

求解约束优化问题的混沌类电磁算法

韩丽霞

(中国矿业大学计算机科学与技术学院 江苏 徐州 221116)

【摘要】针对约束优化问题,提出了基于混沌优化的一种新的类电磁机制算法。采用多目标优化的约束处理技术,将约束优化问题转化为无约束的双目标优化模型来求解;对于转化后的新模型,设计粒子的电荷和粒子间的受力公式。同时,为了加快算法的收敛速度,结合混沌优化改进种群中的粒子。采用标准的Benchmark函数对新类电磁机制算法的性能进行了仿真测试,并将测试结果与已有算法的结果进行比较,结果表明,新算法能够快速找到问题的全局最优解或近似最优解,是一种非常有竞争力的优化算法。

关键词 混沌优化; 电荷; 约束优化问题; 类电磁算法

中图分类号 TP3

文献标志码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2014.02.023

Chaos Electromagnetism-Like Algorithm for Constrained Optimization Problems

HAN Li-xia

(School of Computer Science and Technology, China University of Mining & Technology Xuzhou Jiangsu 221116)

Abstract A chaos electromagnetism-like method is proposed for the constrained optimization problems. The multi-objective technique is adopted to transform the constrained problems into unconstrained bi-objective optimization problems for constraints handling. The computation scheme of the charge and the force exerted on the particles were presented for the new model. In order to accelerate the convergence speed, the chaos optimization is incorporated to improve the particles. Simulation results on benchmark problems demonstrate that the proposed algorithm can find the global or approximate optimal solution quickly. Compared with the simulation results of existing algorithms, the new method is a competitive optimization method.

Key words chaos optimization; charge; constrained optimization problem; electromagnetism-like algorithm

在科学研究和工程实践中,经常会遇到带有约束的优化问题,即要求自变量在满足约束条件的情况下目标函数极小化的全局优化问题^[1-5],如分子生物、调度安排、工程设计等领域的许多问题都可以归结为此类问题。传统的方法(如可行方向法、约束集法、梯度法等)大多需要借助问题的梯度信息进行求解,然而现代科学和工程中约束优化问题的复杂性(不可微、非线性、高维、多极小等),使得传统的优化方法对这些问题无能为力。为有效地求解这些约束问题,人们开始研究随机搜索算法^[1-13],该算法具有较强的求解能力,成为近几年来求解约束优化问题的重要工具之一。

类电磁算法(electromagnetism-like method, EM)是文献[6]提出的一种新型的随机全局优化方法,用

于求解无约束优化问题。其思想主要是模拟带电粒子在电磁场中的受力和移动机制,将问题的每个解看成是带有一定电荷的粒子,带电粒子受到来自其他粒子的作用力,在其他粒子施加给它的合力作用下进行移动,更新位置,如此一代代的循环,逐渐逼近问题的全局最优解。类电磁机制算法^[6-13]具有概念简单、收敛速度快、算法结构简单、所需调整参数少的优点,同时,它不依赖于优化问题本身严格的数学性质及目标函数和约束条件的精确数学描述,可以有效求解无约束优化问题。

事实上,求解约束优化问题的难点在于如何处理约束优化问题的约束条件。目前,处理约束条件的代表性方法有基于罚函数的约束处理技术^[1-2]、基于多目标优化技术的约束处理技术^[3-5]以及混合法。

收稿日期: 2012-10-30; 修回日期: 2013-05-12

基金项目: 国家自然科学基金(60873099)

作者简介: 韩丽霞(1980-),女,博士,主要从事进化计算等方面的研究。

本文应用类电磁机制算法求解约束优化问题, 采用多目标优化的约束处理技术, 将粒子的违反度作为第二个待优化问题, 从而将约束优化问题转化为双目标无约束优化问题进行求解。对于新的双目标模型, 提出了粒子的电荷和新的选择策略, 设计了粒子间作用力的计算公式, 其作用力的大小与粒子电荷、粒子之间的距离有关; 通过矢量叠加计算粒子所受的合力, 为粒子下一步的移动找到方向。对标准benchmark函数的仿真实验结果表明, 新算法具有求解性能好、稳定的特点, 是求解约束优化问题的一种有效算法。

