

具有嵌套性和自相关性的制造过程质量控制方法

陈昌华¹, 尹健康², 李敬敏³, 姚进^{1,3}

(1. 四川大学工商管理学院 成都 610064; 2. 四川省烟草公司凉山州公司 四川 西昌 615000;

3. 四川大学制造科学与工程学院 成都 610064)

【摘要】研究了当制造过程具有嵌套性和自相关性时的质量控制问题,结合嵌套性和自相关性的特性进行混合建模。提出了新的质量控制方法,即以嵌套控制模型为框架,引入自协方差函数和自相关函数,建立了嵌套自相关控制模型,并给出了控制图的建立步骤。由分析可知,自相关函数值越大,嵌套自相关控制图的控制限越大;当样本容量 n 较小时,自相关性对控制限的影响更突出。应用实例验证了该方法的有效性。

关键词 自相关性; 制造过程; 嵌套性; 质量控制

中图分类号 F406.2

文献标识码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2012.06.027

Quality Control Method of Manufacturing Processes with Nestedness and Auto-Correlation

CHEN Chang-hua¹, YIN Jian-kang², LI Jing-min³, and YAO Jin^{1,3}

(1. School of Business Administration, Sichuan University Chengdu 610064;

2. Sichuan Provincial Tobacco Companies Liangshan Company Xichang Sichuan 615000;

3. School of Manufacturing Science and Engineering, Sichuan University Chengdu 610064)

Abstract This paper discusses the quality control method of nestedness and auto-correlation manufacturing processes. A novel quality control model based on hybrid modeling is presented, which is combined with the characteristics of nestedness and auto-correlation. By taking nested control model as a framework and introducing auto-covariance function and auto-correlation function, the nested auto-correlation control model is established and the steps for the control chart are presented. The analysis of the model shows that the larger the auto-correlation function value is, the greater the control limit of nested auto-correlation control chart is; and the effect of autocorrelation to the control limit is more prominent when the sample size is smaller. Finally, an example is given to demonstrate the effectiveness of the presented approach.

Key words auto-correlation; manufacturing processes; nestedness; quality control

常规控制图的基本假设前提是观测值独立同分布^[1]。然而,当观测值存在嵌套性时违背了观测值同分布的假设,如果仍然采用常规控制图就会产生大量虚发报警。对于具有嵌套性的制造过程,通常采用嵌套控制图^[2]。

嵌套控制技术最早用于解决集成电路(IC)生产过程的质量控制问题,文献[2]建议在元器件生产中应用SPC时,要考虑工艺参数的嵌套性问题;并将嵌套控制图成功应用到半导体元器件生产中。文献[3]结合微波件腔体生产加工过程实际,分析了嵌套控制图在微波件腔体加工过程中的应用情况。然而,按照嵌套分布的概念^[2],批加工生产过程都具有嵌

套性特征,在质量控制时都可利用嵌套控制技术。此外,随着自动化水平的提高,很多批加工生产过程实现了数据自动采集,或者批内样品采用连续生产的方式,导致制造过程还存在自相关性。显然,当观测值存在自相关性时就违背了观测值相互独立的假设^[4]。因此,对于这种同时具有嵌套性和自相关性的制造过程(以下简称嵌套自相关过程),违背了观测值独立同分布的假设,质量控制时忽略其中任何一种特性都会导致错误的结果。

目前,对于嵌套自相关过程的质量控制问题将会采用的质量控制方法如下:先将测量值自相关转化为相互独立,再利用嵌套控制技术进行控制。转

化的方法是通过时间序列模型^[5]或工艺模型^[6]拟合过程, 计算过程的残差作为控制变量, 残差序列相互独立。但该方法由于需要拟合过程模型, 模型参数的精确程度直接关系到控制图的使用效果。本文结合嵌套性和自相关性的特性进行混合建模, 提出了新的质量控制方法, 即以嵌套控制模型为框架, 引入自协方差函数和自相关函数计算测量值的标准偏差, 代入嵌套控制模型求出控制限。

