

# 带孔阵屏蔽腔电磁屏蔽特性的时域有限元分析

聂宝林, 杜平安

(电子科技大学机械电子工程学院 成都 611731)

**【摘要】**为了分析带孔阵屏蔽腔的电磁屏蔽性能,使用变分法推导了适用于内部辐射源情况下屏蔽腔屏蔽分析的时域有限元算法,并将集总电阻加入到时域有限元代码中用于消耗系统的能量和加快其衰减速度。计算了系统的传输功率以及3 m远处的电场值,并和测试结果及商业软件仿真结果进行了对比,结果吻合良好。基于频域结果分析了屏蔽腔不同谐振模式和工作频率对其屏蔽性能的影响。最后,将损耗材料加入屏蔽腔中降低其品质因数和谐振效应,时域有限元算法证明了该方法的有效性。

**关键词** 孔阵; 电磁屏蔽; 有限元法; 谐振; 屏蔽腔

中图分类号 TM15

文献标志码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2014.04.029

## Analyses on the Electromagnetic Shielding Properties of Enclosure with Aperture Array Using Finite-Element Time-Domain Method

NIE Bao-lin and DU Ping-an

(School of Mechatronics Engineering and Industrial Engineering, University of Electronic Science and Technology of China Chengdu 611731)

**Abstract** In order to investigate the electromagnetic shielding performance of enclosure with aperture array, finite-element time-domain (FETD) formulations which are suitable for inner excitation cases are derived by using variation principle. The lumped resistor is incorporated into FETD code to appropriately consume the system energy and accelerate the process of energy decay. Meanwhile, the delivered power and electric field 3 meters away from the enclosure are calculated and compared with the measurement results or commercial software results and they agree well with each other. Moreover, the analysis on the influence of the various resonant modes and the operation frequency on the shielding performance of the enclosures are conducted based on the frequency-domain results. Finally, the lossy material is placed into enclosures to decrease the quality factor and alleviate resonance. The effectiveness of this method is verified by FETD computational results.

**Key words** aperture array; electromagnetic shielding; finite element method; resonance; shielding enclosure

屏蔽腔常被用来减轻电子系统的电磁干扰(electromagnetic interference, EMI)。但由于通风孔阵的存在,必然造成电磁泄漏,从而降低屏蔽腔的屏蔽性能。因此各种解析方法<sup>[1-2]</sup>和数值方法<sup>[3-7]</sup>被用来分析屏蔽腔的电磁屏蔽性能。解析法由于引入的近似,不能用于任意的复杂结构。在各种用于计算电磁屏蔽问题的数值方法中,时域有限元法(finite-element time-domain, FETD)在处理任意几何结构、复杂材料以及宽带激励方面具有特殊的优势<sup>[8]</sup>。

文献[3]应用时域有限差分法研究了内部激励时屏蔽腔的屏蔽性能,但是文中数值方法采用均匀的六面体网格,导致过多的网格。文献[6]使用FETD方法模拟了带孔屏蔽腔外部平面波与内部导线的耦

合,但是分析只针对外部干扰,没有考虑内部激励的情况。文献[7]将质量矩阵合并法加入FETD用于减少求解所需的资源。然而这种方法是显式的,因此其时间步长的选取依赖于最小的有限元网格尺寸。可见在计算具有缝隙和孔阵等精细结构的屏蔽问题时,这种方法是不适合的。

不同于以前文献中的伽略金加权残数法<sup>[6-7]</sup>,本文使用变分法推导获得了适用于内部同轴电缆源激励时的FETD公式,将集总电阻的频域表达式转换为时域并加入到FETD的公式中,对带孔阵屏蔽腔的电磁屏蔽特性进行了计算分析。另外,将损耗材料加入到屏蔽腔中以减小系统的品质因素,并对比分析了其对电磁辐射的影响。

收稿日期: 2013-05-08; 修回日期: 2014-05-21

基金项目: 国家自然科学基金(51175068); 中央高校基本科研业务费(E022050205)