1 多目标优化模型

不失一般性, 考虑如下的约束优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{x \in S} \quad & f(x) \\ \text{s.t.} \quad & g_i(x) \leq 0 \quad i=1,2,\dots,l \\ & h_j(x) = 0 \quad j=1,2,\dots,m \end{aligned} \quad (1)$$

式中, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n$ 为决策变量; $f: R^n \rightarrow R$ 为目标函数; $g_i(x)(i=1 \sim l)$ 和 $h_j(x)(j=1 \sim m)$ 分别为不等式约束和等式约束; $S = \{x \in R^n | l \leq x \leq u\}$ 为约束优化问题的搜索空间。约束优化问题是在自变量满足约束条件的情况下目标函数极值的全局优化问题。对约束优化问题式(1), 令:

$$V = (\max\{0, g_1(x)\}, \max\{0, g_2(x)\}, \dots, \max\{0, g_l(x)\}, |h_1(x)|, |h_2(x)|, \dots, |h_m(x)|)$$

则定义粒子(解) x 的违反度为:

$$p(x) = \|v(x)\|_2 \quad (2)$$

显然, 满足所有约束条件的可行解的违反度 $p(x) = 0$ 。据此定义, 约束优化问题式(1)是从搜索空间 S 中找到约束违反度为0, 且目标函数极小化的优化问题。因此, 约束优化问题可以转化为同时优化目标函数和违反度的双目标优化问题进行求解:

$$\min_{x \in S} (f(x), p(x)) \quad (3)$$

对于新的双目标优化模型式(3), $p(x) \geq 0$, 并且当且仅当 $p(x) = 0$ 时, 此时的解 x 是约束优化问题式(1)的可行解(即满足所有的约束条件)。对第一个目标函数 $f(x)$ 进行优化, 可以使得约束优化问题式(1)的目标函数值减小; 对第二个目标函数 $p(x)$ 进行优化, 可以搜索到问题的可行解。对两个目标函数同时进行优化能够搜索到满足所有约束条件且使目标函数极小化的解, 即约束优化问题式(1)的全局最优解。对双目标优化问题式(3), 引入Pareto优于的定义。

一个向量 x 称为Pareto优于 y , 也称为 x 支配 y (记为 $x < y$), 当且仅当满足如下的条件之一:

- 1) $f(x) \leq f(y)$, 且 $p(x) < p(y)$;
- 2) $f(x) < f(y)$, 且 $p(x) \leq p(y)$ 。

2 类电磁算法

文献[6]提出的标准类电磁机制算法由4个基本步骤组成, 即初始化、局部搜索、计算合力以及移动粒子, 用于求解无约束的单目标优化问题。为了求解双目标优化问题式(3), 提出了改进的类电磁机制算法。

2.1 选择策略

求解约束优化问题式(1)是使双目标优化问题式(3)中 $p(x) = 0$, 且目标函数 $f(x)$ 极小的全局最优解。因此, 对双目标优化问题式(3), 采用如下的选择策略。

对于任意的两个粒子 $x^i \in S$ 和 $x^j \in S$:

- 1) 若 $x^i < x^j$, 则粒子 x^i 更优; 若 $x^j < x^i$, 则粒子 x^j 更优; 2) 否则, 约束违反度 $p(x)$ 较小的粒子更优。

显然, 基于Pareto优于的定义选择粒子, 有利于引导粒子向目标函数 $f(x)$ 最小的可行解逼近。特殊的是, 当两个粒子违反度均为0时, 即是引导粒子逼近约束优化问题式(1)的全局最优解; 对于互不支配的粒子, 该选择策略选择违反更小的粒子更优, 这样有利于引导搜索逼近约束优化问题的可行解。事实上, 该选择策略默认约束优化问题式(1)的可行粒子总是优于不可行粒子, 违反度小的粒子总是优于违反度大的粒子。

