

# 中国乐曲节奏的无标度分析

吴丹<sup>1,2</sup>, 付悦<sup>2</sup>

(1. 北京交通大学计算机学院 北京 海淀区 100044; 2. 电子科技大学神经信息教育部重点实验室 成都 610054)

**【摘要】**音乐节奏通常被认为是很有规律的,而其中突然的变化则给人新奇感。在音乐欣赏中,这种规则与变化的平衡和交替形成了独特的韵律美感。从数理的角度研究这种变化规律是人们一直关心的科学问题。选取4类不同的中国乐曲共123首,包括古曲、流行乐、儿歌以及地方戏曲,应用多窗谱分析对其节奏谱分布进行了计算。结果显示,多数乐曲的标度指数在0.5~1之间,其中古曲的指数最大,在0.8左右,且与其他3类有显著差异。这表明中国音乐的节奏与自然界诸多现象一样,具有无标度性,体现了“天人合一”的思想。

**关键词** 中国乐曲; 分形; 节奏; 无标度

中图分类号 J611

文献标志码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2014.04.001

## The Scale-Free Analysis of the Chinese Musical Rhythm

WU Dan<sup>1,2</sup> and FU Yue<sup>2</sup>

(1. School of Computer and Information Technology, Beijing Jiaotong University Haidian Beijing 100044;

2. Key Laboratory for NeuroInformation of Ministry of Education, University of Electronic Science and Technology of China Chengdu 610054)

**Abstract** The music rhythm is considered very regular, and the unexpected changes give some surprise to the listeners. In music appreciation, the special rhythm aesthetics comes from its balance and altering of the regularity and change. To reveal this rule from mathematic and physic view is a scientific question which is concerned by people. 123 pieces of Chinese music are selected from four kinds, including ancient music, children's songs, popular music and traditional opera; the multitaper spectra analysis is utilized to compute the power spectra of these music pieces. The results show that the scale exponents of most music pieces range from 0.5 to 1, and the ancient music has the largest exponent about 0.8, a significant difference from the other three kinds. The research reveals that the rhythm of Chinese music is scale-free as same as the natural phenomena, representing the theory of "the harmony of human and nature".

**Key words** Chinese music; fractal; rhythm; scale-free

音乐是人类文化的重要组成部分,是一种超时空、跨文化的艺术形式,其起源可以追溯到3万年以前<sup>[1]</sup>。音乐可以抚慰心灵,宣泄情绪,在人们的社会活动中不可或缺。人类的活动,如呼吸、行走等,都包含着音乐性的节律<sup>[2]</sup>。历史上,从古希腊的毕达哥拉斯开始,学者们就试图用数理公式来描述音乐。在中国,音乐的五声调式与阴阳五行紧密相连,被认为是人与自然沟通的桥梁<sup>[3]</sup>。

近年来,从非线性的角度来研究音乐得到了研究者的关注。分形,作为一种描述自然界中的不规则和支离破碎的形状的理论,在音乐的分析中得到了应用。而无标度性(scale-free),也称为标度性质(scaling properties),是复杂系统分形特征的体现。对某个物理量而言,若其频率 $f$ 与功率谱 $S$ 之间满足

$S(f) \propto f^{-\beta}$ , 则当 $\beta > 2$ 时,代表该信号具有长程相关性,可预测性强;当 $\beta < 0.5$ 时,表示其随机性强,不可预测( $\beta = 0$ 时即为白噪声);当 $\beta \approx 1$ 时,表示该信号是标度无关的,此时也称其为 $1/f$ 噪声。研究发现,西方古典音乐的旋律是分形的<sup>[4-5]</sup>,同时音乐的结构也具有分形系统的自相似性<sup>[6]</sup>。同时,西方音乐的音高、音强<sup>[7]</sup>等基本要素也是无标度的。这意味着,这些音乐的音高和音强分布的可预测性是适中的。

一直以来,人们通常认为音乐的节奏是可预测的,因为清晰的节奏感是音乐为人所喜爱的原因之一。但近来的研究表明,西方古典音乐的节奏并非极其规律,而是符合 $1/f$ 分布<sup>[8-9]</sup>,其中贝多芬的作品显示出最高的可预测性,而莫扎特的作品则显示

收稿日期: 2013-01-18; 修回日期: 2013-06-27

基金项目: 国家自然科学基金(81201159); 博士后科学基金(2014M550607)

作者简介: 吴丹(1981-),女,博士,主要从事脑波音乐方面的研究。

了更多的可变性<sup>[9]</sup>。

上述这些对音乐作品的分析, 多是基于西方音乐, 本文选取了几种具有代表性的中国乐曲进行分析。由于中国民族音乐, 尤其是古曲, 具有和西方音乐不同的调式结构以及和声规则<sup>[3]</sup>, 本文的工作旨在揭示中国乐曲在节奏方面的标度性质。

