



新冠肺炎非均匀感染力传播模型与干预分析

汪剑眉, 李 钢*

(北京邮电大学经济管理学院 北京 海淀区 100083)

【摘要】新冠肺炎疫情在中国得到有效控制, 为干预分析提供了实证研究基础。基于SIR扩展的非均匀感染力模型, 以2020年1月20日-3月23日数据构建全国、湖北、武汉3层次分形子模型, 应用吉布斯抽样和机器学习高斯过程回归获得参数估计, 模拟差异化场景进行干预敏感度分析, 模型在参数设置和精度优化方面有所突破。研究发现降低接触是有效抑制疫情的核心杠杆, 其敏感度是其他杠杆的3.5倍以上。强弱场景边际效应不对称, 反映了中国方案对帕累托最优的趋近。模拟分析评估了干预成效, 为我国和全球其他国家后续判断疫情风险、掌控干预节奏、制定防控策略提供有益参考。

关键词 新冠肺炎; 非均匀感染力; 干预杠杆; 敏感度分析; SIR

中图分类号 TP391 **文献标志码** A **doi**:10.12178/1001-0548.2020158

A Transmission Model of COVID-19 with Heterogeneous Force of Infectiousness and Intervention Analysis

WANG Jian-mei and LI Gang*

(School of Economics and Management, Beijing University of Posts and Telecommunications Haidian Beijing 100083)

Abstract The epidemic of COVID-19 has been effectively controlled in China, which provides an empirical basis for intervention analysis. An extended SIR transmission model with heterogeneous force of infectiousness is presented including three fractals sub-models of Wuhan, Hubei and China. The model is built upon the data from January 20 to March 23, 2020. The Markov chain Monte Carlo (MCMC) Gibbs sampling and machine learning of Gaussian process regression are applied to solve the parameters estimation and the sensitivity analysis is used in various scenarios. The model has a breakthrough in parameter setting and accuracy optimization. It is found that contact reduction is the most effective core lever to control the epidemic, with 3.5 times or more sensitivity as much as other levers. The asymmetric marginal effect in strong and weak scenarios proves that Chinese controlling strategy is close to the Pareto Optimality. The intervention effectiveness of COVID-19 in China is evaluated by simulation analysis. The result provides valuable reference for China and other countries to judge the epidemic risk, control the intervention pace, and formulate prevention strategies in the future.

Key words COVID-19; heterogeneous force of infectiousness; intervention lever; sensitivity analysis; SIR

新型冠状病毒肺炎(COVID-19, 以下简称新冠肺炎)全球确诊病例已超过百万例, 受疫情影响的国家和地区已达200多个。疫情在中国得到有效控制, 目前境内确诊病例仅有零星散发。在积极干预的背后, 流行病传播动力学研究为趋势判断和防控决策提供了重要参考。早期研究受限于时间跨度短、干预成效未完全显现以及对病毒特性的认知局限。目前国内疫情态势渐趋明朗, 具备了更完整的数据观测周期和更丰富的临床认知佐证, 使研究具

有更多优化和拓展空间。

本文以SIR经典仓室模型为逻辑架构, 设计了分群、分阶段的非均匀感染力扩展模型, 对全国、湖北、武汉3层次分形网络进行建模训练, 通过降阶得到更有效的子过程迭代, 在参数设置和精度优化方面有所突破。在各干预杠杆强度上下浮动20%的场景设定下模拟疫情发展进程, 评估中国防控模式的成效, 并为我国和全球其他国家的后续防控工作提供有益参考。

收稿日期: 2020-03-25; 修回日期: 2020-04-20; 网络首发日期: 2020-05-12

基金项目: 国家社会科学基金(19BKS098)

