



基于 SEIR 的新冠肺炎传播模型及拐点预测分析

范如国¹, 王奕博^{1*}, 罗明², 张应青³, 朱超平¹

(1. 武汉大学经济与管理学院 武汉 430072; 2. 广西师范大学经济管理学院 广西 桂林 541001;
3. 贵州财经大学管理科学与工程学院 贵阳 550025)

【摘要】 新型冠状病毒肺炎疫情对全国造成了严重影响, 社会经济生活受到了极大干扰。该文基于复杂网络理论建立了带有潜伏期的 COVID-19 流行病 SEIR 动力学模型, 通过设定了 3 种不同病毒潜伏期情景, 依据国家及部分地区疫情数据, 针对不同情景对模型参数进行仿真分析, 对 3 种情形下的疫情拐点进行了预测。结果表明, 模型分析与疫情发展的真实表现基本吻合。最后提出了加强疫情防控的对策建议, 对精准做好疫情防控具有较好的指导作用。

关键词 新型冠状病毒; 复杂网络; 传播模型; SEIR

中图分类号 TP391 文献标志码 A doi:10.12178/1001-0548.2020029

SEIR-Based COVID-19 Transmission Model and Inflection Point Prediction Analysis

FAN Ru-guo¹, WANG Yi-bo^{1*}, LUO Ming², ZHANG Ying-qing³, and ZHU Chao-ping¹

(1. Economics and Management School, Wuhan University Wuhan 430072; 2. School of Economics and Management, Guangxi Normal University Guilin Guangxi 541001; 3. School of Management Science, Guizhou University of Finance and Economics Guiyang 550025)

Abstract The COVID-19 has severely affected the country, and people's social and economic lives have been greatly disrupted. Based on the complex network theory, a SEIR dynamic model of the COVID-19 epidemic with a latency period is established in this paper. By setting three scenarios of different incubation periods of the virus, based on national and partial epidemic data, the model parameters are simulated and analyzed for different scenarios. The inflection points of the three cases are predicted, and the results showed that the model analysis is basically consistent with the true performance of the epidemic development. Finally, the paper concludes with specific countermeasures and suggestions for strengthening the prevention and control of the epidemic.

Key words COVID-19; complex network; propagation model; SEIR

新型冠状病毒肺炎疫情发生后, 如何有效应对、疫情何时出现拐点、何时能被有效控制等, 已成为全中国乃至全球共同关注的重大问题。

1 问题提出与文献回顾

本次疫情传播呈现出典型的复杂网络特征, 可以用复杂网络疾病传播模型进行有效分析。复杂网络经典的疾病传播模型包括 SI 模型、SIR 模型、SIS 模型、SEIR 模型等^[1], 在疾病传播分析中起到了重要作用。最基础的 SI 模型将人群划分易感状态 (S) 和感染状态 (I) 两类。易感人群以单位时间

感染概率 β 被感染人群感染, 人群规模为易感人群与感染人群的总和, 该模型没有考虑疾病被治愈或死亡的情况, 在现实中较少能找到相应情景。SIR 模型^[2]在 SI 模型基础考虑了移出状态 (R), 对应疾病被治愈或死亡的状态, 感染人群以单位时间感染概率 γ 由感染状态转移至移除状态。SIS 模型^[3]考虑了重复传染的情况, 经历了完整感染周期后, 感染人群以单位时间感染概率 σ 由感染状态转移至易感状态。SEIR 模型在 SIR 模型基础考虑了潜伏状态 (E), 易感状态以单位时间感染概率 β 转移至潜伏状态, 潜伏状态以单位时间感染概率 γ 转移至感染

收稿日期: 2020-02-06; 修回日期: 2020-02-11; 网络首发日期: 2020-02-22

基金项目: 教育部人文社会科学后期资助项目 (19JHQ091)

作者简介: 范如国 (1965-), 男, 教授, 主要从事复杂系统管理、社会治理、博弈论等方面的研究。

通信作者: 王奕博, E-mail: yibowong@whu.edu.cn

状态。在疾病传播分析领域, 复杂网络传播模型的应用较为广泛, 众多学者对 SARS^[4-9]、中东呼吸综合征 (MERS)^[10-11]、HIV^[12-14] 等传染疾病展开建模分析。