作者简介: 聂宝林(1985-),男,博士生,主要从事电子机械电磁屏蔽特性数值建模与分析方法的研究。

### 1 孔阵屏蔽结构

本文的研究对象采用文献[3]中的结构, 一个模拟计算机机箱的屏蔽腔, 其上是一个含有众多通风孔的孔阵结构, 模型如图1所示。屏蔽腔的内部尺寸为50 cm×20 cm×40 cm, 它由5块0.635 cm厚和一块包含孔阵结构的0.05 cm厚的金属板构成。孔的尺寸为1.5 cm×1.5 cm, 边与边的距离为1.0 cm。孔的总数为14×8。一层厚为1 cm, 电导率σ = 2.27 S/m的损耗材料被放置于紧靠在x=50 cm的屏蔽面处。这层损耗材料可以模拟实际机箱中的印制电路(PCB)板。

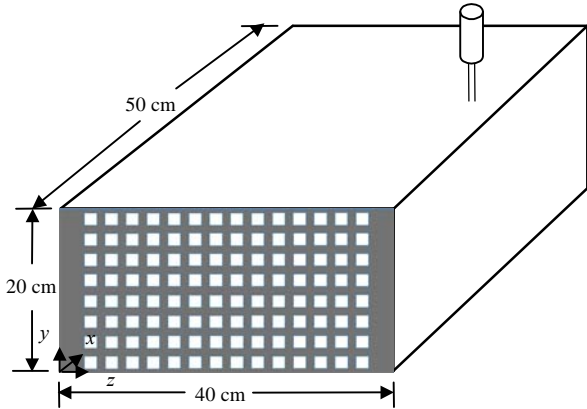


图1 带孔阵屏蔽腔几何结构

屏蔽腔的激励源是特性阻抗为50 Ω、直径为0.16 cm的同轴电缆。同轴线位于x=43 cm、z=33 cm处, 其中心导体与y轴平行。同轴电缆的中心导体延伸至屏蔽腔的另一面与一个47 Ω电阻相连。加电阻的目的是消耗系统的能量, 考察在不同频率下其消耗能量与透过孔阵辐射能量的比重。计算中采用正弦调制的高斯脉冲作为激励信号, 其形式如下:

$$f^{inc}(t) = e^{-\alpha_1^2(f_2-f_1)^2 \left(t - \frac{\alpha_2}{f_2-f_1}\right)^2} \times \cos\left[2\pi \frac{f_1+f_2}{2} \left(t - \frac{\alpha_2}{f_2-f_1}\right)\right] \quad (1)$$

式中,  $f_1$  和  $f_2$  分别为仿真频率段的起始频率和终止频率;  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$  为常数( $\alpha_1 = 1.035$  s,  $\alpha_2 = 2.539$  Hz)。

### 2 屏蔽结构分析的FETD方法

FETD方法是用于在时域求解电磁场边值问题的数值方法。为了正确模拟前面提到的屏蔽问题, 建立波导边界条件(waveguide boundary condition, WBC)<sup>[8]</sup>来模拟波导端口激励, 并使用吸收边界条件(absorbing boundary condition, ABC)截断无限大的求解域<sup>[8]</sup>。该问题的控制方程如下:

$$\nabla \times [\mu^{-1} \nabla \times \mathbf{E}] + \varepsilon \partial_t^2 \mathbf{E} + \sigma \partial_t \mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{J}_i \quad (2)$$

$$\mathbf{n} \times \mathbf{E} = 0 \quad (3)$$

$$\mathbf{n} \times [\mu^{-1} \nabla \times \mathbf{E}] + Y_c \partial_t [\mathbf{n} \times \mathbf{n} \times \mathbf{E}] = 0 \quad (4)$$

$$\mathbf{n} \times (\nabla \times \mathbf{E}) + P(\mathbf{E}) = \mathbf{U}^{inc} \quad (5)$$

式中,

$$P(\mathbf{E}) = -c^{-1} \mathbf{e}_0^{TEM} \iint_{S_p} \mathbf{e}_0^{TEM} \partial_t \mathbf{E} \, dS$$

$$\mathbf{e}_0^{TEM} = \rho [\rho \sqrt{2\pi \ln(b/a)}]^{-1}$$

$$\mathbf{U}^{inc} = \mathbf{n} \times (\nabla \times \mathbf{E}^{inc}) + P(\mathbf{E}^{inc})$$

