

TV数值计算的图像去噪

何 坤, 琚生根, 林 涛, 张卫华

(四川大学计算机学院 成都 610065)

【摘要】继承传统TV去噪算法的图像边缘保护性, 弥补平滑区域抑噪不充分的不足, 结合图像的空间梯度和像素梯度, 提出了新的基于TV数值计算的图像去噪算法。该算法分析了图像的空间梯度; 为了抑制噪声对图像平滑区域梯度的影响, 对该区域的空间梯度进行抑制, 克服了传统TV算法对平坦区抑噪不充分, 甚至出现的虚假边缘和阶梯效应; 结合像素梯度分析了图像TV去噪的迭代函数。实验结果表明, 该算法实现了保边去噪且残余噪声较小, 提高了图像的峰值信噪比(PSNR)和视觉效果。

关键词 各向异性; 梯度抑制; 图像去噪; 像素梯度; 空间梯度

中图分类号 TP394.1

文献标志码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2013.03.027

Image Denoising on TV Numerical Computation

HE Kun, JU Sheng-gen, LIN Tao, and ZHANG Wei-hua

(School of Computer Science, Sichuan University Chengdu 610065)

Abstract In order to inherit the traditional TV denoising algorithm of image edge protection, meanwhile, make up for inadequate noise suppression in the smooth area, this paper proposes a new denoising algorithm based on TV numerical calculation by using the spatial gradient and pixel gradient. An analysis is given to the spatial gradient of image, noise suppression of image smooth area, the inhibiting of spatial gradient in the region of interest and the iteration function of TV denoising based on pixel gradient. Experimental results show that the algorithm realizes edge-protection and less residual noise, and improves image peak signal to noise ratio and visual effects.

Key words anisotropic; gradient suppress; image denoising; pixel gradient; spatial gradient

图像在获取、保存及传输过程中不可避免地受到噪声污染。图像结构信息主要表现为边缘及纹理, 但图像边缘和噪声均属于高频信息, 所以噪声极大地影响了边缘检测及结构信息提取。图像分析前必须进行去噪处理, 同时保护边缘纹理信息^[1]。

传统滤波根据噪声和图像的主要内容属于不同频段这一特点, 对图像进行点扩散(如高斯平滑^[2])处理。该类算法对平滑区或边缘均采用各向(切向和法向)同性扩散, 虽对平滑区去噪效果较好, 但同性扩散会导致边缘模糊^[3]。为了保护图像结构信息, 传统方法运用形态学对图像进行非线性处理^[4], 该算法去噪效果取决于形态结构元素^[5], 对黑白图像去噪效果较好。以上及其改进算法^[6-7]均是对图像利用固定核函数(高斯函数或形态结构元素)进行分析处理, 并没有从图像与噪声之间的统计关系出发进行分析处理。假设图像为平稳信号, 根据图像与噪声的统计无关性, 运用Wiener滤波^[8]对信号进行数据驱动型的分析处理, 该方法不需人工干预, 对平稳信号处理效果较好。但是图像的非平稳性不满足Wiener

滤波的前提, 所以残余噪声较大^[9]。

为保护图像的结构信息, 根据图像内容的冗余性, 从图像集中挖掘表征图像结构的统计信息^[10](PC分量)的基空间, 在该空间中分析噪声和图像结构信息的有效表示, 利用图像和噪声的不同分布去除噪声^[11-12]。该方法抑噪能力比滤波强, 但表征结构信息的PC分量与图像集的选择有关^[13], PC分量的个数一般依据结构信息的能量进行选择^[12]。去噪后图像的视觉效果取决于PC分量个数, 若分量个数越多, 结构信息保护越好, 残余噪声越大; 反之结构信息模糊。

为了减少图像的冗余性, 对图像运用核函数进行正交变换(FT,DCT,WT), 在变换域中实现图像主要内容的稀疏表示^[14]。根据图像变换系数的稀疏性及噪声的分布特性, 对噪声图像的变换系数进行阈值抑制, 从而减少图像中的噪声^[15]。若阈值较低, 噪声抑制能力较弱, 图像结构信息保护较好; 反之残余噪声较少, 但边缘存在“Gibbs”现象^[16]。为了克服“Gibbs”现象, 根据变换系数稀疏性的条件,