本文基于复杂网络理论, 建立了带有潜伏期的 COVID-19 流行病 SEIR 传播动力学模型, 对新型冠状病毒的传播及其拐点进行预测分析, 试图为疫情防控提供理论支持和实践指导。

2 疫情发展现状及其特点

从全国、湖北和武汉市的疫情数据来看^[15-17], 新冠肺炎每日新增确诊病例虽略有波动, 但总体呈现明显的上升趋势, 且累计确诊病例上升趋势均较为明显 (见图 1)。从图 1 可观测到 2020 年 1 月 27 日每日新增确诊病例数有明显提高, 经推测与病毒检测试剂盒的充足供给有关。2020 年 2 月 4 日后全国新增病例数波动幅度明显减小, 推测疫情已达到增速拐点附近。

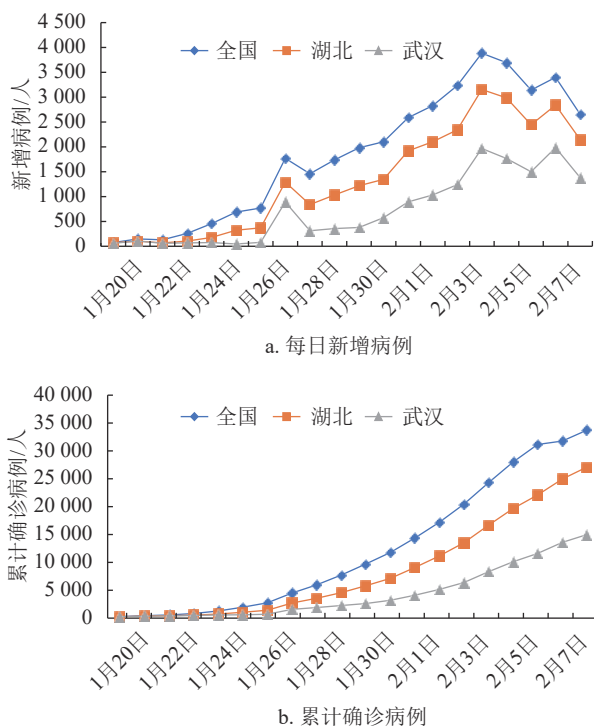


图 1 我国当前新冠肺炎确诊人数发展趋势

进一步地, 从新增病例的增速来看 (见图 2), 近几日来, 武汉市新增确诊病例增速均超过湖北省和全国的增速, 表明在各地政府相应政策措施下, 全国总体疫情正在得到有效控制, 但湖北特别是武汉, 其疫情发展及防控形势依然比其他地区严峻。

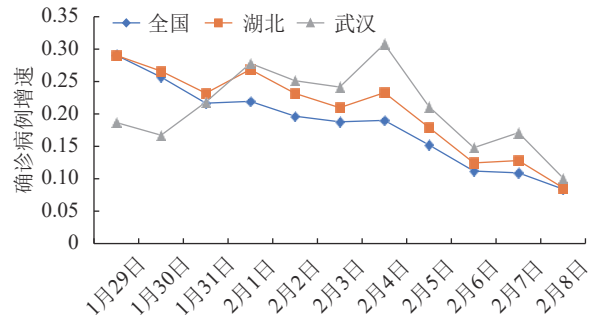


图 2 确诊病例增速趋势

从除湖北省以外全国新增确诊病例的情况来看 (见图 3), 尽管连续两日 (2020 年 1 月 31 日和 2 月 1 日) 出现总体下降的趋势, 但随着全国各地复工和返程乘客的增加, 2 月 2 日和 2 月 3 日, 湖北省外全国新增确诊病例呈现不降反升的趋势, 表明随着人口流动和各地人员的聚集, 加大了疫情传播的风险, 也增大了各地疫情防控的难度。

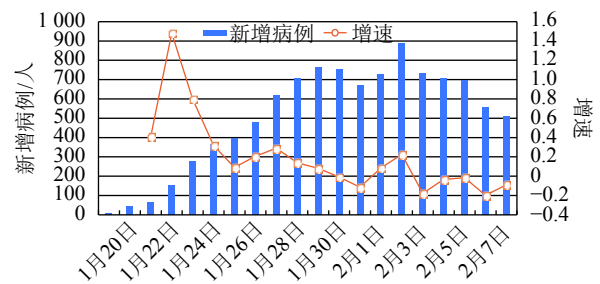


图 3 除湖北省外全国新增确诊人数发展趋势

由此可见, 截至 2020 年 2 月 8 日, 全国疫情基本得到稳定控制, 但是湖北特别是武汉, 未来趋势依然严峻, 疫情拐点依然不明朗。因此, 针对武汉的特殊情况, 结合本次新冠肺炎的传播特点, 本文采用 SEIR 模型对新冠肺炎的传播进行研究。