另ε、μ和σ分别表示媒质的介电常数、磁导率和电导率;  $\mathbf{n}$  表示边界上的法向单位矢量;  $Y_c = \sqrt{\varepsilon/\mu}$  为媒质内导纳;  $c$  表示真空中的光速;  $\mathbf{J}_i$  表示激励电流;  $a$  和  $b$  分别表示同轴电缆的内外半径;  $\rho$  表示同轴电缆径向单位矢量;  $\partial_t$  表示对时间的偏导数。本文只考虑TEM模式,  $\mathbf{E}^{inc}$  具有和  $\mathbf{e}_0^{TEM}$  同样的形式。为方便起见, 在以上的方程中省略了各变量对空间和时间的依赖关系, 实际上它们都是空间和时间的函数。

因为模型中所有材料均为非磁性材料, 应用变分法<sup>[8]</sup>可以证明上面的边值问题对应于以下泛函的驻点:

$$F = 0.5 \iiint_V \{ \mu^{-1} (\nabla \times \mathbf{E})(\nabla \times \mathbf{E}) + \varepsilon \mathbf{E} \partial_t^2 \mathbf{E} \} dV + \iiint_V \{ 0.5 \sigma \mathbf{E} \partial_t \mathbf{E} + \mathbf{E} \partial_t \mathbf{J}_i \} dV + 0.5 \iint_{S_e} \{ Y_c [\mathbf{n} \times \mathbf{E}] \partial_t [\mathbf{n} \times \mathbf{E}] \} dS - 0.5 \mu^{-1} \left( \iint_{S_p} \mathbf{E} P(\mathbf{E}) \, dS - \iint_{S_p} \mathbf{E} \mathbf{U}^{inc} \, dS \right) \quad (6)$$

通过选取一阶矢量基函数  $N_i$ , 可以将求解域内的电场展开为:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_{i=1}^N u_i(t) N_i(\mathbf{r}) \quad (7)$$

式中,  $N$  为系统中未知量个数;  $N_i$  为空间的函数而不是时间的函数。最终根据Newmark-Beta<sup>[8]</sup>方法得到系统的迭代关系:

$$\begin{aligned} \left\{ \Delta t^{-2} \bar{\mathbf{T}} + (2\Delta t)^{-1} \bar{\mathbf{T}}_\sigma + \beta \bar{\mathbf{S}} \right\} u^{n+1} = & \\ \left\{ 2\Delta t^{-2} \bar{\mathbf{T}} - (1-2\beta) \bar{\mathbf{S}} \right\} u^n - & \\ \left\{ \Delta t^{-2} \bar{\mathbf{T}} - (2\Delta t)^{-1} \bar{\mathbf{T}}_\sigma + \beta \bar{\mathbf{S}} \right\} u^{n-1} - & \\ \left[ \beta \mathbf{f}^{n+1} + (1-2\beta) \mathbf{f}^n + \beta \mathbf{f}^{n-1} \right] & \end{aligned} \quad (8)$$

式中,

$$\bar{\mathbf{T}}_\sigma = \bar{\mathbf{R}} + \bar{\mathbf{Q}} + c^{-1} \bar{\mathbf{P}}$$

$$\bar{\mathbf{T}}_y = \iiint_V \varepsilon N_i N_j \, dV$$

$$\begin{aligned}\bar{R}_{ij} &= \iiint_V \sigma N_i N_j dV \\ \bar{Q}_{ij} &= \iint_{S_{\infty}} Y_c [\mathbf{n} \times \mathbf{N}_i][\mathbf{n} \times \mathbf{N}_j] dS \\ \bar{S}_{ij} &= \iiint_V \mu^{-1} [\nabla \times \mathbf{N}_i][\nabla \times \mathbf{N}_j] dV \\ \bar{P}_{ij} &= \mu^{-1} \left( \iint_{S_p} \mathbf{e}_0^{\text{TEM}} \mathbf{N}_i dS \right) \left( \iint_{S_p} \mathbf{e}_0^{\text{TEM}} \mathbf{N}_j dS \right) \\ \mathbf{f}_i &= \iiint_V N_i \partial_t \mathbf{J}_i dV + 2 \left( \iint_{S_p} \mathbf{e}_0^{\text{TEM}} \mathbf{N}_i dS \right) (c\mu)^{-1} \partial_t f^{\text{inc}}\end{aligned}$$

$u$  是时间的函数而不是空间的函数。在本文中,  $\beta$  的值为0.25。文献[9]证明了这种数值格式是稳定的, 这使得能够根据Nyquist采样定理来确定时间步长, 而不是最小的单元尺寸。这对于具有缝隙和孔阵等精细结构的屏蔽仿真至关重要, 因为有限元网格在这些结构附近必须足够小才能具有足够的空间分辨率。