收稿日期: 2011-06-15; 修回日期: 2012-07-05

基金项目: 教育部留学回国人员启动基金(20091341-11-3)

作者简介: 何坤(1972-), 男, 博士, 副教授, 主要从事图像处理, 模式识别方面的研究。

BM3D^[17]结合图像的非邻域空间和像素邻域^[18]提高变换系数的稀疏性。以上基于变换的去噪算法均运用固定核函数对图像进行稀疏表示,但固定核函数并不能对所有图像实现稀疏表示。

噪声加速了图像像素的变化快慢,所以含噪图像的像素变化比清晰图像快。根据这一特点,传统TV算法^[19]结合去噪目的建立保边去噪模型。该算法假设图像像素点均位于边缘上,所以保边性较好,但是平滑区域仍沿边缘方向扩散,导致平滑区域过度平滑,甚至出现虚假边缘,产生阶梯效应。为了继承TV算法的保边性,同时弥补其平滑区过度平滑的不足,本文结合图像的空间和像素梯度,提出了新的基于TV数值计算的去噪算法。实验结果表明,本文算法不仅继承了传统TV算法的保边性,而且减少了平坦区的残余噪声,并且在一定程度上消除了伪边缘,但对图像中缓慢变化形成的边缘作为噪声而去除。

1 TV去噪的数学模型

去噪是图像分析和理解的开始,边缘是表征图像内容的一个重要特征,所以去除噪声的过程中必须保护边缘。令 $I(\mathbf{x})$ 为原始清晰图像信号, $I^0(\mathbf{x})$ 为被噪声污染的图像信号,即:

$$I^0(\mathbf{x}) = I(\mathbf{x}) + n(\mathbf{x}) \quad (1)$$

式中, $n(\mathbf{x})$ 为零均值方差为 σ^2 的随机噪声,其统计特性为:

$$\begin{cases} E n(\mathbf{x}) = 0 \\ E n^2(\mathbf{x}) = \sigma^2 \end{cases} \quad (2)$$

图像中的噪声分量加剧了像素变化快慢,图像 $I^0(\mathbf{x})$ 的整体梯度比清晰图像大。为了消除噪声并保护图像边缘信息,传统TV算法根据图像像素变化快慢的 l_1 -范数建立目标函数:

$$I(\mathbf{x}) = \arg \min_I \left\{ \iint_{\Omega} |\nabla_x I(\mathbf{x})| d\Omega \right\} \quad (3)$$

噪声统计特性(式(2))导致了目标函数(式(3))最小化的约束:

$$\begin{cases} \iint_{\Omega} I(\mathbf{x}) d\Omega = \iint_{\Omega} I^0(\mathbf{x}) d\Omega = 0 \\ \frac{1}{|\Omega|} \iint_{\Omega} (I(\mathbf{x}) - I^0(\mathbf{x}))^2 d\Omega = \sigma^2 \end{cases} \quad (4)$$

为了求解具有约束条件式(4)的极值,引入拉格朗日乘子 λ ,定义一个新的能量泛函为:

$$F[I(\mathbf{x}), \lambda] = \iint_{\Omega} |\nabla_x I(\mathbf{x})| + \frac{\lambda(I(\mathbf{x}) - I^0(\mathbf{x}))^2}{2} d\Omega \quad (5)$$

运用下降算法分析 $F[I(\mathbf{x}), \lambda]$,对式(5)等号两边 I 求偏导数,使得:

$$\frac{\partial F[I(\mathbf{x}), \lambda]}{\partial I} = 0 \quad (6)$$

得到欧拉-拉格朗日方程为:

$$-\nabla_x \cdot \left(\frac{\nabla_x I}{|\nabla_x I|} \right) + \lambda(I - I^0) = 0 \quad (7)$$

2 TV的梯度计算

从TV算法的目标函数式(3)可知,该算法以减少图像像素变化快慢为目的,以像素变化为变量建立目标函数保护边缘信息。为了克服噪声对像素空间变化快慢的影响,本文运用Sobel边缘检测算子的梯度模板分析空间梯度,并结合四邻域的像素梯度分析图像TV的迭代函数。