3 基于 SEIR 模型的武汉市新冠肺炎疫情传播动力学分析

从目前病例的观察来看, 此次武汉疫情的特点主要是病毒具有潜伏期。截至目前, 国家卫健委专家表示病毒的平均潜伏期大约在 7 天左右, 最长 14 天, 且在潜伏期也有传染性。而传统的 SIR 疾病传播模型, 缺少对潜伏期的刻画, 因此本文选择包含 4 种状态 (易感状态-潜伏状态-感染状态-移出状态) 的 SEIR 模型^[4] 来对此次武汉市疫情的动力学过程进行分析。

SEIR 模型将研究对象分为 S、E、I、R 4 种类型:

1) S 为易感状态 (susceptible), 表示潜在的可感染人群, 个体在感染之前是处于易感状态的, 即该个体有可能被邻居个体感染。对应本次疫情, S 并不是指城市人口总数, 因为并不是所有人都有接触到感染者的机会, 在 SEIR 模型中只有患病群体直接接触到的人才处于易感状态。

2) E 为潜伏状态 (exposed), 表示已经被感染但没有表现出感染症状来的群体。

3) I 为感染状态 (infected), 表示表现出感染症状的人, 该个体还会以一定的概率感染其能接触到的易感个体。

4) R 为移出状态 (removed), 表示脱离系统不再受到传染病影响的人 (痊愈、死亡或被有效隔离的人)。

记 $S(t)$ 、 $E(t)$ 、 $I(t)$ 、 $R(t)$ 分别为时刻 t 的易感人群数、潜伏人群数、感染人群数、移出人群数, 显然有 $S(t) + E(t) + I(t) + R(t) \equiv N$, 其中 N 为种群的个体数。

假设一个易感状态在单位时间 τ 里与感染个体接触并被传染的概率为 β 。由于易感个体的比例为 S/N , 时刻 t 网络中总共有 $I(t)$ 个感染个体, 所以易感个体的数目按照如下变化率减小:

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{\beta SI}{N}$$

相应地, 潜伏个体的数目按照如下变化率增加, 并且整体以单位时间概率 γ_1 转化为感染个体:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\beta SI}{N} - \gamma_1 E$$

感染个体数目由潜伏群体提供, 个体同时以单位时间概率 γ_2 转化为移除状态:

$$\frac{dI}{dt} = \gamma_1 E - \gamma_2 I$$

相应地移除个体以概率 γ_2 由感染群体往移除个体转化:

$$\frac{dR}{dt} = \gamma_2 I$$

4 武汉市疫情传播仿真及拐点预测分析

SEIR 模型对于参数设置的敏感度较高, 参数设置不合理将会使预测结果产生较大误差。根据上文构建的模型, 从 2019 年 12 月 8 日我国第一个不明原因肺炎发现者的报道时间作为第一天。国家卫健委专家组成员于 2020 年 1 月 21 号接受采访表示

新型冠状病毒肺炎的潜伏期在 7 天左右, 本次新冠肺炎的潜伏期的均值假定为 7 天。根据文献 [8] 的研究表明, 可设定 γ_1 为潜伏期的倒数 $\gamma_1 = 1/7 \approx 0.1429$ 。

对于参数 β 、 γ_2 和 N 的设定, 本文采用启发式算法 [18], 由于参数 β 表示的是易感个体单位时间里与感染个体接触并被传染的概率, 参数 γ_2 表示的是感染个体单位时间里转移为移出群体的概率, 故 $\beta, \gamma_2 \in [0, 1]$, 本文对该范围进行随机采样, 粒度为 1×10^{-4} 。同时对 N 也进行随机采样, 粒度为 1000, 单位为人。把对 β 、 γ_2 和 N 的采样过程进行迭代, 设置迭代次数, 不断对 β 、 γ_2 和 N 进行随机采样并代入上一章节的微分方程求解, 并通过均方根误差 (RMSE) 最小的约束原则与真实数据进行比对, 优化得到该粒度下的最优解参数。