在FETD方法中为了正确模拟电阻, 可以把电阻看成电流源, 电阻上的电压-电流关系如下<sup>[10]</sup>:

$$V_r \mathbf{e} = R \mathbf{I} \Rightarrow \mathbf{I} = R^{-1} V_r \mathbf{e} \quad (9)$$

$$V_r = \int_{\text{edge } k} \mathbf{E} dl = -l_k u_k \quad (10)$$

式中,  $R$  是电阻值;  $\mathbf{e}$  是电阻对应棱边的切向单位矢量;  $l_k$  是第  $k$  条棱边的长。将式(9)和式(10)代入式(8),  $\mathbf{f}_i$  变为:

$$\begin{aligned}\mathbf{f}_i &= \int_{\text{edge } k} N_k \partial_t (R^{-1} V_r \mathbf{e}) dl = \\ &R^{-1} \left( \int_{\text{edge } k} N_k dl \right) \left( \int_{\text{edge } k} \partial_t \mathbf{E} dl \right) \quad (11)\end{aligned}$$

因此, 当电流源被集总电阻代替后, 后者的离散形式为:

$$Y_R = R^{-1} l_k l_k \quad (12)$$

集总电阻的离散形式应出现在最终系统矩阵的对角线处。

### 3 计算设置

#### 3.1 FETD参数配置

为了减小求解域, 吸收边界被放置在距屏蔽腔  $0.5\lambda$  处 ( $\lambda$  对应求解中心频率处的波长), 并具有与屏蔽腔相同的形状。集总电阻被加在同轴电缆中心导体与屏蔽腔壁之间间隙的4条相连的棱边上, 所以每条边分配的电阻值是  $11.75\Omega$ 。在应用迭代求解器求解FETD矩阵时, 时间步长的选取不仅受最大求解频率的限制, 也受求解器收敛性的限制<sup>[11]</sup>。本文中FETD时间步长为  $2 \times 10^{-12}$  s, 时间步数为40 000。使用快速傅里叶变换获得精确的频域结果时, 必须计算更多的时间步数。这使得仿真时间远远超过如今

快速设计所需要的设计周期。为缩短仿真时间, 本文采用Prony方法<sup>[11]</sup>外推得到系统后期的时域响应。

文献[3]采用时域有限差分法的均匀六面体网格离散屏蔽腔的几何结构。但是众所周知, 因为网格和过小的时间步长, 这种均匀的六面体网格不适用于具有精细结构的屏蔽腔。本文采用的FETD方法能使用非结构的四面体网格对屏蔽结构进行网格划分, 可以在同轴电缆和孔阵等细节结构处采用较精细的网格, 而在其他非关键部位采用较粗糙的网格, 孔阵附近的有限元网格如图2所示。

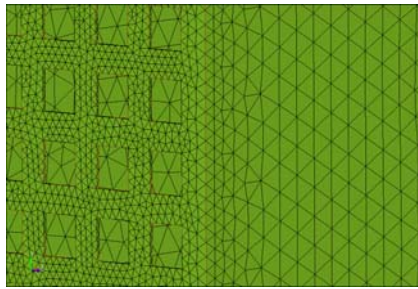


图2 孔阵附近有限元网格

#### 3.2 3 m远电场幅值

有限元方法获得求解域内的电场后, 各种电磁参数均能够计算出来, 屏蔽系统的传输功率为<sup>[12]</sup>:

$$P = |V_s|^2 (8Z_0)^{-1} (1 - |S_{11}|^2) \quad (13)$$

式中,  $V_s$  表示源电压;  $Z_0$  为表示源阻抗。本文中, 源电压为1 V, 源阻抗为  $50\Omega$ , 因此最大传输功率为2.5 mW。散射参数  $S_{11}$  与有限元求出的端口处电场的关系如下<sup>[13]</sup>:

$$S_{11} = \frac{\iint_{S_p} (\mathbf{E} - \mathbf{E}^{\text{inc}}) \mathbf{E}^{\text{inc}} dS}{\iint_{S_p} |\mathbf{E}^{\text{inc}}|^2 dS} \quad (14)$$