作者简介: 汪剑眉(1978-), 女, 博士生, 高级工程师, 主要从事传播动力学、复杂网络等方面的研究。

通信作者: 李钢, E-mail: lg280@sina.com

1 前期研究与启发

在建模和参数研究方面, 文献 [1] 应用 SEIR 仓室模型以多重拟合确定参数, 结合 LSTM 模型对疫情趋势进行综合预测, 在参数估计方面更贴近临床实践; 文献 [2] 对仓室模型进行了扩展, 增加无症状感染者 A 、被隔离易感者 S_q 等, 采用 M-H 算法进行参数估计建模; 文献 [3] 在这一研究的基础上通过欧拉数值方法进行参数优化; 文献 [4] 根据吉布斯采样确定基本再生数, 以国际确诊病例反推武汉感染人数, 并针对感染力进行差异化分场景仿真; 文献 [5] 通过蒙特卡罗方法模拟联合分布进行参数推断和预测, 将研究限定在 2020 年 1 月 23 日前武汉的无干预自由传播期, 这种阶段划分有效区隔了病毒传播早期与中后期的显著不同。

在控制措施效果评估方面, 文献 [6] 主要围绕人口流动性和确诊感染病例数之间相关性的变化, 评估交通管制、切断本地传播链等举措成效; 文献 [7] 将有效再生数作为评价防控效果的核心指标, 基于蒙特卡罗方法以患者症状出现时间和世代间隔对有效再生数进行估计; 文献 [8] 研究了个人防护、早期诊断收治和后期诊断收治 3 种控制策略组合下病毒的扩散速度, 通过构造目标函数并转化为哈密顿函数极小化最优控制问题, 发现全面组合策略更有效。

上述研究为模型的优化和突破提供启发: 1) 在检疫隔离和集中收治等政策下各群体感染力不均匀, 应考虑分群。2) 干预政策出台时间点附近疫情曲线呈现明显弯折, 参数具有显著分段特征, 各时段感染力不均匀, 应考虑分阶段。3) 建模主体选择方面, 根据国家卫健委疫情通报数据计算, 2020 年 3 月 25 日之前湖北确诊病例中 70% 以上来自武汉, 全国确诊病例中 70% 以上来自湖北, 局部与整体具有分形网络自相似量化统计特征, 如结合分形架构, 可在参数估计时充分利用全国、省、市 3 层次数据。4) 根据国家和湖北卫健委疫情通报数据计算, 未感染者始终在国内人口中占据主体, 武汉约 99.56%、湖北约 99.89%、全国约 99.94%, 如能将感染者和未感染者的迭代过程分离, 可有效提高模型精度和效率。5) 可将接触、隔离、收治和治愈视为干预杠杆, 模拟并观测其在加强和减弱两个方向上调节时疫情态势变化, 从而描绘可干预空间、评估干预成效并实现横向可比。

2 方法与数据

2.1 模型逻辑架构

基于经典 SIR 仓室模型^[9]进行扩展, 如图 1 所示。为体现感染力异质性, 根据人群流动自由度分群:

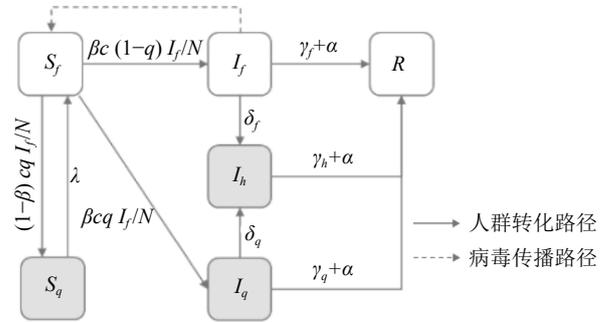


图 1 SIR 非均匀感染力扩展模型的逻辑架构

S 为易感者 (susceptible), 包括自由易感者 S_f 和隔离易感者 S_q , 对新冠肺炎人群普遍易感。

I 为感染者 (infectious), 包括自由感染者 I_f 、隔离感染者 I_q 和收治感染者 I_h , 按其是否被隔离分别包含于 I_f 和 I_q 中, 其中 I_f 主要包含潜伏期感染者及始终无症状感染者^[10-11]。