本文将研究群体总数定义为 $N = S + E + I + R$ 。基于此, 运用 Python 仿真平台进行模拟, 可得新型冠状病毒传播过程中各群体随时间的演化结果, 如图 4 所示。

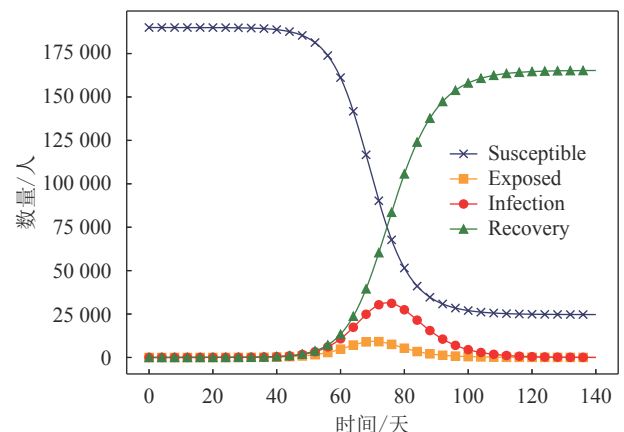


图4 基于 SEIR 模型的仿真结果 (潜伏期 7 天)

从图 4 可以看到, 无论是 E 型 (暴露者) 还是 I 型 (感染者), 在初期都呈现上升趋势, 但增长相对缓慢, 在第 40 天-第 50 天 (2020 年 1 月 16 日-1 月 26 日) 左右开始加速增长, 在第 75 天-第 85 天 (2020 年 2 月 20 日-3 月 1 日) 达到高峰, 之后开始下降直至消失。

本文将武汉的确诊人数变化趋势与图中的 I 型人群进行拟合。当前 (2020 年 2 月 8 号) 为新冠肺炎爆发的第 63 天, 官方公布的确诊人数为 14 982 人 [2]。

1) 若按照上述给定的潜伏期 (即 7 天) 进行仿真, 可得到 I 型群体 (即感染群体) 人数的动力学演

化结果如图 5 所示。从图 5 可知, 当前武汉的感染群体演变阶段处于该曲线的上升部分, 且研究对象的总人数 N 为 189 000 人左右, 即武汉市接触新冠肺炎患者的总人数约为 189 000 人。根据 I 型曲线的发展趋势可预测该群体的近期发展趋势, I 型群体人数将在一段时间的上升后达到高峰, 武汉的新冠肺炎感染人数的峰值可达到约 31 500 人, 可以看到此次疫情传播大约在第 74 天 (即 2020 年 2 月 19 日) 出现拐点, 即疫情控制效果开始显现。

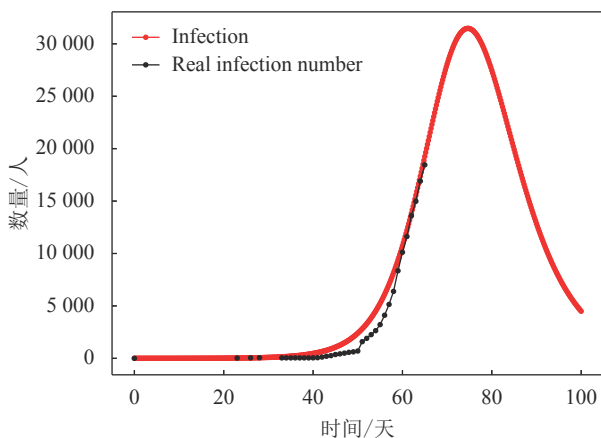


图 5 基于 SEIR 模型的武汉市疫情预测结果 (潜伏期 7 天)

2) 由于对于疾病的统计研究尚处于初期阶段, 关于疾病的统计学指标还没有公认结论, 根据文献 [19] 的最新研究表明, 平均潜伏期为 5.2 天。本文假定潜伏期为 5 天, 经过仿真可得到 I 型群体 (即感染群体) 人数的动力学演化结果如图 6 所示。从图 6 可知, 当前武汉的感染群体演变阶段处于该曲线的上升部分, 且研究对象的总人数 N 为 141 000 人左右, 即武汉市接触新冠肺炎患者的总人数约为 141 000 人。根据 I 型曲线的发展趋势可预测该群体的近期发展趋势, I 型群体人数将在一段时间的上升后达到高峰, 武汉的新冠肺炎感染人数的峰值可达到约 29 000 人, 可以看到此次疫情传播大约在第 71 天 (即 2020 年 2 月 16 日) 出现拐点, 即疫情控制效果开始显现。