1 嵌套分布及控制模型

设 $\mathbf{X}=\{X_i\}(i=1,2,\dots)$ 是来自于不同批次的相互独立的随机样本数据, $\mathbf{X}\sim N(\mu, \sigma^2)$, μ, σ 未知。如果第*i*组样本服从均值为 $(\mu_d)_i$ 、标准偏差为 σ_d 的正态分布, 其中 $(\mu_d)_i$ 之间不全相等; 由各样本均值组成的随机变量 $\{(\mu_d)_i\}$ 又服从另一个均值为 μ_w 、标准偏差为 σ_w 的正态分布, 即为一阶嵌套的情况。其中, \mathbf{X}_i 为嵌套随机变量, 而不同批次的 \mathbf{X}_i 构成的矢量 $\{\mathbf{X}_i\}(i=1,2,\dots)$ 为一阶嵌套随机矢量, 简称嵌套随机矢量。

1.1 一阶嵌套分布数学模型

假设每个随机变量 \mathbf{X}_i 服从分布 $N[(\mu_d)_i, \sigma_d^2]$ 和每个随机变量的均值 $(\mu_d)_i$ 向量服从分布 $N(\mu_w, \sigma_w^2)$, 代表所有随机变量的随机矢量 \mathbf{X} 的期望和方差分别为:

$$E(\mathbf{X}) = \mu_w \tag{1}$$

$$D(\mathbf{X}) = \sigma_w^2 + \sigma_d^2 \tag{2}$$

由数理统计的基本理论可知, 若从非嵌套随机矢量 $\mathbf{X}\sim N(\mu, \sigma^2)$ 所表示的母体中随机抽取*m*组样本容量为*n*的样本数据, 记为 $x_{ij}(i=1,2,\dots,m; j=1,2,\dots,n)$, 计算其样本均值 \bar{x}_i , 由这些均值构成的随机变量记为 \bar{X} , \bar{X} 服从期望和方差分别为 μ_w 和 $(\sigma_w^2 + \sigma_d^2)/n$ 的正态分布, 有:

$$\bar{X} \sim N(\mu_w, \frac{\sigma_w^2 + \sigma_d^2}{n}) \tag{3}$$

当每个随机变量 \mathbf{X}_i 均遵循同一分布, 即所有 \bar{x}_i 都相等, $\sigma_w^2 = 0$, 则 \bar{X} 服从期望和方差分别为 μ_w 和 σ_d^2/n 的正态分布, 有:

$$\bar{X} \sim N(\mu_w, \frac{\sigma_d^2}{n}) \tag{4}$$

若从嵌套随机矢量 $\{\mathbf{X}_i\}(i=1,2,\dots)$ 的每个随机变量 \mathbf{X}_i 中均各抽取*n*个样本, 记为 $x_{ij}(i=1,2,\dots,m; j=1,2,\dots,n)$, 计算其样本均值 \bar{x}_i , 有 $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m$ 不全相等, 则 \bar{X} 服从期望和方差分别为 μ_w 和 $\sigma_w^2 + \sigma_d^2/n$ 的正态分布, 有:

$$\bar{X} \sim N(\mu_w, \sigma_w^2 + \frac{\sigma_d^2}{n}) \tag{5}$$

1.2 嵌套过程的控制模型

根据上述数学模型的分析, 嵌套过程的样本数据服从如式(5)所示的分布, 因此, 对于呈现一阶嵌套特性的工艺参数, 均值控制图的控制模型^[2]为:

$$\begin{aligned} UCL &= \bar{\bar{X}} + 3\sqrt{\sigma_w^2 + \frac{\sigma_d^2}{n}} \\ CL &= \bar{\bar{X}} \\ LCL &= \bar{\bar{X}} - 3\sqrt{\sigma_w^2 + \frac{\sigma_d^2}{n}} \end{aligned} \tag{6}$$

上述为一阶嵌套分布的控制模型, 对于二阶嵌套等更复杂的情况, 也可得到类似的数学模型。

在式(6)的计算时, 关键在于确定 σ_d 和 σ_w , 通常假定观测值是相互独立的, 采用常规的方法进行计算^[7]。第*i*组样本的均值和方差为:

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ij} \tag{7}$$

$$S_i^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_i)^2 \quad j=1,2,L,n \tag{8}$$