2.2 粒子的电荷与作用力的计算

应用类电磁算法求解双目标优化问题式(3)的困难是粒子电荷和作用力的计算。对双目标优化问题, 提出了新的电荷计算公式:

$$q(x^i) = \frac{f_{\max} - f(x^i)}{f_{\max} - f_{\min}} + \frac{p_{\max} - p(x^i)}{p_{\max}} \quad (4)$$

式中, f_{\max} 和 f_{\min} 是种群中粒子目标函数 $f(x)$ 的最大值和最小值; p_{\max} 是种群粒子违反度的最大值。

由式(4)可以看出, 对种群中的任意粒子 $x \in S$, 其电荷满足 $0 \leq q(x) \leq 2$ 。对约束优化问题的可行

粒子 $x \in S$, 其电荷为 $q(x) = \frac{f_{\max} - f(x^i)}{f_{\max} - f_{\min}} + 1$ 。

对双目标优化问题(3), 基于2.1节选择策略提出了粒子的受力公式, 对于任意的两个粒子 $x^i \in S$ 和 $x^j \in S$, 有:

$$F_j^i = \begin{cases} (\mathbf{x}^j - \mathbf{x}^i) \frac{q(\mathbf{x}^i)q(\mathbf{x}^j)}{\|\mathbf{x}^j - \mathbf{x}^i\|^2} & \mathbf{x}^j < \mathbf{x}^i \\ (\mathbf{x}^i - \mathbf{x}^j) \frac{q(\mathbf{x}^i)q(\mathbf{x}^j)}{\|\mathbf{x}^j - \mathbf{x}^i\|^2} & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

由式(5)可以看出,当粒子 \mathbf{x}^j 优于粒子 \mathbf{x}^i (基于2.2节选择策略)时,粒子 \mathbf{x}^j 对粒子 \mathbf{x}^i 的作用力为吸引力,作用力方向为 $\overline{\mathbf{x}^i \mathbf{x}^j}$;反之,则粒子 \mathbf{x}^j 对粒子 \mathbf{x}^i 的作用力为排斥力,作用力方向为 $\overline{\mathbf{x}^j \mathbf{x}^i}$ 。此外,根据式(5)确定的两粒子的作用力大小与两粒子的电荷成正比,与粒子之间的距离成反比。这样有助于类电磁算法找到多个局部极小解,有效地避免粒子聚集到某一粒子的周围,产生早熟收敛。

将种群中其余 $(N-1)$ 个粒子对 \mathbf{x}^i 的作用力进行矢量叠加,就得到了粒子 \mathbf{x}^i 在种群中所受的合力 F^i ,即为粒子 \mathbf{x}^i 下一步的移动找到了一个新的方向。为了保证粒子的可行性,作用在粒子上的合力 F^i 被“规范化”,粒子在其作用下以随机步长移动到一个新的位置:

$$\mathbf{x}^i = \mathbf{x}^i + \lambda \frac{F^i}{\|F^i\|} \cdot \text{RNG} \quad (6)$$

式中, $\lambda \sim U[0,1]$; RNG表示向上边界或下边界移动的可行步长。

2.3 混沌局部搜索

混沌优化策略^[11]是近年来发展的一种新型的优化思想,该类方法利用混沌变量的随机性、遍历性进行优化搜索,因此具有极强的寻优能力。混沌优化的基本思想是采用混沌映射产生混沌变量,把混沌变量投影到优化变量的取值区间,然后利用混沌变量进行搜索。对双目标优化问题式(3),采用经典Logistic混沌映射,即:

$$x_k^{r+1} = \mu x_k^r (1 - x_k^r) \quad x_k \in [0,1] \quad (7)$$

当 $\mu=4$ 时,式(7)处于完全的混沌状态,随机选择 s 个初始值 $x_k^0 \in [0,1]$, $1 \leq k \leq s$,由式(7)迭代得到区间 $[0,1]$ 内遍历的混沌变量序列,通过线性变换 $xm_k = a + bx_k$ 把混沌变量转化到优化问题解空间,通过搜索基于2.2节的偏好选择寻找目标函数的最优解。

