ 随时间演化如图1所示。光场的两正交分量的涨落均随时间周期性地变化。对比图1a和图1b可知, 当保持光场圆频率 ω 不变, 而光场初始压缩因子 r 变化时, 光场的最大压缩深度随 r 的增大而增大, 而压缩时间不变。对比图1a和图1c可知, 当保持光场初始压缩因子 r 不变, 而光场圆频率 ω 变化时, 光场的最大压缩深度不变, 约为 -0.08 , 而压缩时间随 ω 的增大而减少。

3 结论

本文利用格子液体方法, 对二能级原子的玻色-爱因斯坦凝聚体(BEC)与双模光场相互作用系统的哈密顿量进行了改进, 并研究了二能级原子的玻色-爱因斯坦凝聚体与双模压缩光场相互作用系统中的压缩性质。结果表明, 光场两正交分量的涨落均随时间周期性地变化, 其压缩深度与光场初始压缩因子成正比, 而压缩时间与光场的频率成反比。文献[11]只得出了影响压缩深度和压缩时间的主要因素, 而本文则得出了它们之间的具体关系, 与改进前的结果相比, 改进后的结果与实际报道的结果更加符合(与文献[10]的结果一致), 对深入研究原子与光场相互作用过程中的压缩特性具有理论意义和实用价值。

参 考 文 献

- [1] ANDERSON M H, ENSCHER J R, METHUEWS M R, et al. Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor[J]. *Science*, 1995, 269(5221): 198-201.
- [2] DAVIS K B, MEWES M O, ANDREWS M R, et al. Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms[J]. *Physical Review Letter*, 1995, 75(22): 3969-3973.
- [3] MEMES M O, ANDREWS M R, KURN D M, et al. Output coupler for Bose-Einstein condensed atoms[J]. *Physical Review Letter*, 1997, 78(4): 582-584.
- [4] YOU L, LEWENSTEIN M, COOPER J. Quantum field theory of atoms interacting with photons[J]. *Physical Review A*, 1995, 51(6): 4712-4727.
- [5] JING Hui, CHEN Jing-ling, GE Mo-lin. Quantum-dynamical theory for squeezing the output of a Bose-Einstein condensate[J]. *Physical Review A*, 2001, 63(1): 015601-015604.
- [6] KUANG Le-man, ZHOU Lan. Generation of atom-photon entangled states in atomic Bose-Einstein condensate via electromagnetically induced transparency[J]. *Physical Review A*, 2003, 68(4): 043606-043614.
- [7] ZHENG Gong-ping, LIANG Jiu-qing, LIU Wu-ming. Phase diagram of two-species Bose-Einstein condensates in an optical lattice[J]. *Physical Review A*, 2005, 71(5): 053608-053612.
- [8] XIE Zheng-wei, CAO Ze-xian, KATS E I, et al. Nonlinear dynamics of a dipolar Bose-Einstein condensates in an optical lattice[J]. *Physical Review A*, 2005, 71(2): 025601-025604.
- [9] JI An-chun, LIU Wu-ming, SONG Jun-liang, et al. Dynamical creation of fractionalized vortices and vortex lattices[J]. *Physical Review Letter*, 2008, 101(1): 010402-010405.
- [10] 周明, 黄春佳. 原子玻色-爱因斯坦凝聚体对光场压缩特性的影响[J]. *光学学报*, 2009, 29(4): 1096-1100.
ZHOU Ming, HUAUG Chun-jia. Influence of an atomic Bose-Einstein condensate on squeezing properties of light[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(4): 1096-1100.
- [11] 赵丽云. 二能级原子双模光场系统中光场压缩性质[J]. *太原师范学院学报*, 2009, 8(4): 74-77.
ZHAO Li-yun. Squeezing properties of two-mode squeezed light field interacting with two-level atoms[J]. *Journal of Taiyuan Normal University*, 2009, 8(4): 74-77.
- [12] 胡英. 流体的分子动力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1982: 380-381.
HU Ying. *Molecular thermodynamics on fluids*[M]. Beijing: High Education Press, 1982: 380-381.
- [13] 李明, 孙久勋. 原子间相互作用对光场和原子激光压缩性质的影响[J]. *物理学报*, 2006, 55(6): 2702-2707.
LI Ming, SUN Jiu-xun. Influence of the interaction between atoms on the squeezing of light field and atomic lasers[J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, 55(6): 2702-2707.
- [14] 彭金生, 李高翔. 近代量子光学导论[M]. 北京: 科学出版社, 1996.
PENG Jin-sheng, LI Gao-xiang. *Introduction of modern quantum optics*[M]. Beijing: Science Press, 1996.

编辑 黄 莘