## 1 材料和方法

### 1.1 乐曲选择

中国乐曲共计123首被用于分析计算, 其中古曲19首, 儿歌40首, 流行乐50首, 地方戏曲14首。所有乐曲均来自互联网, 为方便分析, 所有乐曲都为MIDI格式。古曲中选择了《高山流水》《春江花月夜》等代表性曲目, 地方戏曲中主要以越剧和黄梅调为主。为了避免混淆, 流行乐中没有选择摇滚等特殊风格, 以一般的通俗歌曲为主。

### 1.2 节奏信息提取

MIDI文件中存储着乐曲的各种信息, 如每个音符的音高、音强、起始时间、持续时间等, 可被视为数字化的乐谱。对于研究节奏而言, 每个音的起始时间是最重要的信息。在时间轴上, 将每个音发声的时间点设为1, 其他时间点设为0, 可以得到一个二值序列, 如图1所示(古曲《高山流水》的第22、23小节)。这样的节奏信息序列被用于谱分析。每首乐曲都将得到相应的节奏序列。对同一时刻有两个或两个以上音同时发声的情况, 都合并为一个音。MIDI信息的提取, 谱分析以及数据的统计都使用Matlab完成。



图1 节奏序列的提取(取自古曲《高山流水》)

### 1.3 多窗谱分析

乐曲节奏谱的分析采用多窗谱方法(multitaper spectra)<sup>[10]</sup>, 该方法通过加窗的预处理可以使谱估计的变异最小化。对每首乐曲而言, 从MIDI文件中提取的节奏序列是一个向量, 该向量由所有音符的起始时间点构成, 可记为 $\{t_j\}$ ,  $j=1, 2, \dots, N_j$ , 其中 $t_N = T$ 是该乐曲的总时间长度。进行谱估计时, 设使用 $K$ 个窗, 则功率谱为:

$$S(f) = \sum_{k=1}^K S_k(f)$$

其中:

$$S_k(f) = \frac{1}{N} J_k^*(f) J_k(f) = \frac{1}{N} |J_k(f)|^2$$

且

$$J_k(f) = \sum_{j=1}^N h_k(t_j) e^{-i2\pi f t_j} - \frac{N H_k(f)}{T}$$

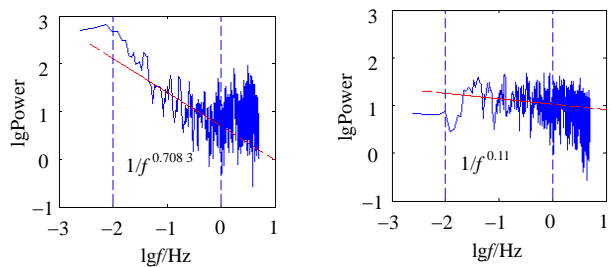
式中,  $h_k(t)$ 代表窗函数,  $H_k(f)$ 是 $h_k(t)$ 的傅里叶变换。该计算方法主要用于处理点过程, 是神经科学中用于分析神经元放电数据的常用方法之一。

计算中, 窗的个数 $K$ 设为3, 采样率为10 Hz<sup>[9]</sup>。除了追求特殊效果的作品, 对于大多数乐曲而言, 每秒钟音的个数不超过10个, 因此采样率设为10 Hz可以满足要求。以古曲《空山鸟语》为例, 整个曲子时长4 min 38 s, 包含9个MIDI轨道, 共有2 466个音, 合并同时发声的音之后是2 048个, 即节奏序列向量的长度为2 048。计算所得的功率谱如图2a所示, 其横坐标是频率, 纵坐标是功率谱值。

### 1.4 标度指数计算

将得到的节奏功率谱放置于双对数坐标中, 对其进行线性拟合。因为功率谱的两端震荡较大, 因此拟合的频率范围是0.01~1 Hz。拟合的直线的斜率 $\beta$ 即为标度指数。对乐曲而言, 0.01 Hz对应的时长是100 s, 本文中所有用于计算的乐曲平均长度为 $(207.63 \pm 138.36)$ s, 可见0.01 Hz以上的结果更为稳定可靠。另一方面, 音乐中的节奏本质上是连续几个音的音长之间的对比关系, 因此需要一定的时间才能体现, 这里选择1 s(1 Hz)作为最小时长。若时间再短, 则很难形成强弱交替的节奏感。