*m*个子组的平均样本均值和平均样本方差分别为:

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \bar{x}_i \tag{9}$$

$$\bar{S}_i^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_i^2 \tag{10}$$

则有 $\sigma_d^2 = \bar{S}_i^2$ 。

样本均值构成的随机变量 \bar{X} 的方差为:

$$\sigma_w^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (\bar{x}_i - \bar{\bar{X}})^2 \tag{11}$$

然而, 对于大多数连续生产过程或已实现数据自动采集的过程都存在自相关性, 嵌套过程也不例外, 如当每一批样本属于连续加工时存在样本数据自相关的特性, 此时采用常规的嵌套控制图会导致错误的结果。

2 嵌套自相关过程的质量控制

常规嵌套控制图只考虑了测量值独立的情况, 但在实际生产过程中, 往往存在测量值自相关的情况。假设每一批加工过程都处于统计控制状态(简称稳态), 当每组样本测量值之间存在自相关性时, 结合式(6), 随机变量 \mathbf{X}_i 的方差不能按常规的方法计算, 必须考虑自相关性对控制限的影响, 测量值自相关条件下的第*i*组样本的标准差记为 $(\hat{\sigma}_d)_i$ 。假设样本之间相互独立, 样本均值构成的随机变量 \bar{X} 的方差仍然由式(11)确定。

当每组测量值之间存在自相关时,此时每组样本的方差 \hat{S}_i^2 发生变化^[1,8],即有:

$$\hat{S}_i^2 = \frac{c_{i0}}{n} \left[1 + 2 \sum_{k=1}^{n-1} \left(1 - \frac{k}{n} \right) r_{ik} \right] \quad i=1,2,L,m \quad (12)$$

式中, c_{i0} 为自协方差 r_{i0} 的估计值; r_{ik} 为自相关函数 ρ_{ik} 的估计值,且有:

$$c_{ik} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n-k} (x_{ij} - \bar{x}_i)(x_{i,j+k} - \bar{x}_i) \quad k=0,1,\dots,K \quad i=1,2,\dots,m \quad (13)$$

$$r_{ik} = \frac{c_{ik}}{c_{i0}} \quad (14)$$

式中, K 一般不超过 $n/4$; \bar{x}_i 由式(7)确定。

在式(12)中,第一个因子 c_{i0} 是由样本容量为 n 的独立随机样本得到的 \bar{x}_i 的标准差,但是由于 x_{ij} 之间自相关的存在,自相关函数值会对 \bar{x}_i 的精度产生严重的影响。

只要测量值是已知的,则可计算出其样本自协方差函数 c_{i0} 和样本自相关函数 r_{ik} ,代入式(12)即可得出 \hat{S}_i^2 , m 个子组的所有测量值的平均样本方差为:

$$\hat{\sigma}_d^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \hat{S}_i^2 \quad (15)$$

则嵌套自相关过程的质量控制模型为:

$$\begin{aligned} \text{UCL} &= \bar{\bar{X}} + 3\sqrt{\sigma_w^2 + \frac{\hat{\sigma}_d^2}{n}} \\ \text{CL} &= \bar{\bar{X}} \\ \text{LCL} &= \bar{\bar{X}} - 3\sqrt{\sigma_w^2 + \frac{\hat{\sigma}_d^2}{n}} \end{aligned} \quad (16)$$

在式(16)中,因子 $\hat{\sigma}_d^2/n$ 是由样本容量为 n 的随机样本的 \bar{x}_i 的方差。在“大样本”情况下,即 $n \rightarrow \infty$, $\hat{\sigma}_d^2/n \rightarrow 0$,表明当样本容量 n 足够大时,样本数据自相关对嵌套自相关控制模型的影响可忽略不计;反之,当样本容量 n 较小时,样本数据自相关对自相关嵌套控制模型的影响相对较显著。样本容量 n 的取值对控制模型的影响还有待于进一步的研究。

比较式(16)和式(6),显然嵌套自相关控制图的控制限大于嵌套控制图的控制限,原因是自相关函数值对样本的标准差影响较大,由式(12)可以看出,自相关函数值越大,标准差越大,嵌套自相关控制图的控制限就越大;当自相关函数值为0时,嵌套自相关控制图与嵌套控制图等价。