根据Huygens原理和远场近似, 在时域中计算3 m远处的电场值<sup>[8]</sup>。首先, 用一个虚拟面  $S_{\text{eq}}$  包围屏蔽腔。本文中, 使用吸收边界表面作为虚拟面。虚拟表面上的电磁流为:

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = -\mathbf{n} \times \mu^{-1} \int_0^t \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, \tau) d\tau \quad (15)$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = -\mathbf{n} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \quad (16)$$

据此便可计算出球坐标下的远场:

$$\begin{cases} \bar{t} = t - c^{-1} \mathbf{k} \mathbf{r} \\ E_r^{\text{far}} = 0 \\ E_\theta^{\text{far}} = -(4\pi r c)^{-1} \partial_t [L_\phi(\mathbf{r}, \bar{t}) + \eta N_\theta(\mathbf{r}, \bar{t})] \\ E_\phi^{\text{far}} = (4\pi r c)^{-1} \partial_t [L_\theta(\mathbf{r}, \bar{t}) - \eta N_\phi(\mathbf{r}, \bar{t})] \end{cases} \quad (17)$$

式中,  $\mathbf{k}$  为波传播方向的单位矢量,  $L(\mathbf{r}, t)$  和  $N(\mathbf{r}, t)$  与电磁流的关系如下:

$$\begin{cases} L(\mathbf{r}, t) = \iint_{S_{eq}} \mathbf{M}(\mathbf{r}', t + c^{-1}\mathbf{r}\mathbf{r}') dS' \\ N(\mathbf{r}, t) = \iint_{S_{eq}} \mathbf{J}(\mathbf{r}', t + c^{-1}\mathbf{r}\mathbf{r}') dS' \end{cases} \quad (18)$$

### 4 计算结果与分析

由于实际机箱内部的电子元器件具有复杂的材料和几何结构, 准确仿真其对机箱屏蔽性能的影响是非常困难的。本文应用损耗性材料模拟电子元器件, 并考察其对机箱屏蔽和谐振性能的影响。因此, 可在带孔阵屏蔽腔中 $x=50$  cm屏蔽面处放置一层厚度为1 cm、电导率 $\sigma = 2.27\text{S/m}$ 的损耗性材料, 以降低屏蔽腔的品质因数和谐振。

分析带孔阵屏蔽腔的屏蔽性能比较困难。因为孔阵结构很复杂, FETD方法需要大量的网格来解析孔阵附近场的剧烈变化。频率范围0.3~1.2 GHz, 离散后最终的有限元未知量数目为873 005。加入损耗材料的带孔屏蔽腔传输功率如图3所示。图中也给出了文献[3]中的测试结果。可以看出, 仿真结果和实验结果吻合良好, 证明了本方法在计算复杂屏蔽腔屏蔽性能方面的有效性和准确性。

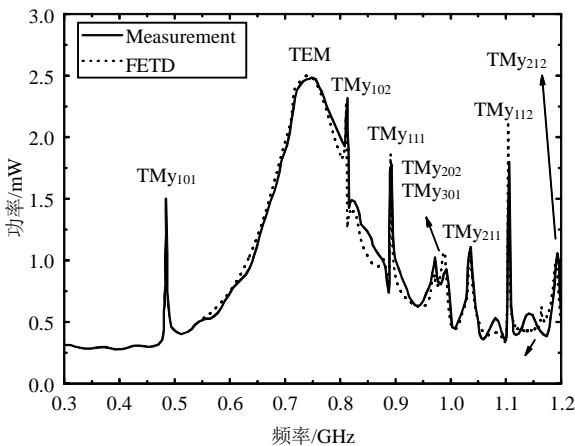


图3 加入损耗材料的带孔阵屏蔽腔传输功率

加入损耗材料的带孔阵屏蔽腔3 m远处的电场幅值如图4所示。作为对比, 图中给出了文献[3]中的实验结果。测试数据有较大的波动性, 图中采用的是其平均值。由于文献[3]中时域有限差分法假设屏蔽腔壁厚为零, 因此在测试3 m远电场时引入了纠正系数, 在实验结果上加了1.9 dB, 所以图中FETD方法计算结果稍低于实验测试数据。但是可看出, 计算和测试获得的谐振点位置几乎相同。

