

高铁-普铁的实证双层网络结构与鲁棒性分析

孙晓璇¹, 吴 晔^{2*}, 冯 鑫³, 肖井华¹

(1. 北京邮电大学理学院 北京 海淀区 100876; 2. 北京师范大学新闻传播学院 北京 海淀区 100875;

3. 河北地质大学管理科学与工程学院 石家庄 050031)

【摘要】 双层乃至多层网络的结构与功能研究是近年来复杂网络研究的一个重要方向。该文根据2016年中国列车时刻运行表,提取全国453个高速车站和2 293个普通车站作为研究对象,构建了高铁-普铁交通双层复杂网络,接着对单层高铁网络、单层普铁网络及高铁-普铁双层网络的拓扑静态指标进行分析。最后利用网络的最大连通子图这一指标对这3种铁路网络模型进行可靠性分析,研究发现交通多层复杂网络的可靠性在高速铁路网络和普通铁路网络之间。此研究为双层网络的实证研究提供了新证据,而且有利于交通部门管理和规划交通网络。

关键词 复杂网络; 多层网络; 铁路网络; 可靠性

中图分类号 N949 **文献标志码** A **doi**:10.3969/j.issn.1001-0548.2019.02.024

Structure Characteristics and Robustness Analysis of Multi-Layer Network of High Speed Railway and Ordinary Railway

SUN Xiao-xuan¹, WU Ye^{2*}, FENG Xin³, and XIAO Jing-hua¹

(1. School of Science, Beijing University of Posts and Telecommunications Haidian Beijing 100876;

2. School of Journalism and Communication, Beijing Normal University Haidian Beijing 100875;

3. School of Management Science and Engineering, Hebei GEO University Shijiazhuang 050031)

Abstract The structure and function of multi-layer networks is an important direction of complex network research in recent years. According to the 2016 Chinese train timetable, this paper extracts 453 high speed stations and 2293 lower speed stations as the research object. Based on complex network theory, multi-layer network of high speed railway and ordinary railway is built and the topological properties of higher-speed railway network, lower-speed railway network and multi-layer railway network are analyzed. In the end, using the size of largest component we research the reliability of the three networks, the results imply that the robustness of the multi-layer network is between higher-speed railway network and lower-speed railway network. These results provide new references for the empirical study of multi-layer network and optimizing the traffic network.

Key words complex network; multi-layer network; railway network; robustness

复杂网络是一种将复杂系统表示为网络结构的研究范式^[1]。网络科学近十几年的飞速发展取得了很多可观的研究成果,并且受到了来自不同研究领域学者的广泛关注^[2]。但是,传统的复杂网络研究方式有很大的缺陷,即只包含一种对象类型和关联关系^[3],单个网络中所有的节点和连边均是同质^[4]的,但真实的复杂系统中不管是节点还是连边都存在异质性,如果只用单个网络来描述,将会导致复杂系统的很多重要信息遗失^[5],如社会网络中现实的人际关系网和在线人际关系网之间的复合重叠等。大多数复杂系统中节点的连接关系不只一种,

而这多种联系间又有质的区别,不能叠加,从而就构成了多层网络。因此近年来,复杂网络研究的焦点逐渐开始自单个网络转向多层网络。

和单层网络的研究从研究基本结构特点出发不同的是,针对多层网络的研究是从研究双层网络的鲁棒性开始的。文献[6-7]在相互依赖的多层网络中发现当其中一层的度大的节点与另一层度小的节点之间的依赖概率较大时,网络的鲁棒性会非常弱。另外,关于多层网络上的动力学研究也有很多,如将单个网络中经典的SIR、SIS等传播模型扩展到多层网络中^[8],研究多层网络的信息和疾病的传播等。

收稿日期: 2017-09-11; 修回日期: 2017-12-27

基金项目: 教育部人文社科青年基金(16YJC630022)

作者简介: 孙晓璇(1992-),女,主要从事复杂网络等方面的研究。

通信作者: 吴晔,教授, E-mail:wuye@bupt.edu.cn

为了便于计算和表示多层网络结构,一些科学家开始将传统单层网络的拓扑体系拓展到多层网络中。如文献[9]用向量的形式来求解多层网络的度中心性和接近中心性。

尽管关于多层网络的研究进展已经不少,但关于最基本的多层网络的实证数据却相对比较少。其中具有代表性的有:利用恐怖分子数据构建“相互信任”、“存在交易”、“共同行动”等联系类型的多层网络^[9];航空与铁路网络构成的多层网络、航空与海运航线构成的多层网络等^[10];生物网络中由不同功能组成的多层神经网络等^[11]。