2.1 图像的空间梯度

由图像边缘形成的光学原理可知,图像边缘是灰度不连续的结果,本文根据灰度值突变引起图像边缘,运用空间梯度 $|\nabla_x I(\mathbf{x})|$ 描述像素变化快慢:

$$|\nabla_x I(\mathbf{x})| = \sqrt{\left[\frac{\partial I(x, y)}{\partial x} \right]^2 + \left[\frac{\partial I(x, y)}{\partial y} \right]^2} \quad (8)$$

为了抑制噪声对图像空间梯度(式(8))的影响,本文运用Sobel边缘检测算子的梯度模板分析图像空间梯度。该梯度模板具有局部平滑性,在一定程度上抑制了噪声对梯度的影响,其模板为:

$$D_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

图像在水平和竖直方向的梯度分别为:

$$\begin{cases} \frac{\partial I(x, y)}{\partial x} = D_s * I(x, y) \\ \frac{\partial I(x, y)}{\partial y} = D_s^T * I(x, y) \end{cases} \quad (10)$$

清晰图像的平滑区域空间梯度较小,如果受到噪声污染该区域空间梯度增大,为了进一步抑制噪声对该区域梯度的影响,本文对空间梯度采用固定阈值 ρ 对其抑制:

$$|\nabla_x I(\mathbf{x})| = \begin{cases} |\nabla_x I(\mathbf{x})| & |\nabla_x I(\mathbf{x})| > \rho \\ \rho & \text{其他} \end{cases} \quad (11)$$

2.2 图像的像素梯度

本文运用图形 (Ω, E) 表示像素之间的关系,其中 Ω 表示像素点集合, E 表示边缘集合。如果空间相邻的像素点 α 、 β 在同一条边缘,本文记作 $\alpha \sim$

β . 像素点 α 沿边缘 e 的方向梯度定义为:

$$\nabla_e I = \frac{\partial I}{\partial e} \Big|_{\alpha} = I_{\beta} - I_{\alpha} \quad (12)$$

像素梯度定义像素4邻域 Λ 的方向梯度之和。

$I(i, j)$ 像素的像素梯度为:

$$\begin{aligned} \nabla_I I(i, j) &= \sum \nabla_e I(i, j) = \\ &= \sum_{k \in \{-1, 1\}} [I((i+k), j) - I(i, j)] + \\ &= \sum_{l \in \{-1, 1\}} [I(i, (j+l)) - I(i, j)] \end{aligned} \quad (13)$$

3 TV的数值迭代去噪

结合空间梯度(式(8))和像素梯度(式(13))像素点分析 α 及邻域 Λ 的TV去噪(式(7))数值计算为:

$$\sum_{\beta \in \Lambda} \left[\left(\frac{1}{|\nabla_x I|_{\beta}} + \frac{1}{|\nabla_x I|_{\alpha}} \right) (I_{\beta} - I_{\alpha}) \right] = \lambda (I_{\alpha} - I_{\alpha}^0) \quad (14)$$

去噪后像素点 α 的灰度值为:

$$I_{\alpha} = \frac{\sum_{\beta \in \Lambda} \left(\frac{1}{|\nabla_x I|_{\beta}} + \frac{1}{|\nabla_x I|_{\alpha}} \right) I_{\beta} + \lambda I_{\alpha}^0}{\lambda + \sum_{\beta \in \Lambda} \left(\frac{1}{|\nabla_x I|_{\beta}} + \frac{1}{|\nabla_x I|_{\alpha}} \right)} \quad (15)$$

根据图像像素之间的相关性, 从式(15)可知邻域像素 β 对目标像素 α 的权重:

$$h_{\beta} = \frac{\frac{1}{|\nabla_x I|_{\beta}} + \frac{1}{|\nabla_x I|_{\alpha}}}{\lambda + \sum_{\beta \in \Lambda} \left(\frac{1}{|\nabla_x I|_{\beta}} + \frac{1}{|\nabla_x I|_{\alpha}} \right)} \quad (16)$$