3) 若假定潜伏期为 10 天, 可得到 I 型群体 (即感染群体) 人数的动力学演化结果如图 7 所示。从图 7 可知, 当前武汉的感染群体演变阶段处于该曲线的上升部分, 且研究对象的总人数 N 为 215 000 人左右, 即武汉市接触新冠肺炎患者的总人数约为 215 000 人。根据 I 型曲线的发展趋势可预测该群体的近期发展趋势, I 型群体人数将在一段时间的上升后达到高峰, 武汉的新冠肺炎感染人数的峰

值可达到约 34 100 人, 可以看到此次疫情传播大约在第 78 天 (即 2020 年 2 月 23 日) 出现拐点, 即疫情得到有效控制。

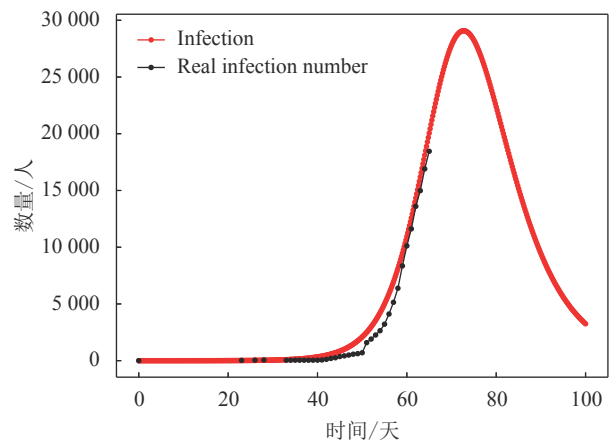


图 6 基于 SEIR 模型的武汉市疫情预测结果 (潜伏期 5 天)

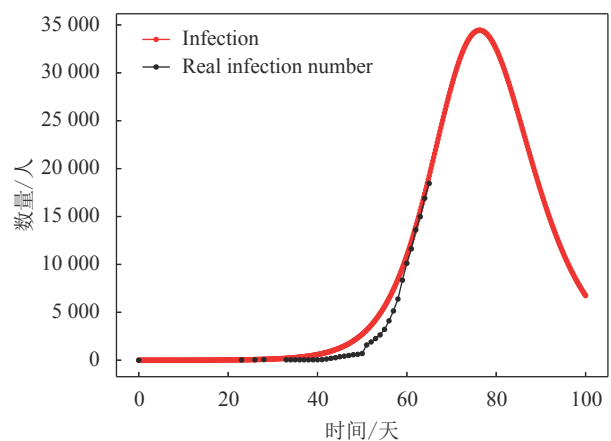


图 7 基于 SEIR 模型的武汉市疫情预测结果 (潜伏期 10 天)

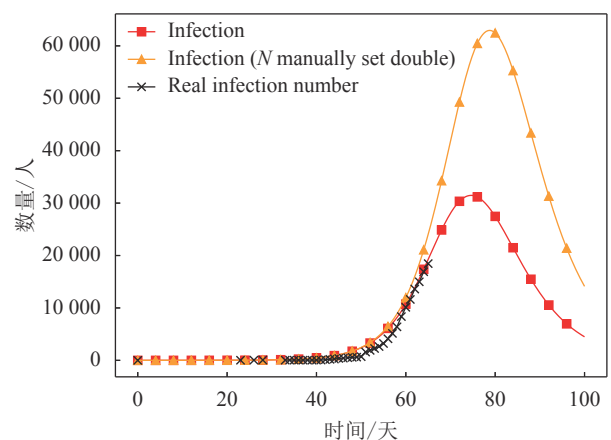


图 8 基于 SEIR 模型的武汉市疫情预测结果对比 (潜伏期 7 天)

4) 基于潜伏期为 7 天的情景, 为检验易感人

群规模对预测结果的影响程度,本文将易感人群的初始值 N 人工设置为原参数的两倍,可得到同情景不同易感人口设置的情况下, I 型群体(即感染群体)人数的动力学演化结果,如图 8 所示。可以看到,研究对象的总人数设定至原数值两倍时,新型肺炎感染人数的新峰值由 31 500 人升高至 61 700 人,约为原感染人数的两倍,响应较为敏感。而疫情传播人数的拐点由第 74 天延后至第 78 天,疫情得到有效控制的日期有少许延后,但响应度一般。