本文根据中国的高速铁路线路和普通铁路线路,构建了高铁-普铁交通双层复杂网络。接着对单层高铁网络、单层普铁网络、高铁-普铁双层网络的节点度、聚集系数等拓扑静态指标进行分析,为多层网络的实证提供了证据。结果表明高铁网络和普铁网络是具有无标度特性的小世界网络,并且高铁网络的无标度性质和集聚性质都要强于普铁网络。最后,分别对这3种网络在随机攻击和蓄意攻击下的可靠性进行了仿真实验分析。实验结果表明,在随机性攻击下,3种网络的可靠性没明显差异;而在蓄意攻击下,交通多层复杂网络的可靠性在高速铁路网络和普通铁路网络之间。其中,高速铁路网络的可靠性最好,普通铁路网络的可靠性最弱。

1 双层网络实证数据

本文使用的数据为截止2016年7月的中国32个省、直辖市、自治区的铁路客运网信息,数据包括:2 669条普通列车线路和2 293个站点,2 072条动车组线路和453个高速铁路站点。利用复杂网络理论构建基于邻接站点的无向复杂网络模型,在拓扑抽象过程中遵循以下规则:1) 将每个列车站点视为复杂网络中的节点,每辆列车经过的相邻两个停靠车站之间连接一条边,如果两个邻接站点A、B间,有一趟线路依次连续经过A、B,那么就可以认为A到B之间有一条边连接;2) 网络处理为无向加权网络;3) 为了避免出现不连通图导致影响实验结果,所以删除了高速列车网和普通列车网网络中一些不连通的站点和线路。最终得到一个包含2 293个站点,9 338条边的普通铁路客运网络和一个包含453个站点,2 788条边的高速铁路客运网络。

本文针对那些既有高速列车又有普通列车通过的站点,根据它们之间的相互关系建立起两层网络。因此,文中的双层网络是最普通、最广泛意义上的

一种多层关联网^[12]。如北京西站既存在于高速铁路网络,又存在于普通铁路网络中,所以可以根据这种共同的站点建立起高速铁路网络和普通铁路网络的一种关联关系。

1.1 双层铁路网络的拓扑表示

单个网络的拓扑性质描述已经非常完善,利用矩阵的方法可以方便地计算各种网络拓扑指标,如:度、聚集系数、网络可靠性等。本文利用一种超邻接矩阵的形式来表示双层铁路网络:

$$D = \begin{bmatrix} & & \dots & \dots & \dots \\ & A_1 & & 1 & \dots \\ & & & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & & \\ \dots & 1 & \dots & A_2 & \\ \dots & \dots & \dots & & \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中, A_1 和 A_2 分别为普通铁路网络邻接矩阵和高速铁路网络邻接矩阵; D 表示由这两个单层网络组成的双层铁路网络。其中,第1~2 293行、1~2 293列表示普通铁路网络,第2 294~2 746行、2 294~2 746列表示高速铁路网络。这两个网络通过公共的站点来建立联系,因此,如果一个站点同时存在于两个网络中,找到它在这两个单层网络中的索引,并在超邻接矩阵的对应位置中把值设为1。因此,超邻接矩阵也是具有对称的性质的,这种表示方法有利于分析双层铁路网络的拓扑性质,尤其是在后面的可靠性分析中会很有用。

1.2 度和强度分布

1.2.1 单层网络的度和强度

度^[13]是研究复杂网络最基本的参数,但是对于铁路网络来说,连接度只考虑了连接本身,并没有考虑站点之间连边上的权重。一个站点连接几个站点,它和每个站点的连边上的权值为站点之间通过的列车线路数,强度^[14]就是和该站点所有连边上的权值之和。一个站点它的强度越大就表示实际的列车线路通行密度越高,该站点的承载和运输能力就越强,这个对应于实际的运输网络中,那些旅客流动密集、换乘集中的车站。它的定义为:

$$s_i = \sum_{j=1}^n w_{ij} \quad (2)$$

假设站点*i*有*n*个邻居,而 w_{ij} 为站点*i*和站点*j*之间的权重值。

首先分别利用 A_1 和 A_2 计算高速铁路网和普通铁路网的度分布,结果如图1所示。

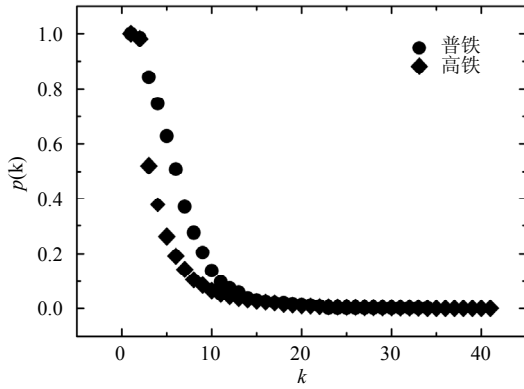


图1 高速铁路网络和普通铁路网络的累积度分布

由图可知, 这两种网络的度分布整体上都是服从幂律分布的, 满足如下关系式:

$$p(k) \propto k^{-\lambda}$$

并且高速铁路网络的无标度特性比普通铁路网络要更明显, 异质性更强, 度小的节点更倾向于连接度比较大的站点。

计算高速铁路网络和普通铁路网络站点的累积强度和累积强度分布的对数, 如图2所示, 因此, 这两个网络的累积强度分布也是服从幂律分布的。

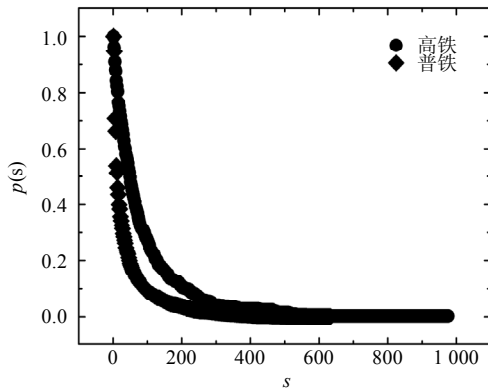


图2 高速铁路网络和普通铁路网络累积强度分布

表1a 高速铁路网络中部分高度值站点及其度值

序号	站名	度值	序号	站名	度值	序号	站名	度值
1	南京南	34	6	长沙	21	11	石家庄	16
2	武汉	22	7	广州南	20	12	上饶	16
3	南昌西	22	8	上海虹桥	19	13	北戴河	15
4	郑州东	22	9	山海关	18	14	徐州东	15
5	杭州东	21	10	汉口	18	15	沈阳北	14

表1b 普通铁路网络中部分高度值站点及其度值

序号	站名	度值	序号	站名	度值	序号	站名	度值
1	北京	41	6	九江	32	11	徐州	26
2	西安	33	7	沈阳	30	12	阜阳	26
3	郑州	33	8	武昌	30	13	天津	25
4	哈尔滨	33	9	鹰潭	28	14	安康	24
5	沈阳北	32	10	北京西	26	15	齐齐哈尔	23

表1将铁路网络中度值最高的15个站点列出。从这些结果可以看到, 度值大的一些站点基本上都集中在省会城市中, 其他主要是一些地理位置优越, 作为交通枢纽的地方。

1.2.2 重叠度

类似于单层复杂网络, 在多层网络中, 也有一些相应的拓扑性质^[15]。在多层网络中, 由于节点不只是存在一层网络中, 因此, 只用一个值来衡量度是不合理的。最普遍的做法是以向量的形式将单一网络中的度中心性拓展到多层网络。比如对于一个具有M层网络的多重网络来说, 节点i的度表示为:

$$k_i = (k_i^{[1]}, k_i^{[2]}, \dots, k_i^{[M]}) \quad (3)$$

式中, $k_i^{[\alpha]}$ 是节点i在 α 层的度值。向量形式的结果不利于网络中节点重要性的量化, 因此要聚合该向量类型的信息, 由此可以定义节点i的重叠度^[16]:

$$o_i = \sum_{\alpha=1}^M k_i^{[\alpha]} \quad (4)$$

即把节点i每一层的度值进行累加, 得到节点i的重叠度。

表2将双层铁路网络中重叠度值最高的15个站点列出。在度值排名前15的站点中, 除了南京南站和西安站分别只属于高速铁路网络和普通铁路网络以外, 其余站点均存在两层网络中。