目标像素 α 自身权重为:

$$h_{\alpha} = \frac{\lambda}{\lambda + \sum_{\beta \in \Lambda} \left(\frac{1}{|\nabla_x I|_{\beta}} + \frac{1}{|\nabla_x I|_{\alpha}} \right)} \quad (17)$$

噪声图像中包含了关于原始奇异特征和边缘的重要信息, 所以在本文算法中运用了噪声图像 I_{α}^0 的像素值。噪声图像 $I^0(i, j)$ 的第 n 步迭代为:

$$I^{(n)}(i, j) = \sum_{\beta \in \Lambda} h_{\beta}^{(n-1)} I^{(n-1)}(\beta) + h_{\alpha}^{(n-1)} I^0(i, j) \quad (18)$$

从迭代式(18)可以看出, 在每步的循环中都运用了噪声图像 $I^0(i, j)$ 的值, 使得图像中边缘不会随着循环的增加而模糊。当满足:

$$\sum |I^{(n)}(i, j) - I^{(n-1)}(i, j)| \leq 2\% \sum |I^{(n)}(i, j)| \quad (19)$$

停止迭代。

4 实验结果分析

本文结合图像的空间和像素梯度, 提出了新的基于TV数值计算图像去噪。为了抑制传统TV平坦区的伪边缘和噪声对梯度的影响, 对空间梯度进行固定阈值 ρ 抑制, 克服了传统TV算法的不足。对含有高斯噪声的“Lena”图像(PSNR=19.16 dB)运用不同阈值的去噪结果如图1所示, 如果阈值选择较大, 对图像的边缘保护性较差, 平滑区残余噪声较多; 反之, 图像的纹理损失较多, 呈现过度平滑, 甚至出现虚假边缘。去噪后图像的PSNR(dB)与阈值之间的关系如图2所示。

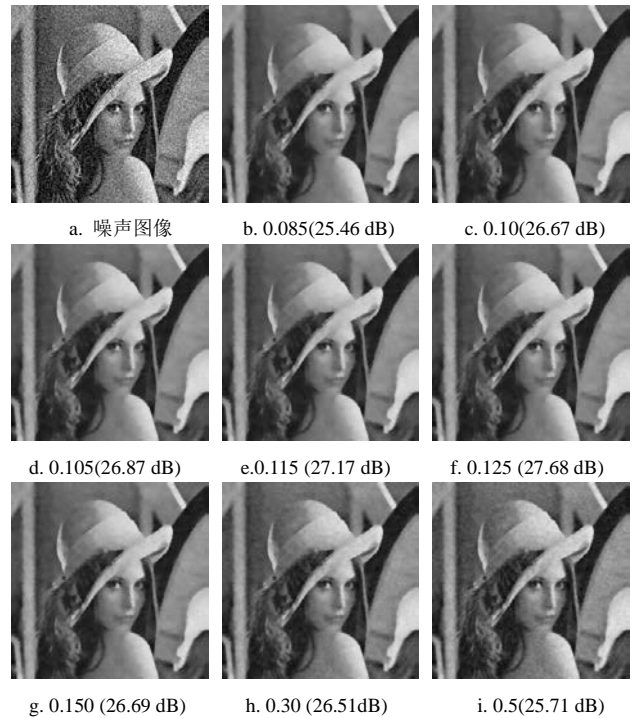


图1 不同 ρ 的去噪结果

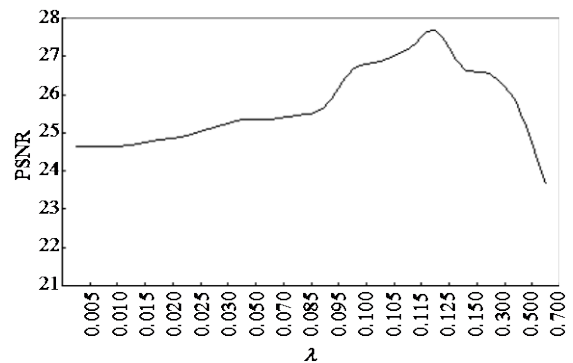


图2 不同阈值的PSNR

为了平衡平滑和保护图像边缘引进参数 λ 。对含有高斯噪声的“peppers”图像(PSNR=15.23 dB)运用不同 λ 处理的结果如图3所示, 当 $\lambda = 1$ 时, PSNR为21.11 dB, 增大参数 λ , 边缘模糊程度减小; 当 $\lambda = 2.5$ 时, PSNR为23.42 dB; 如继续增大, 边缘