由于同轴电缆沿着 $y$ 轴方向, 导致 $y$ 方向电场被激励而磁场被抑制, 因此屏蔽腔中被激励的模式都是 $\text{TM}_y$ 模式。图3和图4分别给出了每个谐振点对应的谐振模式, 对比两图可看出, 传输功率和3 m远

电场反映的谐振点几乎相同。图3中多一个在0.75 GHz处的 $\text{TEM}$ 模式, 该谐振模式对应同轴电缆的半波长谐振。但从图4中可看出, 这个谐振模式下屏蔽腔并没有太大的辐射。此外, 在所研究的频率范围内,  $\text{TM}_{y301}$ 谐振模式下辐射电场的幅值最大, 达到25 dBmV/m。3 m远电场幅值数据可以和联邦通信委员会(FCC)B级屏蔽限制数据对比, 从而考察屏蔽腔辐射是否超出标准。

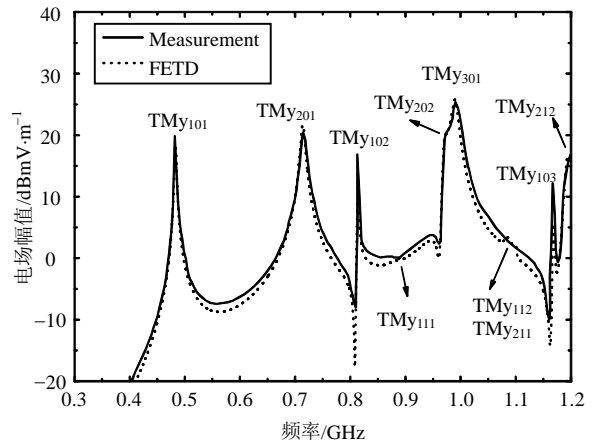


图4 加入损耗材料的带孔阵屏蔽腔3 m远处电场幅值

为了考察损耗材料对屏蔽腔谐振和辐射场的影响, 可以将损耗材料层取出。不加入损耗材料的带孔阵屏蔽腔3 m远处的电场幅值如图5所示。作为对比, 图中给出了基于传输线矩阵(transmission line matrix, TLM)<sup>[14]</sup>的商业软件CST的仿真结果。还给出了每个谐振点所对应的谐振模式。对比图5和图4可看出, 加入损耗材料后,  $\text{TM}_{y202}$ 、 $\text{TM}_{y301}$ 两个谐振点变得更靠近, 以至于图4中几乎只能分辨出 $\text{TM}_{y301}$ 模。对比两图中各个谐振点处电场幅值可知, 损耗性材料在降低屏蔽腔的谐振性能方面的效果是非常显著的。此时,  $\text{TM}_{y301}$ 谐振模式下辐射电场的幅值仍然是最大的, 达到37 dBmV/m。

下面研究更高频率情况下带孔阵屏蔽腔的屏蔽性能。仍采用图1所示的几何模型, 求解频率范围提高到1.2~2.1 GHz。由于频率提高, 有限元必须运用更加精细的网格来解析电磁场的空间变化, 总的未知量增加为1 674 458。FETD方法计算持续40 000个时间步长, 额外的160 000个时间步长的响应采用外推得到。

更高频率下加入损耗材料的带孔阵屏蔽腔3 m远处电场幅值如图6所示, 作为对比CST的仿真结果也在图中给出。从图中可看出, 在高频段, 屏蔽腔的谐振点更加密集, 谐振更加严重。对比图4和图6可看出, 在高频段屏蔽腔外的辐射电场幅度平均值

增大。在1.3 GHz处达到29 dBmV/m。可见,在高频段,带孔阵的屏蔽腔辐射特性增强,电磁干扰变严重。因此,当数字设备时钟频率提高后,更应该仔细设计机箱的结构并考虑适当加入损耗,才能防止辐射干扰超标。