R 为移除者 (removed), 包括治愈者和病亡者。

感染路径仅有一条, 即自由感染者 I_f 传染自由易感者 S_f 。人群转化路径包括以隔离效率系数 q 监测并隔离有密切接触史或疑似症状的自由易感者 S_f , 如其未感染则成为隔离易感者 S_q , 并在隔离结束后再次成为自由易感者 S_f (隔离解除率 λ 为隔离期的倒数); 如其已感染则成为隔离感染者 I_q 。自由易感者 S_f 以接触效率系数 c 和日感染率 β 被感染, 转化为自由感染者 I_f 。 I_f 和 I_q 继而以收治效率系数 δ 转化为收治感染者 I_h 。三类感染者分别以治愈效率系数 γ 及日病亡率 α 成为移除者 R 。考虑分形架构, 令 $i=\{1,2,3\}$ 分别表示武汉、湖北、全国 3 个层次。模型微分方程如下:

$$\begin{aligned}
 \frac{dS_{f,i}}{dt} &= -(c_i q_i - \beta c_i q_i + \beta c_i) I_{f,i} S_{f,i} / N_i + \lambda_i S_{q,i} \\
 \frac{dS_{q,i}}{dt} &= (1 - \beta) c_i q_i I_{f,i} S_{f,i} / N_i - \lambda_i S_{q,i} \\
 \frac{dI_{f,i}}{dt} &= \beta c_i (1 - q_i) I_{f,i} S_{f,i} / N_i - (\delta_i + \gamma_i + \alpha_i) I_{f,i} \\
 \frac{dI_{q,i}}{dt} &= \beta c_i q_i I_{f,i} S_{f,i} / N_i - (\delta_i + \gamma_i + \alpha_i) I_{q,i} \\
 \frac{dI_{h,i}}{dt} &= \delta_i (I_{f,i} + I_{q,i}) - (\gamma_i + \alpha_i) I_{h,i} \\
 \frac{dR_i}{dt} &= (\gamma_i + \alpha_i) (I_{f,i} + I_{q,i} + I_{h,i})
 \end{aligned} \tag{1}$$

感染力为每位感染者的日均感染人数, 即 $FOI = \beta c S_f / N = R / D_I$ (在干预初期为 R_0 / D_I)。

病毒特性参数包括基础再生数 R_0 、世代间隔 D_I 、日感染率 β 、日病亡率 α , 为不变参数, 由病毒本身特性决定^[12-13], 不随阶段改变而改变, 其中前3项参数在武汉、湖北、全国3个层次保持一致, 日病亡率 α 考虑供给保障能力有所不同而保留差异。干预杠杆参数包括接触效率系数 c 、隔离效率系数 q 、收治效率系数 δ 、治愈效率系数 γ , 为可变参数, 在不同阶段、不同层次具有不同的参数值, 从而模拟空间分布上感染力的非均匀性。

一个完整的疫情周期需要经历自由感染者高

$$A \approx \left(\begin{array}{cc|cc} 1 - [\beta c + (1 - \beta) c q] I_f & (1 - \beta) c q I_f & \beta c (1 - q) I_f & \beta c q I_f & 0 & 0 \\ \lambda & 1 - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 - \delta - \gamma - \alpha & 0 & \delta & \gamma + \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 1 - \delta - \gamma - \alpha & \delta & \gamma + \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - \gamma - \alpha & \gamma + \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ 0 & A_3 \end{pmatrix} \quad (2)$$

分块降阶, 则:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t+1) &= \mathbf{x}(t) A = \\ ((S_f, S_q) A_1 (S_f, S_q) A_2 + (I_f, I_q, I_h, R) A_3) &= \\ ((S_f, S_q) A_1 (I_f, I_q, I_h, R) A_4) & \end{aligned}$$

$$A_4 = \begin{pmatrix} 1 + \beta c (1 - q) - \delta - \gamma - \alpha & \beta c q & \delta & \gamma + \alpha \\ & 1 - \delta - \gamma - \alpha & \delta & \gamma + \alpha \\ & & 1 - \gamma - \alpha & \gamma + \alpha \\ & & & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