保护较好, 但平滑区残余噪声增大使得PSNR降低; 当 $\lambda = 5.0$ 时, PSNR为17.46 dB。从式(16)~式(18)可知, 参数 $\lambda = 0$ 时, $h_o = 0$, 图像过渡平滑以致边缘严重模糊; 相反 $\lambda = \infty$ 时, $h_p = 0$, $h_o = 1$, 恢复的图像满足 $I = I^0$ 。

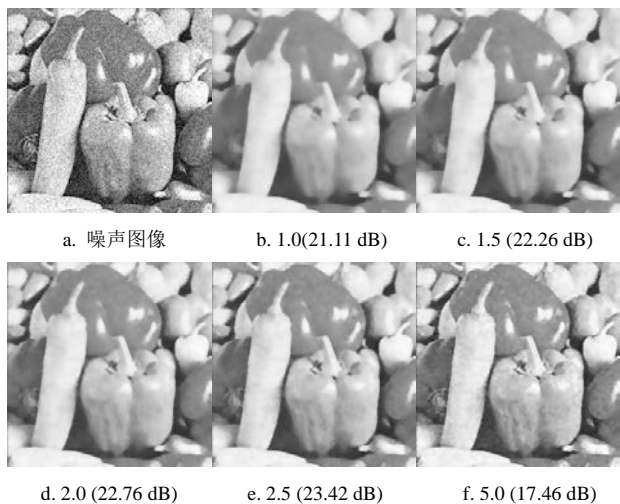


图3 不同 λ 的去噪结果

为了验证本文算法的有效性, 对叠加不同高斯噪声的图像分别运用本文算法($\rho = 0.125$, $\lambda = 2.5$)、基于BM3D的图像去噪算法^[17]、高斯平滑、小波阈值去噪和传统TV^[19]进行去噪处理, 其部分结果如图4所示, 去噪后图像的PSNR如表1所示。从PSNR的角度看, TV算法比BM3D、高斯平滑和小波阈值都高。从视觉效果上看, TV算法具有保边性(如图4b、图4c所示), 而BM3D、高斯平滑和小波阈值等算法存在不同程度的边缘模糊现象(如图4d~图4f所示)。传统的TV算法图像平滑区残余噪声较大, 本文算法在一定程度上弥补其不足, 但对图像中小的纹理误作为噪声而去除造成该区域过度平滑(如图4b中的baboon图像)。