控制图的建立步骤为:

- 1) 收集数据,样本内数据具有自相关性;
- 2) 利用式(7)、式(9)分别计算每个样本的均值

\bar{x}_i 和所有测量值的均值 $\bar{\bar{X}}$;

3) 利用式(13)、式(14)计算样本自协方差函数 c_{ik} 和样本自相关函数 r_{ik} ;

4) 将 c_{ik} 和 r_{ik} 代入式(12),即可得出每组样本的标准差 \hat{S}_i ;

5) 将 \hat{S}_i 代入式(15),即可得出所有测量值的标准偏差 $\hat{\sigma}_d$;

6) 利用式(7)计算均值的标准偏差 σ_w ;

7) 将 $\bar{\bar{X}}$ 、 $\hat{\sigma}_d$ 和 σ_w 代入式(16),即可得出嵌套自相关过程的质量控制图的控制限;

8) 绘制控制图。

本文方法的优点是不需要用时间序列模型拟合测量值,只要过程处于平稳状态,利用其自协方差函数和自相关函数,即可计算出嵌套自相关过程的质量控制图的控制界限。

3 实例分析

以半导体封装测试的芯片贴装工序为例,从某半导体封装测试生产线上20个批次中各抽取50个数据组成 20×50 的样本数据集,其特点为:1) 每个批次之间是相互独立的,即20个批次的均值组成的数据集是相互独立的;2) 每个批次内的数据连续自动采集的,即批内数据具有自相关性;3) 从每个批次中各抽取50个样本,满足嵌套性原则“从嵌套随机矢量 $\{X_i\}$ 的每个随机变量 X_i 中均各抽取 n 个样本”,即数据具有嵌套性;4) 抽取的所有数据均在工艺控制范围之内,即过程是平稳的。

以第一组数据为例,该组数据的时间序列图如图1所示,由于该过程围绕 $-37.9 \mu\text{m}$ 上下浮动,可见过程平稳。根据式(7)和式(8)计算芯片的偏移量 X_1 服从分布 $(-37.9, 3.0)$,根据式(9)和式(11)计算样本均值服从的分布为 $(-38.9, 5.1)$ 。可见样本的分布和均值的分布不满足同分布原则,表明过程具有嵌套性。

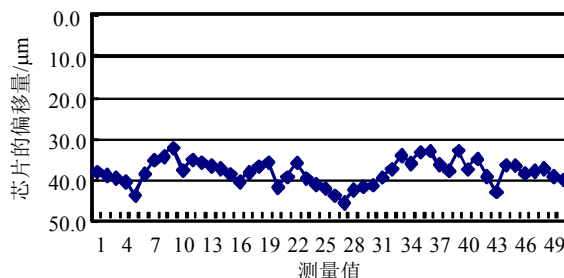
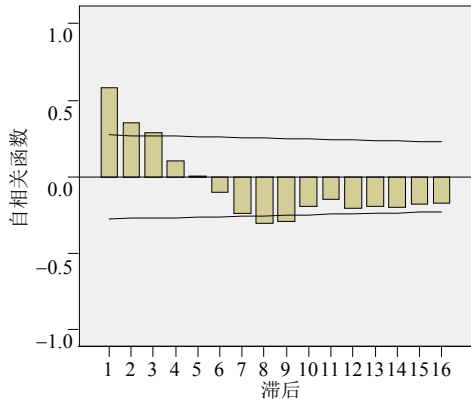
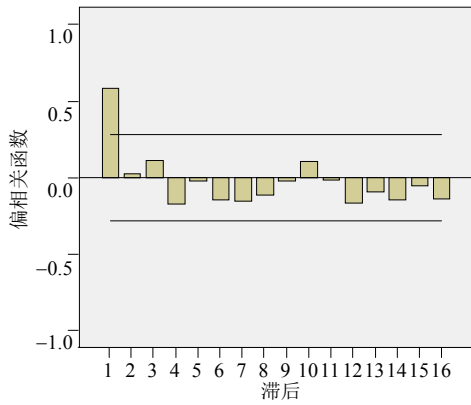