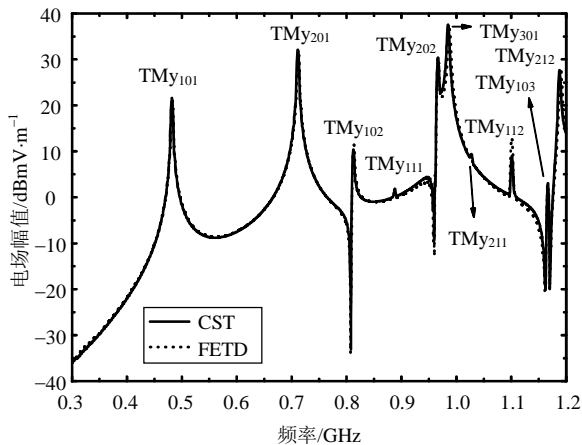


图5 不加入损耗材料的带孔阵屏蔽腔3 m远处电场幅值

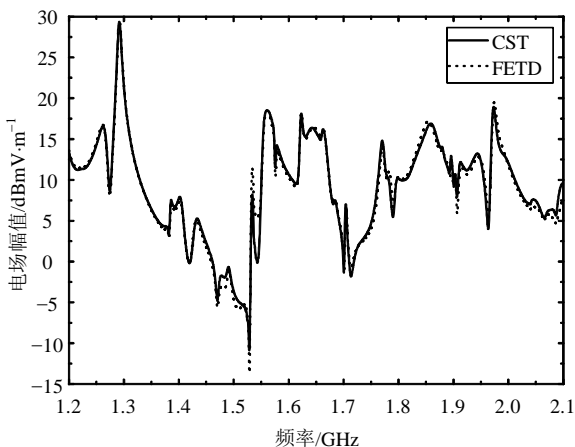


图6 更高频率下加入损耗材料的带孔阵屏蔽腔3 m远处电场幅值

## 5 结论

详细分析了带孔阵屏蔽腔的谐振特性。仿真结果说明损耗材料能够有效降低系统的品质因数和减轻谐振。此外,高频段下屏蔽腔的辐射泄漏更加严重,需要更谨慎地设计才能保证系统的电磁兼容性。

### 参考文献

[1] SHIM J, KAM D G, KWON J H, et al. Circuit modeling and measurement of shielding effectiveness against oblique incident plane wave on apertures in multiple sides of rectangular enclosure[J]. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 2010, 52(3): 566-577.

[2] KONEFAL T, DAWSON J F, MARVIN A C, et al. A fast multiple mode intermediate level circuit model for the prediction of shielding effectiveness of a rectangular box containing a rectangular aperture[J]. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 2005, 47(4): 678-691.

[3] LI Min, NUBEL J, DREWNIAK J L, et al. EMI from airflow aperture arrays in shielding enclosures-experiments, FDTD, and MoM modeling[J]. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 2000, 42(3): 265-275.

[4] NIE Bao-lin, DU Ping-an, YU Ya-ting, et al. Study of the shielding properties of enclosures with apertures at higher frequencies using the transmission-line modeling method[J]. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 2011, 53(1): 73-81.

[5] KHORRAMI M A, DEHKHODAP, MOINI R, et al. Fast shielding effectiveness calculation of metallic enclosures with apertures using a multiresolution method of moments technique[J]. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 2010, 52(1): 230-235.

[6] CARPES W P, PICHON L, RAZEK A. Analysis of the coupling of an incident wave with a wire inside a cavity using an FEM in frequency and time domains[J]. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 2002, 44(3): 470-475.

[7] BENHASSINE S, PICHON L, TABBARA W. An efficient finite-element time-domain method for the analysis of the coupling between wave and shielded enclosure[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2002, 38(2): 709-712.

[8] JIN Jian-ming. *The finite element method in electromagnetics*[M]. 2nd ed. [S.l.]: Wiley-IEEE Press, 2002.

[9] LOU Zheng, JIN Jian-ming. An accurate waveguide port boundary condition for the time-domain finite-element method[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2005, 53(9): 3014-3023.

[10] LEE S H. *Efficient finite element electromagnetic analysis for high-frequency/high-speed circuits and multiconductor transmission lines*[D]. USA, IL: Univ Illinois at Urbana-Champaign, 2009.

[11] KO W L, MITTRA R. A combination of FD-TD and Prony's methods for analyzing microwave integrated circuits[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1991, 39(12): 2176-2181.

[12] POZAR D M. *Microwave engineering*[M]. 3rd ed. New York: Wiley-IEEE Press, 2005: 58-60.

[13] JIN Jian-ming, RILEY D J. *Finite element analysis of antennas and arrays*[M]. [S.l.]: Wiley-IEEE Press, 2009: 162-163.

[14] SCOTT I, KUMAR V, CHRISTOPOULOS C, et al. Integration of behavioral models in the full-field TLM method[J]. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 2012, 54(2): 359-366.