作为对比, 将原节奏序列中, 每个音的持续时间随机重排, 进而得到一个新的伪节奏序列。该新生成的打乱重排的伪节奏序列, 其标度指数也被计算。图2b显示的是将《空山鸟语》的节奏序列打乱后的功率谱及其拟合得到的标度指数。对于每一种类, 原始的标度指数和打乱重排的标度指数进行配对T检验, 以考查对节奏序列的谱分析是否有意义。



a. 原始的音乐

b. 打乱的音乐

图2 标度指数的计算(古曲《空山鸟语》)

## 2 结果

### 2.1 单首乐曲的节奏谱和标度指数

对古曲、儿歌、流行乐和地方戏曲,选择每类代表性的曲目,其节奏谱和拟合的标度指数如图3所示。

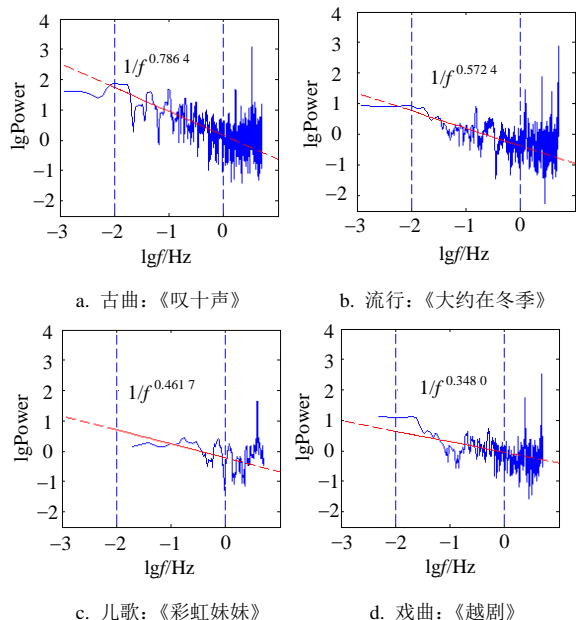


图3 4首代表曲目的节奏谱和标度指数

### 2.2 四类乐曲的标度指数比较

对每一类乐曲的标度指数进行平均,可以得到图4所示结果。其中古曲的标度指数最大,在0.8左右,与其他3类均有显著差异(T检验,  $p < 0.05$ );其次是流行乐、儿歌和戏曲。中国戏曲多为散板,与西方音乐不同,有时并没有明显的强弱拍之分,因此其标度指数更靠近随机的方向。它的指数除了显著小于古曲之外,也显著小于流行乐(T检验,  $p < 0.05$ )。

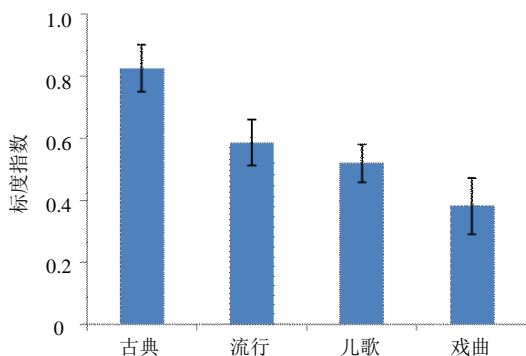


图4 4类中国乐曲的节奏谱标度指数

音乐的节奏包含着丰富的时间信息,作为对比,将每首乐曲的节奏序列打乱,得到相应的标度指数  $\beta_0$ 。表1中列出了4类乐曲原始的与打乱重排以后的乐曲标度指数结果。可以发现,打乱后的  $\beta_0$  更接近

0,都显著小于原始的  $\beta$  值。

表1 4类中国乐曲的节奏功率谱标度指数

类别	原始的 $\beta$	打乱的 $\beta_0$	P值(T检验)
古曲	0.83±0.32	0.17±0.15	0.000
流行	0.59±0.33	0.12±0.11	0.001
儿歌	0.52±0.37	-0.003±0.23	0.003
戏曲	0.38±0.33	0.17±0.21	0.000

## 3 分析和讨论

音乐的美来自可预测和“感到惊奇”这两种状态的微妙平衡,而无标度性恰好可以从数学的角度来描述这种平衡。此前的研究主要针对西方音乐,已发现其音高、音强和节奏都是标度无关的<sup>[4, 7, 9, 11]</sup>,且这种性质可能与音乐的美学评价有关<sup>[7, 12]</sup>。本文以几类典型的中国乐曲为研究对象,发现无标度性在中国乐曲中仍然存在,这说明音乐节奏的这种特性是一种跨文化和跨地域的存在,是一种内在的物理特征。