图1 第一组数据的时间序列图

本文利用SPSS软件,得到该组数据的自相关函数和偏相关函数,如图2所示。由图2可知,该组数据存在自相关性。



a. 自相关函数图



b. 偏相关函数图

图2 第一组数据的自相关性分析

由以上分析可知, 芯片贴装过程是典型的自相关嵌套制造过程, 利用本文的方法, 计算结果为:

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^m \bar{x}_i = -38.86$$

$$\sigma_w = \sqrt{\frac{1}{19} \sum_{i=1}^m (\bar{x}_i - \bar{\bar{X}})^2} = 2.25$$

$$\hat{\sigma}_d = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \sqrt{S_i} = 4.88$$

则芯片贴装工序的质量控制图的控制限为:

$$UCL = \bar{\bar{X}} + 3\sqrt{\sigma_w^2 + \frac{\hat{\sigma}_d^2}{n}} = -38.86 + 7.06 = -31.80$$

$$CL = \bar{\bar{X}} = -38.86$$

$$LCL = \bar{\bar{X}} - 3\sqrt{\sigma_w^2 + \frac{\hat{\sigma}_d^2}{n}} = -38.86 - 7.06 = -45.92$$

对于这种嵌套自相关过程, 若采用常规控制图, 或者只考虑嵌套性和自相关性中的一种特性, 都会得到不同的计算结果, 见表1。其中, 只考虑自相关性的控制图采用文献[8]介绍的方法进行计算。图3给出了采用不同方法建立的控制图对芯片贴装过程的质量监控情况。

表1 不同控制方法的控制限

控制方法	σ_w	σ_d	$\hat{\sigma}_d$	控制限		
				UCL	CL	LCL
常规控制图	—	2.83	—	-37.66	-38.86	-40.05
自相关控制图 (只考虑自相关性)	—	—	4.88	-36.79	-38.86	-40.93
嵌套控制图 (只考虑嵌套性)	2.25	2.83	—	-32.00	-38.86	-45.72
自相关嵌套控制图	2.25	—	4.88	-31.80	-38.86	-45.92

结合表1和图3可知:

1) 图3a是假定过程满足独立同分布情况下建立的控制图, 显示有12个点落在界限外, 可见当过程存在自相关性和/或嵌套性时, 采用常规控制图会产生大量的虚发报警。

2) 图3b只考虑了过程存在自相关性的情况, 认为所有芯片偏移量均遵循同一分布, 并利用修正的 \bar{x} 控制图对芯片加工过程进行监控。与常规控制图相比, 虽然控制效果有所提高, 但是由于实际上样本并不是来自同一母体, 不满足同分布假定, 仍然有6个点落在界限外, 其错误之处在于忽略了参数的嵌套性。

3) 图3c只考虑了过程存在嵌套性的情况, 显示所有数据处于受控状态。

4) 图3d同时考虑了过程的嵌套性和自相关性, 计算得到的控制限为[-45.92, -38.10], 显示所有数据处于受控状态。

5) 比较图3b和图3d, 两者都考虑了过程存在自相关性的情况, 但后者考虑了过程的嵌套性, 而前者没有。后者的控制限远大于前者的控制限, 表明嵌套性对控制限的影响非常大, 当过程检测出具有嵌套性时, 在控制图设计时首先比须考虑嵌套性因素, 否则将导致大量虚发报警。

6) 比较图3c和图3d, 两者都考虑了过程存在嵌套性的情况, 但后者考虑了过程的自相关性, 而前者没有。后者的控制限略大于前者的控制限, 均具有较好的控制效果。由表1可知, 自相关嵌套控制图的样本标准偏差 $\hat{\sigma}_d=4.88$, 嵌套控制图的样本标准偏差 $\sigma_d=2.83$, 由于嵌套控制图没有考虑过程的自相关性, 故 $\sigma_d < \hat{\sigma}_d$, 然而由于样本容量为50, 导致因子 $\hat{\sigma}_d^2/n$ 与 σ_d^2/n 差别不大, 从而使图3c与图3d的控制限差别很小, 与模型的理论分析结果一致。当样本容量减少和/或样本内自相关性增强时, 两者的控制限差别会更明显。