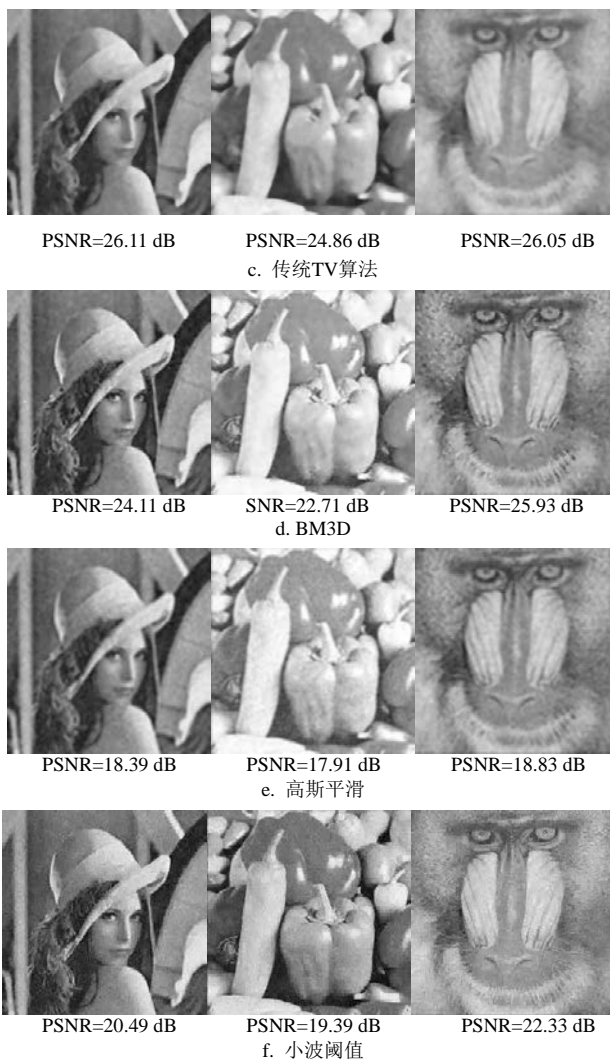
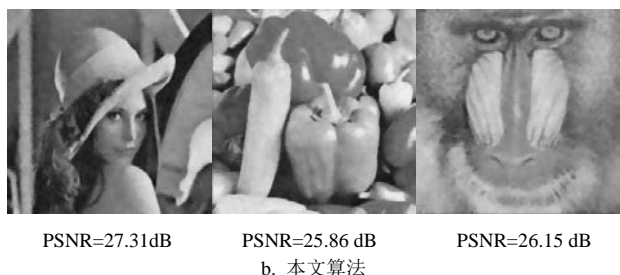
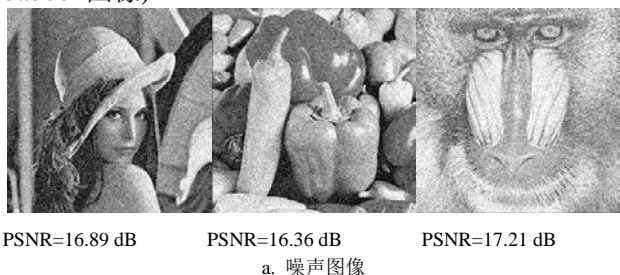


图4 不同算法的比较

表1 不同去噪算法的PSNR

原始图像	含噪图像	本文算法	传统TV	BM3D	高斯平滑	小波阈值
Lena	17.59	28.37	27.14	26.50	19.92	23.07
	15.10	26.93	25.72	23.54	16.84	19.78
	13.34	25.42	23.58	22.67	14.19	17.12
	12.16	23.85	21.38	20.15	12.57	13.96
	11.69	22.82	21.06	20.01	12.21	13.72
peppers	11.95	23.27	22.78	22.03	12.38	14.81
	11.03	22.97	21.91	20.35	12.03	14.31
	9.85	20.76	18.23	17.11	10.64	13.54
	9.16	19.85	18.17	16.82	10.22	13.12
	7.64	16.96	15.01	13.49	8.74	10.43
baboon	18.01	26.35	26.11	26.08	18.92	22.67
	15.02	25.56	25.31	24.32	16.39	18.43
	11.55	20.32	20.82	19.77	15.43	16.97
	10.05	18.01	17.74	16.81	11.23	13.31
	8.15	16.17	15.32	14.37	9.35	11.38

5 结论

传统TV算法假设像素点均位于边缘上建立保边去噪模型, 该算法对图像平坦区域的像素仍沿边缘方向扩散, 导致噪声抑制不充分, 甚至出现虚假边缘。为了继承TV算法的保边性, 同时弥补其不足, 本文结合图像的空间和像素梯度, 提出了新的TV数值计算的

去噪算法。首先分析图像空间梯度;其次对空间梯度进行抑制,在一定程度上克服了传统TV算法的不足;最后根据像素的四邻域计算该像素的像素梯度,进而分析图像TV的迭代函数。实验结果表明,本文算法对图像边缘具有保边性,平坦区残余噪声较小且消除了伪边缘,提高了图像的PSNR和视觉效果。由于对空间梯度进行固定阈值抑制使得图像中小的纹理误作为噪声而去除,造成纹理区域过度平滑。