表2 双层铁路网络中部分高重叠度值站点及其度值

序号	站名	度值	序号	站名	度值	序号	站名	度值
1	北京	47	6	山海关	37	11	天津	34
2	沈阳北	46	7	九江	36	12	汉口	34
3	郑州	46	8	哈尔滨	36	13	北京西	33
4	沈阳	42	9	南昌西	35	14	西安	33
5	武昌	38	10	南京南	34	15	石家庄	32

1.3 聚集系数

经过计算得出, 高速列车网络的平均聚集系数为0.665 3, 从数值来看, 网络还是具有一个比较高的集聚性的, 整个网络联系比较紧密, 并且在453个站点中, 前105个站点的聚集系数都是1。普通列车网络的平均聚集系数为0.378 6, 相比高铁网络来说低很多, 说明普通列车网较为稀疏, 而在它的2 293个站点中, 有439个站点的聚集系数都为1。

考虑到在多层网络中, 同一个节点的邻居是可能存在于不同的网络层中的, 因此, 多层网络中的聚集系数^[17]有了新的定义:

$$c(i) = \frac{2 \sum_{\alpha=1}^M |E_{\alpha}(i)|}{\sum_{\alpha=1}^M |N_{\alpha}(i)| (|N_{\alpha}(i)| - 1)} \quad (5)$$

从形式上看，多层网络的聚集系数的定义类似于传统单层网络，但是在计算上稍有差别。为解释这个定义，首先引入一个变量 $N(i)$ ，它表示节点 i 在所有层的邻居节点的集合，即：

$$N(i) = \bigcup_{\alpha=1}^M n_{\alpha}(i) \quad (6)$$

式中， $n_{\alpha}(i)$ 表示第 α 层网络中节点 i 的邻居节点的集合；而式(5)中的 $N_{\alpha}(i)$ 是 $N(i)$ 和第 α 层网络内所有节点的交集； $|E_{\alpha}(i)|$ 则表示这些交集节点之间实际存在的连边数； $|N_{\alpha}(i)|(|N_{\alpha}(i)|-1)/2$ 代表了这些交集节点之间存在的最大连边数。

本文计算了双层网络的聚集系数，部分结果如表3所示。

表3 单层网络和双层网络下的聚集系数结果对比

站名	高速铁路网络	普通铁路网络	双层铁路网络
北京西	0.714 3	0.203 1	0.203 5
唐山北	0.523 8	0.444 5	0.460 8
沈阳北	0.373 6	0.151 2	0.178 9
唐山	0.607 1	0.285 7	0.345 6
山海关	0.352 9	0.274 9	0.290 1
哈尔滨北	1.000 0	0.400 0	0.482 8
天津	0.416 7	0.180 0	0.189 4
徐州	0.200 0	0.113 8	0.116 3
郑州	0.294 9	0.143 9	0.155 7
九江	0.833 3	0.139 1	0.148 3
济南	0.472 2	0.272 7	0.324 3
广州北	0.900 0	1.000 0	0.937 5

图3显示了站点的聚集系数和连接度之间的关系：

$$c(k) \propto k^{-\alpha}$$

式中， α 的值分别对应于图3中的斜率。聚集系数和连接度的这种关系表明这3种网络都是具有层次结构的^[18]。

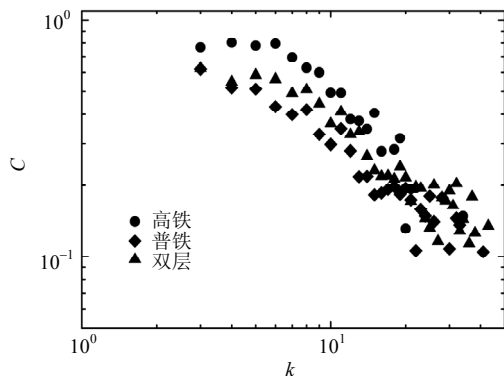


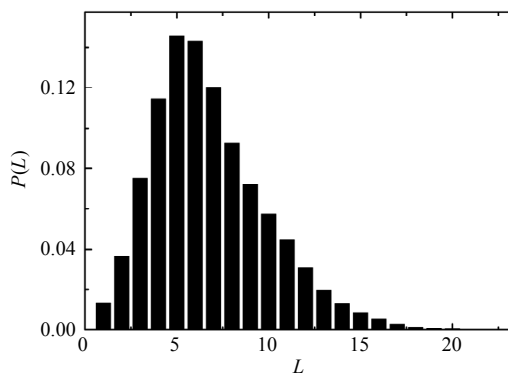
图3 3种网络中站点度和聚集系数的关系

无论是高速铁路网络还是普通铁路网络，在双对数坐标系下，总体趋势表现为度值越低的车站其聚集系数越大，两者呈现近似的线性负相关的特性。在客运网络中，度数较大的站点，它的可达性比较高，这样的站点一般是交通枢纽或是换乘中心，通过它们可以到达中国的不同地区，因此聚集系数会比较低。而对于度小的站点来说，只会连接附近极少个相邻站点，在极小的局部区域内会互通，所以聚集系数会比较大。