3 双目标优化问题的类电磁算法

双目标优化问题的类电磁(bi-objective electromagnetism-like method, BOEM)算法步骤为:

1) 初始化:确定合适的种群规模 N 、最大进化代数 T_{\max} ,从搜索空间 S 中随机产生 N 个粒子作为

初始化种群 $P(0)$,令进化代数 $t=0$ 。

2) 局部搜索:对种群中的粒子进行混沌局部搜索,更新种群。

3) 移动粒子:对种群中的每个粒子计算其所受的合力,粒子在合力作用下,按式(6)移动到新的位置,产生下一代种群 $P(t+1)$,令 $t=t+1$ 。

4) 终止条件:若 $t < T_{\max}$ 或已找到问题的全局最优解,停止;否则,转步骤2)。

4 仿真结果及分析

为了验证算法的有效性,选择了5个较难的benchmark函数进行测试,这些函数分别为g01、g04、g08、g09和g11,表1给出了这些函数维数、函数类型及已知的最优解(global)。

表1 测试函数

函数	n	函数类型	global
g01	13	quadratic	-15
g04	5	quadratic	-30 665.539
g08	2	non-linear	0.095 825
g09	7	non-linear	680.630
g11	2	quadratic	0.75

对每个测试函数,BOEM均独立运行30次,记录了运行中求得的最好解(best)、最差解(worst)、平均解(mean)及其标准方差(SD)。为公平起见,算法终止条件为函数评价最多350 000次。将BOEM对5个函数的运行结果与MOGA^[3]、COMOGA^[4]算法(MOGA和COMOGA也是基于多目标优化的约束处理技术)、FAD^[9]算法的结果进行比较,表2、表3给出了算法的运行结果,表2中“b”表示best,“w”表示worst。

从表2可以看出,在多目标优化的约束处理方法中(MOGA、COMOGA和BOEM),本文提出的BOEM算法可以求得或逼近这5个benchmark函数的全局最优解。与另外一种类电磁算法FAD相比,除了g01,BOEM都求得更好的最好解,对于g01,BOEM求得的最好解为-14.998 104,而FAD求得的最好解为-14.999 805,相差甚小。对g08和g11,BOEM算法在30次运行中均找到了问题已知的最优解,对其余3个benchmark函数,BOEM算法求解的最好解与已知最优解的误差 $\left(\frac{|\text{best} - \text{global}|}{\text{global}}\right)$ 均小于0.03%。由此可见,BOEM可以逼近约束优化问题的全局最优解。表3给出了各算法对5个Benchmark函数30次运行最好解的平均值和方差。由表3可以看出,在4种算

法中, BOEM算法的均值最接近问题的已知最优解, 表现出算法的有效性和稳定性。从方差可以看出, BOEM算法方差总是最小的, 其次是MOGA和FAD, 方差变化最大的是COMOGA算法。由此可知, BOEM算法具有求解性能好、稳定的优点, 是求解约束优化的一种有竞争力的随机优化算法。

表2 各算法对5个函数的运行结果

函数	COMOGA	MOGA	FAD	BOEM
g01	b: -4.806 906	-14.504 487	-14.999 805	-14.998 104
	w: 0.000 0	-13.306 435	-12.500515	-14.993 967
g04	b: -30 483.474	-30 659.8457	-30642.600	-30 665.534 0
	w: -30 389.09	-30 552.6582	-30521.434	-30 665.390 3
g08	b: -0.095 813	-0.095 825	-0.095 825	-0.095 825
	w: -0.093 345	-0.095 825	-0.095 825	-0.095 825
g09	b: 723.854 919	681.324 036	681.777	680.830 4
	w: 995.981 873	700.550 598	701.344	681.099 4
g11	b: 0.749 014	0.749 002	0.749 001	0.750
	w: 0.749 880	0.749 312	0.749 346	0.750