由此分离为两个子过程, 即易感者迭代 $(S_f, S_q) A_1$ 、感染与移除者迭代 $(I_f, I_q, I_h, R) A_4$, 对于疫情的模拟主要基于后者。两个子过程数据量级相差百倍以上 (易感者与感染和移除者的数量比值武汉超过200倍, 湖北超过800倍, 全国超过17000倍), 分离迭代有利于提高模型精度和计算效率。但子过程转移矩阵首行元素和不为1, 不再是完整的马尔可夫过程。

2.3 数据来源与统计口径

数据来源为国家卫健委、湖北卫健委、武汉卫健委发布数据, 并进行了两次修正。一是2020年2月12日湖北确诊方式增加“临床诊断”, 导致数据跃升, 按确诊和临床病例比例对前序数据进行修正; 二是2020年1月24日9家持有资质的医院

峰、隔离和收治感染者高峰、移除者新增高峰, 根据峰值点数据观测, 将观察期划分干预初期 (2020年1月20日-2月4日)、探索期 (2020年2月5日-2月17日)、掌控期 (2020年2月18日-2月27日)、平稳期 (2020年2月28日之后) 4个阶段, 从而模拟时间分布上感染力的非均匀性。

2.2 迭代矩阵降阶与子过程分解

时间步 t 表示从起始日 (1月20日) 开始计算的第 t 天, 每日样本矩阵 $\mathbf{X} = (S_f, S_q, I_f, I_q, I_h, R)$ 。第 $t+1$ 步状态变量仅由第 t 步状态变量决定, 视为有限状态空间内的马尔可夫过程, $\mathbf{x}(t+1) = \mathbf{x}(t) A$, $\mathbf{x}(t)$ 为 n 维状态向量, A 为状态转移矩阵。因自由易感者人口占比超过99.5%, $S_f / N \approx 1$, 则有:

和武汉市疾控中心获得检测授权, 短期内大量积压待检病例得到确诊导致数据跃升, 按平均增速对前序数据进行修正。

3 参数估计

3.1 病毒特性参数估计

假设新增确诊人数 $x \sim \text{Gamma}(N_t, 1)$, 其中 N_t 为第 t 日新增病例数观测值; $x(t) = R_0 \sum_{i=1}^d P(i) N_{t-i}$, 其中 P 为世代间隔 D_I 的分布概率, D_I 服从 Gamma 分布, d 表示世代间隔的最大值^[14]。有似然函数:

$$\begin{aligned} L(R_0, D_I | N_1, N_2, \dots, N_T) \\ = P(N_1, N_2, \dots, N_T | R_0, D_I) = \prod_{t=1}^T \frac{e^{-x} x^{N_t-1}}{\Gamma(N_t)} \quad (4) \end{aligned}$$

采用马尔可夫链蒙特卡罗方法 (MCMC) 进行二维吉布斯采样 (Gibbs sampling), 基于干预初期数据通过80000次 burn-in 和总数100000次迭代, 得到: $\hat{R}_0 = 3.7624$ (95% 置信区间: 3.7339 ~ 3.9708), $\hat{D}_I = 6.8720$ (95% 置信区间: 6.8108 ~ 6.9330)。初始接触效率 c_0 为相对值常量, 近似取各步长累计追踪密切接触者与累计确诊者比值的最大值10。 $\beta c S_f / N = R / D_I$, 干预初期 $S_f / N \approx 1$, 则 $\beta = 0.05475$ (95% 置信区间: 0.05386 ~ 0.05566)。日病亡率 α 根据观测数据做无信息先验分布 Metropolis-Hastings

采样, 得到 $\hat{\alpha}=0.119\ 2\%$ (95% 置信区间 0.110 0%~0.128 5%)。

3.2 干预杠杆参数估计

在获得病毒特性参数估计值的基础上, 干预杠杆参数估计转化为求各阶段线性定常系统状态转移矩阵的方程解析解。

通过分形理论的支持, 如拓扑学和动力学领域时变曲线的无标度属性, 可以综合利用武汉、湖北、中国3个层次的统计数据数据进行参数估计。结合拟合特征, 应用监督式机器学习 GPR 高斯过程回归方法, 将各时间步解向量作为样本对回归模型进行训练, 得到4个阶段的参数估计如表1所示。