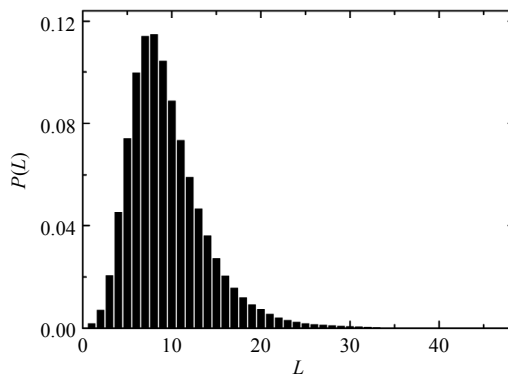
1.4 平均路径长度分布

最短路径 L 表示网络中两个节点之间经历边数最少的一条简单路径，整个网络的平均距离是所有节点对之间最短路径的平均值。在很多的实际网络中，虽然节点数目巨大，但是平均距离却很小，这也就是人们所常说的小世界效应^[19]。在普通列车网和高速列车网中，最短路径表示了任意两个站点之间平均要经过多少个站点，反映了普通铁路网络和高速铁路网络的便利性。

分别用普通铁路网络的邻接矩阵 A_1 、高速铁路网络的邻接矩阵 A_2 和双层铁路网络的矩阵 D 来计算平均路径长度，结果可知，高速铁路网络的平均最短路径是6.8，普通铁路网络的平均最短路径是9.6，双层铁路网络的平均最短路径是9.2，最短路径分布图如图4所示。



a. 高速铁路网络



b. 普通铁路网络

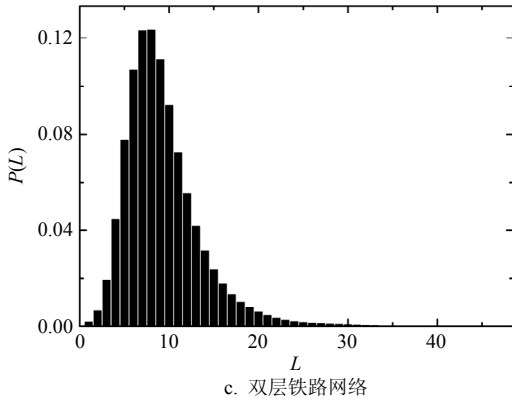


图4 最短路径分布图

由分布图可知, 高速铁路网络大部分地方只需经过5个左右的站点就可以到达, 极个别才需超过15个站点抵达。同样, 对于普通列车网来说, 大部分地方得经过9个左右的站点到达, 极少数需要超过20个站点到达。

2 高速铁路网络和普通铁路网络的可靠性对比分析

一般地, 网络的可靠性可以利用平均路径长度、全局有效性以及网络的规模等指标进行研究, 本文选取最大连通子图的相对大小 S 来分析铁路网络的可靠性。最大连通子图的相对大小 S 是指最大连通子图中的节点数与网络中所有节点数目的比值, 即:

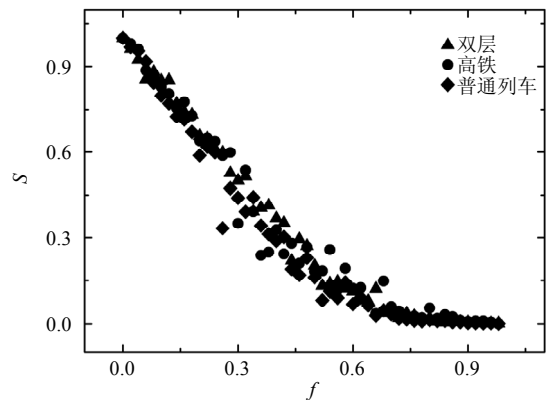
$$S = \frac{N'}{N} \quad (7)$$

式中, N' 表示铁路网络遭到攻击后网络中最大连通子图的节点的数目; N 为没有遭到攻击时铁路网络的节点总数; 比较网络遭到攻击前后的最大连通子图的相对大小 S , 可以直观地反映出网络遭到攻击与破坏的程度。