5 结论与防控对策分析

从上述分析可以得出以下结论:

1) 除湖北之外全国疫情基本得到有效控制。无论从全国、湖北还是武汉来看,确诊人数虽然依然呈现上升趋势,但除湖北外全国新增确诊人数开始出现拐点,表明全国疫情控制效果明显。但湖北特别是武汉,增速仍然比除湖北外其他地区高,其疫情发展和防控形势依然严峻。

2) 随着全国各地复工和返程乘客的增加,疫情传播的风险加大,各地疫情防控的难度也增大。从 SEIR 模型拟合的结果来看,武汉当前处于上升的中间阶段,并且在未来一段时间感染患者的数量依然保持上升。随着春节假期结束,越来越多的人返回武汉,在公众场合暴露的人员(易感人群)增加,人们将有更大概率接触到感染者,当疾病传播概率等条件不变的条件下,易感人群增加将会使疫情拐点向后延迟,并使感染总人口数增加。

3) 武汉疫情拐点出现时间在 2020 年 2 月 20 日至 25 日之间。在保持当前的治愈率水平的基础上,在 3 种潜伏期的条件下, I 型群体的演变均呈现先上升后下降的变化趋势,且其变化过程存在拐点。当平均潜伏期分别为 5 天、7 天与 10 天的条件下,武汉市的感染患者数量达到的峰值分别为 29 000 人、31 500 人与 34 100 人,且疫情传播的拐点分别为第 71 天(2020 年 2 月 16 日)、第 74 天(2020 年 2 月 19 日)与第 78 天(2020 年 2 月 23 日)。武汉感染患者的数量依然持续保持上升。武汉当前处于上升的中间阶段,并且在未来一段时间感染患者的数量依然保持上升。

4) 易感人群数量增加将会提升感染人群的峰值,并且使疫情传播人数的拐点后移,可能使得疫情的增速出现多个峰值。春运返程将会向城市输送数量庞大的人口,人员聚集在高铁站、地铁站、飞

机场等公共场所。当人群中存在潜伏病例或感染病例时,将会大幅度提高易感人群的数量。

在此基础上,本文给出以下防控措施:

1) 建议武汉市大中小学开学时间延迟到 3 月后,确保学校安全。此次疫情的万幸之地是高校基本上没有被感染。2) 随着全国各个地方复工和返程乘客的增加,一定要做好返乡人员的排查、隔离工作,防止疫情反弹。3) 需要尽快对存在确诊或疑似病例患者的楼栋和小区进行全面消毒,斩断这些楼栋和小区的后续传染能力。对主要街道进行统一消毒。4) 组织传染病专家在电视和微信上开辟专题或公众号,介绍流行病防治的经验、故事和防护知识,进行公共卫生知识、良好卫生习惯的宣传普及。5) 组织高校心理学教师和社会组织心理服务团队,通过电视、微信、网络等方式,介绍隔离期间心理疏导的有效方法,舒缓焦虑和恐慌心理。6) 利用中小學生隔离在家的机会,教育部门统筹布置各个学校加强对學生进行公共卫生知识、公共卫生习惯的普及教育,而不是着急网络课程学习。

参 考 文 献

- [1] ANDERSON R M, ANDERSON B, MAY R M. Infectious diseases of humans: Dynamics and control[M]. Oxford: Oxford University Press, 1992.
- [2] KERMACK W O, MCKENDRICK A G. A contribution to the mathematical theory of epidemics[J]. *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, 1927, 115(772): 700-721.
- [3] KERMACK W O, MCKENDRICK A G. Contributions to the mathematical theory of epidemics II—The problem of endemicity[J]. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A*, 1932, 138(834): 55-83.
- [4] NG T W, TURINICI G, DANCHIN A. A double epidemic model for the SARS propagation[J]. *BMC Infectious Diseases*, 2003, 3(1): 19.
- [5] 黄德生,关鹏,周宝森. SIR 模型对北京市 SARS 疫情流行规律的拟合研究[J]. *中华疾病控制杂志*, 2004, 8(5): 398-401.
HUANG De-sheng, GUAN Peng, ZHOU Bao-sen. Study on the fitting of SIR model to SARS epidemic in Beijing[J]. *Chinese Journal of Disease Control and Prevention*, 2004, 8(5): 398-401.
- [6] SMALL M, SHI P, TSE C K. Plausible models for propagation of the SARS virus[J]. *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 2004, 87(9): 2379-2386.
- [7] DYE C, GAY N. Modeling the SARS epidemic[J]. *Science*, 2003, 300(5627): 1884-1885.
- [8] 徐恭贤,冯恩民,王宗涛,等. SARS 流行病的 SEIR 动力学模型及其参数辨识[J]. *黑龙江大学自然科学学报*, 2005(4): 43-46, 51.