接触效率系数在干预初期受春节影响明显上浮, 在交通管制、社区封闭等最大限度控制人口流动和聚集的应急干预下出现几何级数下降。隔离效率系数总体平稳略增, 武汉以外区域优于武汉, 湖北以外区域优于湖北。拟合周期主体处于医疗资源非挤兑期, 全国实行统一诊疗方案、防控方案, 收治效率系数在探索期出现短期提升, 源于增加“临床诊断”和全面排查应收尽收。治愈效率系数随诊疗方案不断成熟而显著改善, 通过提高医疗资源周转率, 避免收治和隔离环节拥塞。

表1 干预杠杆参数估计均值

接触效率系数(武汉/湖北/全国)			
干预初期	12.248 4	14.513 9	15.281 1
探索期	3.300 9	2.304 6	1.050 1
掌控期	1.950 1	1.950 1	1.950 1
平稳期	0.191 9	0.191 9	0.191 9
隔离效率系数(武汉/湖北/全国)			
干预初期	0.507 5	0.536 9	0.597 1
探索期	0.532 8	0.563 7	0.626 9
掌控期	0.559 5	0.591 9	0.658 3
平稳期	0.587 5	0.621 5	0.691 2
收治效率系数		治愈效率系数	
干预初期	0.081 9	0.004 6	
探索期	0.127 5	0.010 5	
掌控期	0.085 8	0.036 2	
平稳期	0.067 2	0.072 5	

3.3 模型拟合

基于参数估计计算模型在各时期3个区域层次的感染力均值如表2所示。

表2 各阶段非均匀感染力 FOI

分阶段	武汉	湖北	全国
干预初期	0.670 6	0.794 6	0.836 6
探索期	0.180 7	0.126 2	0.057 5
掌控期	0.106 8	0.106 8	0.106 8
平稳期	0.010 5	0.010 5	0.010 5

模型对疫情发展实际趋势拟合良好, 以此作为基础场景, 如图2所示。

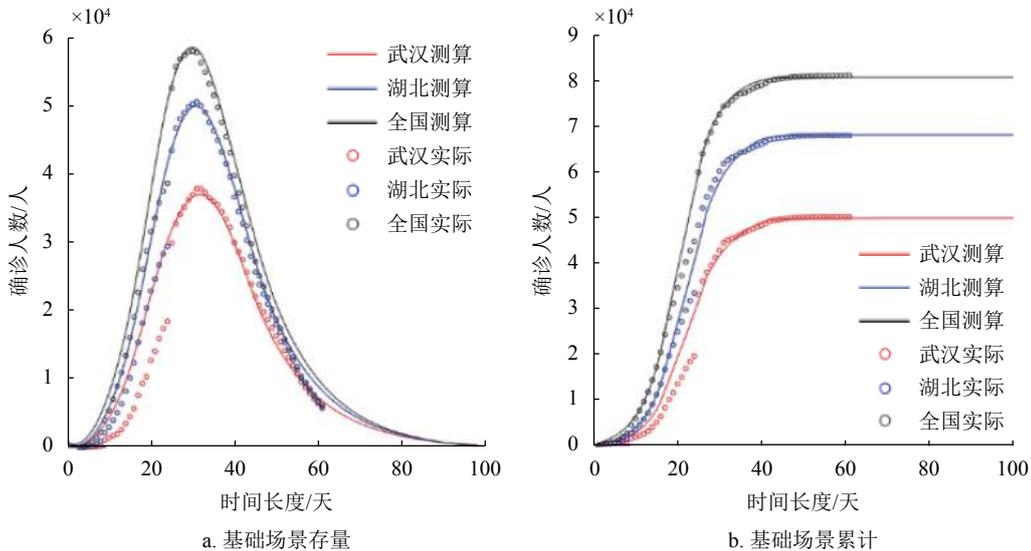


图2 基础场景模型预测与实际值比较

4 敏感度分析

分析疫情态势对干预杠杆参数变化的敏感度 SAF^[15]。态势变量包括感染者峰值规模 N^p 、峰值周期 T^p 、终值规模 N^f 、终值周期 T^f 。设杠杆参数为 x , 有:

$$SAF = \left(\frac{\frac{\Delta N^p}{N^p}}{\frac{\Delta x}{x}}, \frac{\frac{\Delta T^p}{T^p}}{\frac{\Delta x}{x}}, \frac{\frac{\Delta N^f}{N^f}}{\frac{\Delta x}{x}}, \frac{\frac{\Delta T^f}{T^f}}{\frac{\Delta x}{x}} \right) \quad (5)$$

以现有干预强度为基础场景, 增强或减弱单

项杠杆的强度，使其变化幅度达到 20%，发现敏感度在趋强和趋弱两个方向上存在不对称的边缘效应，弱干预场景下边际损失递增，强干预场景下边际收益递减，详见图 3， $I_{f1}/I_{f2}/I_{f3}$ 分别为武汉/

湖北/全国自由感染者， $I_{q1}/I_{q2}/I_{q3}$ 为分别为武汉/湖北/全国隔离感染者， $I_{h1}/I_{h2}/I_{h3}$ 分别为武汉/湖北/全国收治感染者， $R_1/R_2/R_3$ 为分别为武汉/湖北/全国移除者。

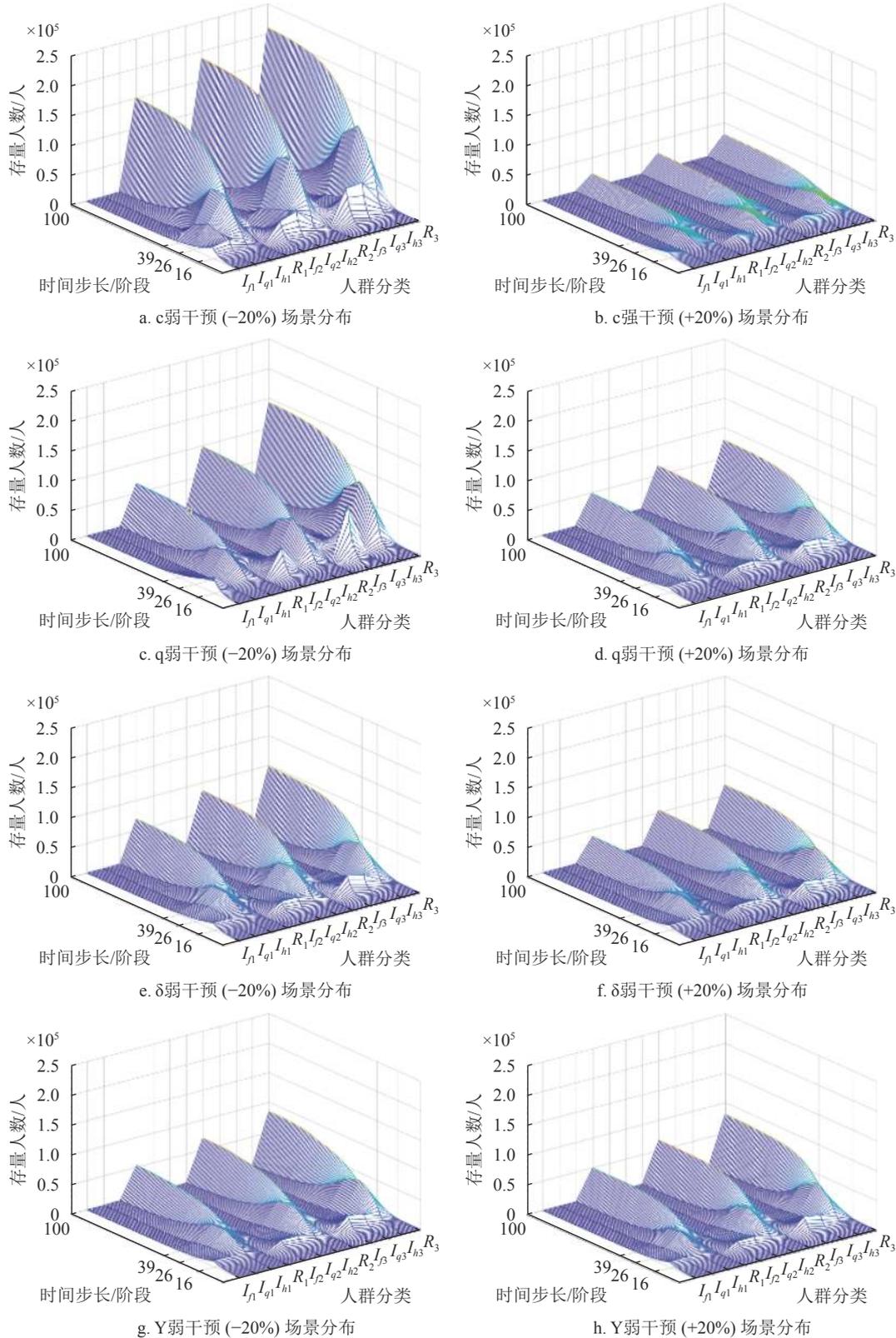


图 3 干预杠杆参数的强干预场景与弱干预场景模拟分布

弱干预场景中, 如人口流动性干预降低 20%, 全国可达 21 万累计确诊规模; 如对密切接触者和疑似者的隔离效率降低 20%, 全国可达 15 万累计确诊规模; 如集中收治效率降低 20%, 全国可达 10 万累计确诊规模。强干预场景下, 除降低接触和提高收治会使峰终值降至基础场景的 37% 和 80% 以外, 加强其他两个杠杆对峰终值影响不大。表 3 为干预杠杆参数的多场景调控幅度模拟值。

表 3 干预杠杆参数的多场景调控幅度模拟值

场景	态势变量	接触效率 系数	隔离效率 系数	收治效率 系数	治愈效率 系数
弱干预	峰值规模				
	武汉	108 343	43 096	47 817	39 408