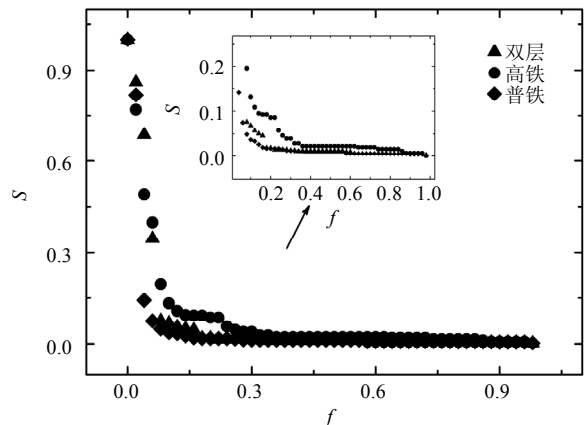
相比普通铁路网来说, 高速铁路网的站点连接度分布更加不均匀, 网络可靠性更低, 聚集系数高于普通铁路网络, 高聚集性一方面又可以增强整个网络的可靠性, 为了比较这两种网络的可靠性差异, 本文对高速铁路网络、普通列车网络和双层铁路网络分别在随机性攻击和蓄意攻击下的可靠性作对比^[20-21]。如图5所示, 横坐标是删除节点的比例 f , 纵坐标是最大连通子图的相对大小 S 。

由图5可知, 在随机性攻击下, 铁路网络的相对连通子图大小与删除节点数目的关系变化曲线都很平缓, 并且3种网络的可靠性变化几乎没有区别, 说明它们对随机性的攻击容错性都比较强, 没有明显差异。而在蓄意攻击下, 3种网络的反应较为剧烈。

对于高速铁路网络, 当删除网络中30%的度值最大的节点时, 网络的最大连通子图的大小变为0, 说明此时高速铁路网络已经完全瘫痪; 而对于普通铁路网络, 只破坏20%的节点就会导致它完全失效。从整体的趋势上来看, 高速铁路网络的可靠性仍然是最高的。但是如果从前3步(即移除节点比例小于0.06时)来看, 双层网络的可靠性均高于其他两个单层网络。这是因为在实验分析中, 移除的节点只是在某一层的连边消失, 它在另一层的连边关系仍然存在, 因此可以通过其他层保证网络一定的连通性。而当移除节点的比例大于0.06时, 双层网络的连通性开始骤降。考虑到此时连接两层网络的节点大部分被移除, 同时, 双层网络的节点数也远大于高铁网络, 因此双层网络的可靠性开始表现得差一些, 但还是基本优于普通列车网络。从放大以后的图来看, 在蓄意攻击下, 当移除节点的比例到达0.1以后, 高速铁路网的可靠性强于普通铁路网络和双层铁路网络。



a. 随机攻击下3种网络最大连通子图大小的变化



b. 蓄意攻击下3种网络最大连通子图大小的变化

图5 3种网络的可靠性对比

3 结束语

本文利用2016年中国铁路时刻表, 构建了高速铁路网络和普通铁路网络的双层复杂网络模型, 基

于复杂网络理论和多层复杂网络理论分析了所构建网络的一些拓扑特性。研究发现,铁路网络是一个具有无标度特性的小世界网络,并且,网络的聚集系数和连接度之间是一个负相关的关系。最后根据最大连通子图的大小这个指标对高速铁路网络、普通铁路网络以及双层铁路网络的可靠性进行了分析。结果发现,在随机性攻击下,3种网络的可靠性基本一致,在蓄意攻击下,双层铁路网络的可靠性处于高速铁路网络和普通铁路网络之间。

本文只是对多层复杂网络的拓扑结构进行了一个初步的实证研究,虽然多层网络是当前网络科学的热点,但尚未形成统一规范的理论体系,因此更多关于网络的拓扑性质在本文中并未涉及。除此之外,网络层级之间的交互和动态行为等方面都应该是今后要深入研究的内容。