音乐的节奏常被认为与人类的运动相联系。随着音乐拍手、跳舞是常见的音乐体验。有趣的是,在对人类运动的研究中,行走以及随意的手指敲击,都符合无标度分布<sup>[2]</sup>,正与音乐节奏相呼应。进一步的探索发现,人类的生理信号如脑电(EEG)<sup>[13]</sup>,功能磁共振(fMRI)信号<sup>[14]</sup>等都是无标度的,甚至感觉神经元对  $1/f$  分布的信号都有偏爱性<sup>[15]</sup>。演奏者会自主地倾向于将作品的节奏处理得更加符合这一规律<sup>[16]</sup>。已有研究利用生理信号与音乐的这一共同特性,将EEG和磁共振的BOLD信号转换为音乐,用于监测分析和欣赏<sup>[17-18]</sup>。由此可以看出,音乐节律中的无标度性可能是自然界与人类身心交互的共同体现。

中国古曲表现出最接近理想的标度指数并不奇怪,因为中国传统音乐一方面要求音乐同社会及伦理紧密结合,与人际关系相联系;另一方面中国文化强调音乐应当与自然和谐,与万物相通,“笼天地于心内,和万物于心声”。同时,传统音乐中还有“拍可无定值”的观念,认为每拍的拍值相等会使音乐失去节奏的活力与韵味,这正与前述计算结果一致。真正能与人身心合一的音乐韵律,不是时间精准、固定的循环,而是符合无标度性的震荡。

## 4 结论

不同种类的中国乐曲的节奏与西方音乐一样,都服从标度无关性,其中古曲最接近理想的  $1/f$  分布。无标度性是自然界的普遍规律之一,该结果体

现了中国传统音乐中“天人合一”的哲学思想。

### 参 考 文 献

- [1] PERETZ I. The nature of music from a biological perspective[J]. *Cognition*, 2006, 100(1): 1-32.
- [2] TORRE K, WAGENMAKERS E J. Theories and models for  $1/f(\beta)$  noise in human movement science[J]. *Human Movement Science*, 2009, 28(3): 297-318.
- [3] 杜亚雄, 陈景娥. 中国民族音乐[M]. 杭州: 西泠印社出版社, 2009.  
DU Ya-xiong, CHEN Jing-e. Chinese traditional music[M]. Hangzhou: Xiling Seal Engraver's Society Publishing House, 2009.
- [4] HSU K J, HSU A J. Fractal, geometry of music[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 1990, 87(3): 938-941.
- [5] TELESKA L, LOVALLO M. Revealing competitive behaviours in music by means of the multifractal detrended fluctuation analysis: application to Bach's Sinfonias[J]. *Proceedings of the Royal Society a-Mathematical Physical and Engineering Sciences*, 2011, 467(2134): 3022-3032.
- [6] HSU K J, HSU A J. Self-similarity of the "  $1/f$  noise" called music[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 1991, 88(8): 3507-3509.
- [7] MANARIS B, ROMERO J, MACHADO P, et al. Zipf's law, music classification, and aesthetics[J]. *Computer Music Journal*, 2005, 29(1): 55-69.
- [8] HENNIG H, FLEISCHMANN R, FREDEBOHM A, et al. The Nature and Perception of Fluctuations in Human Musical Rhythms[J]. *PloS one*, 2011, 6(10): e26457.
- [9] LEVITIN D J, CHORDIA P, MENON V. Musical rhythm spectra from Bach to Joplin obey a  $1/f$  power law[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2012, 109(10): 3716-3720.
- [10] MITRAL P, BOKIL H. Observed brain dynamics[M]. New York: Oxford University Press, 2008.
- [11] BROTHERS H J. Intervallic scaling in the Bach Cello suites[J]. *Fractals*, 2009, 17(4): 537-545.
- [12] VOSS R F, CLARKE J.  $1/f$  noise in music and speech[J]. *Nature*, 1975(258): 317-318.
- [13] FREEMAN W J, ZHAI J. Simulated power spectral density (PSD) of background electrocorticogram (ECoG)[J]. *Cognitive Neurodynamics*, 2009, 3(1): 97-103.
- [14] HE B Y J. Scale-free properties of the functional magnetic resonance imaging signal during rest and task[J]. *Journal of Neuroscience*, 2011, 31(39): 13786-13795.
- [15] GARCIA-LAZARO J A, AHMED B, SCHNUPP J W H. Emergence of tuning to natural stimulus statistics along the central auditory pathway[J]. *PloS one*, 2011, 6(8): e22584.
- [16] DAS A, DAS P. Fractal analysis of songs: Performer's preference[J]. *Nonlinear Analysis-Real World Applications*, 2010, 11(3): 1790-1794.
- [17] WU D, LI C, YAO D. Scale-free music of the brain[J]. *PloS one*, 2009, 4(6): e5915.
- [18] LU J, WU D, YANG H, et al. Scale-free brain-wave music from simultaneously EEG and fMRI recordings[J]. *PloS one*, 2012, 7(11): e49773.

编辑 蒋 晓