	湖北	138 275	66 953	61 480	52 920
	全国	154 543	100 037	68 848	62 900
	峰值周期	35	32	33	34
	终值规模				
	武汉	151 869	66 025	56 365	52 382
	湖北	189 223	98 522	75 535	69 155
	全国	211 092	144 379	99 050	85 216
	终值周期	94	86	88	90
	峰值规模				
	武汉	13 712	35 596	30 227	36 378
湖北	18 369	48 768	42 121	48 720	
全国	22 789	59 923	52 699	58 120	
强干预	峰值周期	29	29	27	27
	终值规模				
	武汉	18 217	48 932	39 096	49 154
	湖北	24 283	65 994	54 056	66 716
	全国	30 299	80 492	67 570	81 001
	终值周期	70	73	68	70

*周期为从起始时点(2020年1月20日)开始计算的天数。

表 4 干预杠杆参数的敏感度

场景	态势变量	接触效率 系数	隔离效率 系数	收治效率 系数	治愈效率 系数
弱干预敏感度	峰值规模	8.497 8	1.912 2	1.067 2	0.268 8
	峰值周期	0.810 2	0.324 1	0.486 1	0.648 1
	终值规模	8.628 5	2.404 8	1.363 3	0.123 5
强干预敏感度	终值周期	1.313 8	0.788 3	0.919 7	1.051 0
	峰值规模	3.139 6	0.112 8	0.774 5	0.131 9
	峰值周期	0.666 7	0.166 7	0.666 7	0.500 0
SAF _S	终值规模	3.198 1	0.158 9	1.034 9	0.123 7
	终值周期	0.270 3	0.067 6	0.405 4	0.270 3