本文研究工作得到中国高等教育学会信息化专项(2016XXYB18)的资助,在此表示感谢。

参考文献

- [1] 何大初, 刘宗华, 汪秉宏. 复杂系统与复杂网络[M]. 北京: 高等教育出版社, 2009.
HE Da-ren, LIU Zong-hua, WANG Bing-hong. Complex systems and complex networks[M]. Beijing: Higher Education Press, 2009.
- [2] 周涛, 张子柯, 陈关荣, 等. 复杂网络研究的机遇与挑战[J]. 电子科技大学学报, 2014, 43(1): 1-5.
ZHOU Tao, ZHANG Zi-ke, CHEN Guan-rong, et al. The opportunities and challenges of complex networks research [J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2014, 43(1): 1-5.
- [3] CARDILLO A, ZANIN M, ROMANCE M, et al. Emergence of network features from multiplexity[J]. Scientific Reports, 2012, 3(2): 1344.
- [4] BOCCALETTI S, BIANCONI G, CRIADO R, et al. The structure and dynamics of multilayer networks[J]. Physics Reports, 2014, 544(1): 1-122.
- [5] MIKKO K, ALEXANDRE A, BARTHELEMY M, et al. Multilayer networks[EB/OL]. (2014-03-03). <https://arxiv.org/abs/1309.7233>.
- [6] PARSHANI R, ROZENBLAT C, IETRI D, et al. Inter-similarity between coupled networks[J]. EPL, 2010, 92(6): 68002.
- [7] HU H, HOU D, ZHANG R, et al. Percolation of interdependent networks with inter-similarity[J]. Physical Review E, 2013, 88(5): 052805.
- [8] DICKISON M, HAVLIN S, STANLEY H E. Epidemics on interconnected networks[J]. Physical Review E, 2012, 85(6): 066109.
- [9] BATTISTON F, NICOSIA V, LATORA V. Structural measures for multiplex networks[J]. Physical Review E, 2014, 89(3): 032804.
- [10] KALUZA P, KÖLZSCH A, GASTNER M T, et al. The complex network of global cargo ship movements[J]. Journal of the Royal Society Interface, 2010, 7(48): 1093-1103.
- [11] LI W, LIU C C, ZHANG T, et al. Integrative analysis of many weighted co-expression networks using tensor computation[J]. PLoS Computational Biology, 2011, 7(6): e1001106.
- [12] 张欣. 多层复杂网络理论进展: 概念、理论和数据[J]. 复杂系统与复杂性科学, 2015(2): 103-107.
ZHANG Xin. Multilayer networks science: Concepts, theories and data[J]. Complex Systems and Complexity Science, 2015(2): 103-107.
- [13] 张恺, 马忠军, 李科赞, 等. 朋友关系网络的实证统计研究[J]. 电子科技大学学报, 2014, 43(3): 336-341.
ZHANG Kai, MA Zhong-jun, LI Ke-zan. An empirical statistical investigation on friendship networks[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2014, 43(3): 336-341.
- [14] 郑啸, 陈建平, 邵佳丽. 基于复杂网络理论的北京公交网络拓扑性质分析[J]. 物理学报, 2012, 61(19): 1-11.
ZHENG Xiao, CHEN Jian-ping, SHAO Jia-li. Analysis on topological properties of Beijing urban public transit based on complex network theory[J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(19): 1-11.
- [15] ALETA A, MELONI S, MORENO Y. A multilayer perspective for the analysis of urban transportation systems[J]. Scientific Reports, 2017, 7: 44359.
- [16] CRIADO R, FLORES J, AMO A G D. A mathematical model for networks with structures in the mesoscale[J]. International Journal of Computer Mathematics, 2012, 89(3): 291-309.
- [17] DOMENICO M D, SOLÈRIBALTA A, COZZO E, et al. Mathematical formulation of multi-layer networks[J]. Physical Review X, 2013, 3(4): 4192-4195.
- [18] SOH H, LIM S, ZHANG T, et al. Weighted complex network analysis of travel routes on the Singapore public transportation system[J]. Physica A Statistical Mechanics & Its Applications, 2010, 389(24): 5852-5863.
- [19] 汪小帆. 复杂网络理论及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.
WANG Xiao-fan. Complex network theory and its application[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006.
- [20] ZHAO D W, WANG L H, ZHI Y F, et al. The robustness of multiplex networks under layer node-based attack[J]. Scientific Reports, 2016, 6: 24304.
- [21] HOLME P, KIM B J, YOON C N, et al. Attack vulnerability of complex networks[J]. Physical Review E Statistical Nonlinear & Soft Matter Physics, 2002, 65(5 Pt 2): 056109.