参 考 文 献

- [1] AL-AMRI S S, KALYANKAR N V, KHAMITKAR S D. A comparative study of removal noise from remote sensing image[J]. International Journal of Computer Science Issues, 2010, 7(1): 32-36.
- [2] HAJIABOL M R. A self-governing fourth-order nonlinear diffusion filter for image noise removal[C]//IPSJ Transactions on Computer Vision and Applications. Japan: IPS, 2010: 94-103.
- [3] RUSSO F. New method for performance evaluation of grayscale image denoising filters[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2010, 17(5): 417-420.
- [4] LUO Qiang, WANG Jun, LUO Li, et al. Research of image denoising based on edge preservation[C]//International Symposium on Intelligent Information Technology Application Workshops. Shanghai: IEEE Press, 2008: 447-450.
- [5] 戴芳, 薛建儒, 郑南宁. 嵌入固有模态函数的各向异性扩散方程用于图像降噪[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(3): 509-513.
DAI Fang, XUE Jian-ru, ZHENG Nan-ning. Embedding intrinsic mode function into anisotropic diffusion equation for image denoising[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2008, 30(3): 509-513.
- [6] STATE L, SARARU C, COCIANU C. New approaches in image compression and noise removal[C]// 2009 First International Conference on Advances in Satellite and Space Communications. Colmar: IEEE Press, 2009: 96-101.
- [7] ABOSHOSHA A, HASSAN M, ASHOUR M, et al. Image denoising based on spatial filters, an analytical study[C]// The 2009 International Conference on Computer Engineering and Systems. Cairo: IEEE Press, 2009: 245-250.
- [8] LI Hong-juang, WU Ming-ni. Image noise reduction using wiener filtering with pseudo-inverse[J]Journal of the International Measurement Confederation. 2010, 43(10): 1649-1655.
- [9] LI Lin, KONG Ling-fu. Image denoising base on non-local means with wiener filtering in wavelet domain[C]//2009 Fifth International Conference on Intelligent Information Hiding and Multimedia Signal Processing. Kyoto: IEEE Press, 2009: 471-474.
- [10] RAZIFAR P, ENGLER H, BLOMQUIST G. Principal component analysis with pre-normalization improves the signal-to-noise ratio and image quality in positron emission tomography studies of amyloid deposits in Alzheimer's disease[J]. Physics in medicine and biology, 2009, 54(11): 359-365.
- [11] COCIANU C, STATE L, VLAMO P. A new adaptive PCA scheme for noise removal in image processing[C]//50th International Symposium ELMAR- 2008. Zadar, Croatia: IEEE Press, 2008: 129-132.
- [12] ZHANG Lei, RASTISLAV L, WU Xiao-lin, et al. PCA-based spatially adaptive denoising of CFA image for single-sensor digital cameras[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2009,18(4): 797-812.
- [13] ANC W, MITA A. Pipeline monitoring using acoustic principal component analysis recognition with the Mel scale [J]. Smart Materials and Structures, 2009, 18(9): 55-64.
- [14] YU Han-cheng, LI Zhao, WANG Hai-xian. Image denoising using trivariate shrinkage filter in the wavelet domain and joint bilateral filter in the spatial domain[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2009, 18(10): 2364-2369.
- [15] WEI H L, BILLINGS S A, ZHAO Y F. An adaptive wavelet neural network for spatio-temporal system identification[J]. Neural Networks, 2010, 10 (23): 1286-1299.
- [16] YANG C H, OLSON B, SI J N. A multiscale correlation of wavelet coefficients approach to spike detection[J]. Neural Computation, 2011,1(23): 215-250.
- [17] DABOV K, FOI A O, EGIAZARIAN K. Image denoising by sparse 3-D transform-domain collaborative filtering[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 8(16): 2080-2095.
- [18] JI Ze-xuan, CHEN Qiang, SUN Quan-sen, et al. A moment-based nonlocal-means algorithm for image denoising[J]. Information Processing Letters, 2009, 109(4): 1238-1244.
- [19] AUBERT G, KORNPROBST P. Mathematical problem in image processing:Partial differential equations and the calculus of variations[M]. New York, USA: Springer, 2009.

编辑 张俊