7) 比较各控制限的大小, 有嵌套自相关控制图大于嵌套控制图大于自相关控制图大于常规控制

图, 因此, 对于具有自相关性的嵌套过程采用嵌套自相关控制图是最适宜的, 可以有效地避免在受控状况下虚发报警的出现。

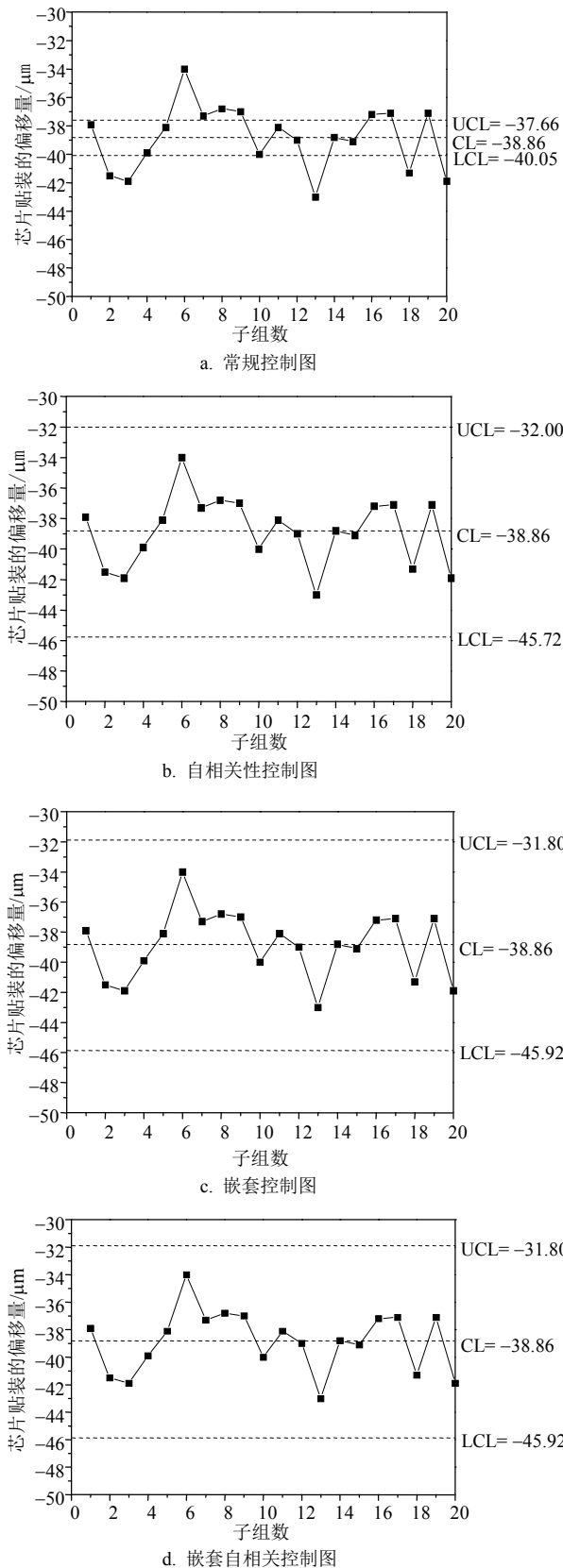


图3 芯片贴装过程不同控制方法的比较

综上所述, 采用嵌套自相关控制模型计算的控制限是最佳的, 可以作为该半导体封装测试的芯片贴装工序的控制用控制图。

为了验证嵌套自相关控制图控制限的有效性, 另从一个批次中抽取50个样本, 设定在第(1,21,22)点出现失控。利用SPSS软件画出该组数据的控制图如图4所示。

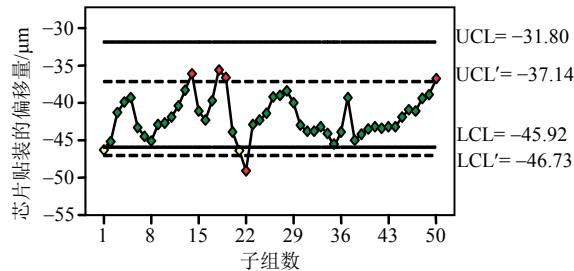


图4 芯片贴装偏移量的控制图

由图4可知, 虚线为采用常规控制图的控制限 [-46.73,-37.14], 实线为采用嵌套自相关控制图的控制限 [-45.92,-38.10]。在常规控制图中, 第(14,18,19,22,50)的5个点超出了控制限。按照生产实际情况, 第(14,18,19,50)的4个点属于正常偏移, 表明常规控制图出现了虚发报警。比较第1、第21两点, 在常规控制图中未出现报警, 而在嵌套自相关控制图出现了报警(与实际情况相符), 表明常规控制图出现了漏报警。从以上分析表明, 嵌套自相关控制图能够准确检出过程失控点(1,21,22), 并且避免虚发报警和漏报警的发生。

4 结论

很多批加工生产过程都具有嵌套性和自相关性的特性, 然而目前都是对其中一种特性进行研究, 忽略了两种特性共同存在时对质量控制的影响。本文以嵌套控制模型为框架, 引入自协方差函数和自相关函数, 提出了嵌套自相关过程的质量控制方法。分析得出, 嵌套自相关控制图的控制限大于嵌套控制图, 且自相关函数值越大, 控制限相差越大; 样本容量 n 较小时, 样本数据自相关对控制限的影响更突出。以半导体封装测试的芯片贴装工序为例, 对常规控制图、自相关过程控制图、嵌套控制图和嵌套自相关控制图进行了比较分析, 以此评价新方法的有效性。结果表明, 对于具有自相关性和嵌套性的制造过程, 嵌套自相关控制图更适宜, 不仅能够准确检出失控点, 而且能够减小虚发报警率和漏报警率。本文的方法可以对实际生产中存在平稳自相

关性和嵌套性的制造过程质量控制提供可靠的参考。未来将进一步探讨样本容量 n 的取值和自相关函数数值对自相关嵌套控制模型的影响, 以及其他新的质量控制方法及其在实际生产中的应用。

参 考 文 献

- [1] BOX G E P, JENKINS G M, REINSEL G C. Time series analysis: forecasting and control[M]. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall/Pearson, 2005.
- [2] 贾新章, 李京苑. 统计过程控制与评价——Cpk、SPC和PPM技术[M]. 北京: 电子工业出版社, 2004.