- XU Gong-xian, FENG En-min, WANG Zong-tao, et al. SEIR dynamic model of SARS epidemic and parameter identification[J]. *Journal of Natural Science of Heilongjiang University*, 2005(4): 43-46, 51.
- [9] 王铎, 赵晓飞. SARS 疫情的实证分析和预测[J]. *北京大学学报(医学版)*, 2003, 35(z1): 72-74.
WANG Duo, ZHAO Xiao-fei. Empirical analysis and forecasting for SARS epidemic situation[J]. *Journal of Peking University (Health Sciences)*, 2003, 35(z1): 72-74.
- [10] EIFAN S A, NOUR I, HANIF A, et al. A pandemic risk assessment of Middle East respiratory syndrome coronavirus (MERS-CoV) in Saudi Arabia[J]. *Saudi Journal of Biological Sciences*, 2017, 24(7): 1631-1638.
- [11] KWON C M, JUNG J U. Applying discrete SEIR model to characterizing MERS spread in Korea[J]. *International Journal of Modeling, Simulation, and Scientific Computing*, 2016, 7(4): 1643003.
- [12] ZAKARY O, RACHIK M, ELMOUKI I. On the impact of awareness programs in HIV/AIDS prevention: An SIR model with optimal control[J]. *Int J Comput Appl*, 2016, 133(9): 1-6.
- [13] ZAKARY O, LARRACHE A, RACHIK M, et al. Effect of awareness programs and travel-blocking operations in the control of HIV/AIDS outbreaks: A multi-domains SIR model[J]. *Advances in Difference Equations*, 2016, 2016(1): 169.
- [14] 唐林, 孙坤, 陈方方, 等. 艾滋病疫情估计与预测方法研究进展[J]. *中华流行病学杂志*, 2019, 40(6): 731-738.
TANG Lin, SUN Kun, CHEN Fang-fang, et al. Progress on estimation and projection of HIV epidemics[J]. *Chinese Journal of Epidemiology*, 2019, 40(6): 731-738.
- [15] 中华人民共和国国家卫生健康委员会. 新型冠状病毒感染的肺炎疫情最新情况[EB/OL]. [2020-02-01]. http://www.nhc.gov.cn/xcs/yqtb/list_gzbd.shtml.
National Health Commission of the People's Republic of China. Update on pneumonia outbreak of new coronavirus infection [EB/OL]. [2020-02-01]. http://www.nhc.gov.cn/xcs/yqtb/list_gzbd.shtml.
- [16] 湖北省卫生健康委员会. 湖北省新型冠状病毒感染的肺炎疫情情况[EB/OL]. [2020-02-01]. <http://wjw.hubei.gov.cn/fbjd/dtyw/>.
Health Commission of Hubei Province. Epidemic situation of new coronavirus infection in Hubei Province [EB/OL]. [2020-02-01]. <http://wjw.hubei.gov.cn/fbjd/dtyw/>.
- [17] 武汉市卫生健康委员会. 武汉市卫生健康委员会关于新型冠状病毒感染的肺炎疫情通报[EB/OL]. [2020-02-01]. <http://wjw.wuhan.gov.cn/front/web/list2nd/no/710>.
Wuhan Municipal Health Commission. Wuhan Municipal Commission of Health and Health on pneumonia of new coronavirus infection [EB/OL]. [2020-02-01]. <http://wjw.wuhan.gov.cn/front/web/list2nd/no/710>.
- [18] ARMOUR G C, BUFFA E S. A heuristic algorithm and simulation approach to relative location of facilities[J]. *Management Science*, 1963, 9(2): 294-309.
- [19] LI Q, GUAN X, WU P, et al. Early transmission dynamics in Wuhan, China, of novel coronavirus -Infected pneumonia[J]. *New England Journal of Medicine*, 2020, 382(13): 1199-1207.

编辑 蒋晓