表3 各算法对5个函数的均值和方差

函数	COMOGA	MOGA	FAD	BOEM
g01	mean: -1.203 723	-13.981 660	-14.590 4	-14.995 593
	SD: 1.638 475	0.320 086	0.770 339	0.001 269
g04	mean: -30 397.13	-30 615.247	-30 591.89	-30 665.487
	SD: 37.640510	28.262 409	29.849 753	0.042 276
g08	mean: -0.095 447	-0.095 825	-0.095 825	-0.095 825
	SD: 0.000 499	0.000 000	0.000 000	0.000 000
g09	mean: 873.917 936	686.101 556	689.896	681.043 670
	SD: 68.385 708	4.505 219	5.104 498	0.076 635
g11	mean: 0.749 308	0.749 063	0.749 079	0.750
	SD: 0.000 186	0.018 649	0.000 086	0.000 063

5 结 论

针对约束优化问题, 将粒子的违反度作为第二个优化目标, 采用基于多目标优化的约束处理技术, 将约束优化问题转化为双目标无约束优化问题, 提出了求解该问题的混沌类电磁算法。对标准算例的仿真结果表明新算法是有效的。

本文的研究工作得到了中国矿业大学青年基金(2011QNA29)的支持, 在此表示感谢!

参 考 文 献

- [1] MENG Zhi-qing, JIANG Min. Evolutionary algorithm for zero-one constrained optimization problems based on objective penalty function[C]//Proceeding of the 2010 International Conference on Computational Intelligence and Security. Nanning, China: IEEE, 2010: 132-136.
- [2] COELLO C C A. Treating constraints as objective for single objective evolutionary optimization[J]. Engineering Optimization, 2000(32): 275-308.
- [3] PATRIK D S, NICHOLAS J R. The COMOGA method: constrained optimization by multiobjective genetic algorithms[J]. Control and Cybernetics, 1997(26): 391-412.
- [4] COELLO C C A. Constrained-handling using an evolutionary multiobjective optimization technique[J]. Civil Engineering and Environmental Systems, 2000, 17(3): 319-346.
- [5] AGUIRRE A H, RIONDA S B, CARLOS A, et al. Handling constraints using multiobjective optimization concepts[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2004(59): 1989-2017.
- [6] BIRBIL S I, FANG S C. An electromagnetism-like mechanism for global optimization[J]. Journal of Global Optimization, 2003, 25(3): 263-282.
- [7] ROCHA A M A C, FERNANDES E M G P. A modified electromagnetism-like algorithm based on exploratory moves[C]//Proceeding of the 2nd Conference on Optimization Methods & Software. Prague, Czech Republic: IEEE Computer Society, 2007: 4-7.
- [8] ROCHA A M A C, FERNANDES E M G P. Implementation of the electromagnetism-like algorithm with a constraint-handling technique for engineering optimization problems [C]//Proceeding of the 8th International Conference on Hybrid Intelligent System. Barcelona, Spain: IEEE, 2008: 690-695.
- [9] ROCHA A M A C, FERNANDES E M G P. Feasibility and dominance rules in the electromagnetism-like algorithm for constrained global optimization[J]. Lectures Notes in Computer Science, 2008(5073): 768-783.
- [10] ROCHA A M A C, FERNANDES E M G P. Numerical experiments with a population shrinking strategy within an electromagnetism-like algorithm[J]. International Journal of Mathematics and Computers in Simulation, 2007, 3(1): 238-243.
- [11] ZHANG Jian, WANG Jing. A new parallel chaos optimization algorithm with the number of variable reduced[C]//Proceeding of the 2010 International Conference on Computer Application and System Modeling. Taiyuan, China: IEEE, 2010, 5: 446-449.
- [12] CHOU Y H, CHEN C Y, CHIU C H, et al. Classical and quantum-inspired electromagnetism-like mechanism and its application[J]. Control Theory and Application, 2012, 6(10): 1424-1433.
- [13] ZAREI A, AKBARZADEH T M, GHAREHJANLOO M. An improved electromagnetism-like mechanism for capacitated vehicle routing problem[C]//Proceeding of 2012 2nd International Conference on Computer and Knowledge Engineering. Mashhad, Iran: IEEE, 2012: 139-143.

编辑 漆 蓉