JIA Xin-zhang, LI Jing-yuan. Statistical process control and evaluation—Cpk, SPC and PPM technology[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2004.
- [3] 高彩云. 嵌套控制图在微波件腔体生产中的应用[J]. 电子质量, 2008(12): 47-49.
GAO Cai-yun. Application of nesting control chart in smicrowave parts cavity machining process[J]. Electronic Technology & Quality Engineering, 2008(12): 47-49.
- [4] 孙静. 自相关过程的残差控制图[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2002, 42(6): 735-738.
SUN Jing. Residual charts for autocorrelated processes[J]. J Tsinghua University (Sci &Tech), 2002, 42(6): 735-738.
- [5] ALWAN L C, ROBERTS H V. Time-series modeling for statistical process control[J]. Journal of Business and Economics Statistics, 1988, 6(1): 87-95.
- [6] 朱慧明, 赵锐. 基于自相关过程的贝叶斯质量控制模型研究[J]. 计算机集成制造系统, 2008, 14(3): 615-618.
ZHU Hui-ming, ZHAO Rui. Bayesian quality control model based on autocorrelation stochastic process[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2008, 14(3): 615-618.
- [7] 张公绪, 孙静. 新编质量管理学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2003.
ZHANG Gong-xu, XUN Jing. New quality management [M]. Beijing: Higher Education Press, 2003.
- [8] 张敏, 何桢. 自相关过程的 \bar{X} 质量控制图[J]. 数理统计与管理, 2007, 26(1): 96-100.
ZHANG Min, HE Zhen. Quality control chart for auto-correlated processes of manufacturing industrials[J]. Application of Statistics and Management, 2007, 26(1): 96-100.

编辑 黄 莘