4 类干预杠杆中, 降低接触是有效抑制疫情的核心杠杆, 敏感度是其他干预杠杆的 3.5 倍以上。隔离、收治、治愈属于防御型杠杆, 可维持疫情态势平稳发展。

表 4 为干预杠杆参数的敏感度值。弱干预敏感度提示了防控的重要风险点, 降低接触是防止疫情

失控的最基础手段; 其次是隔离和收治, 可避免峰终值过载; 治愈可避免峰值周期不断拖延。强干预敏感度表明了主动防控的提升空间, 降低接触是控制疫情规模和周期收效最为显著的手段, 及时收治可以在一定程度上抑制终值规模。

5 结束语

根据模型的子过程解构, 最大限度控制人口流动和聚集, 对有效遏制疫情发挥了关键作用; 通过增加“临床诊断”、全面排查、加大床位供给实现应收尽收, 在短期内有力扭转了增长势头。

根据敏感度分析, 强弱场景边际效应不对称, 全程减弱干预会引发较大疫情风险, 但加强干预只会带来较小疫情改善, 证明中国方案比较接近准帕累托最优。虽然在降低接触和集中收治方面理论上存在优化空间, 但实际受限于干预初期对病毒特性的发现与认知、探索期对医疗需求的刚性兑付、掌控期对社会管理的托底投入以及平稳期防疫与经济发展的再平衡。整体而言, 中国模式干预杠杆组合有力有效。

参考文献

- [1] YANG Zi-feng ZENG Zhi-qi, WANG Ke, et al. Modified SEIR and AI prediction of the epidemics trend of COVID-19 in China under public health interventions[J]. *Journal of Thoracic Disease*, 2020, DOI: 10.21037/jtd.2020.02.64.
- [2] TANG Biao, WANG Xia, LI Qian, et al. Estimation of the transmission risk of the 2019-nCoV and its implication for public health interventions[J]. *Journal of Clinical Medicine*, 2020, DOI: 10.3390/jcm9020462.
- [3] 曹盛力, 冯沛华, 时朋朋. 修正 SEIR 传染病动力学模型应用于湖北省 2019 冠状病毒病 (COVID-19) 疫情预测和评估 [EB/OL]. [2020-03-24]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/33.1248.R.20200303.1722.004.html>.
- CAO Sheng-li, FENG Pei-hua, SHI Peng-peng. Study on the epidemic development of corona virus disease-19(COVID-19) in Hubei province by a modified SEIR model[EB/OL]. [2020-03-24]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/33.1248.R.20200303.1722.004.html>.
- [4] WU J T, LEUNG K, LEUNG G M. Nowcasting and forecasting the potential domestic and international spread of the 2019-nCoV outbreak originating in Wuhan, China: A modelling study[J]. *Lancet*, 2020, 395(10225): 689-697.
- [5] KRAEMER M U G, YANG Chia-hung, GUTIERREZ B. The effect of human mobility and control measures on the COVID-19 epidemic in China[J]. *Science*, 2020, DOI: 10.1126/science.abb4218.
- [6] 陈端兵, 白薇, 王岩, 等. 新型冠状病毒肺炎防控效果的定量评估 [J]. *电子科技大学学报*, 2020, DOI: 10.12178/1001-0548.2020144.

CHEN Duan-bing, BAI Wei, WANG Yan. Quantitative

- evaluation of the prevention and control effects of COVID-19[J]. *Journal of University of Electronic Science and Technology of China*, 2020, DOI: [10.12178/1001-0548.2020144](https://doi.org/10.12178/1001-0548.2020144).
- [7] READ J M, BRIDGEN J R E, CUMMINGS D A C, et al. Novel coronavirus 2019-nCoV: Early estimation of epidemiological parameters and epidemic predictions[J]. *MedRxiv*, 2020, DOI: [10.1101/2020.01.23.20018549](https://doi.org/10.1101/2020.01.23.20018549).
- [8] MOORE S E, OKYERE E. Controlling the transmission dynamics of COVID-19[EB/OL]. [2020-04-02]. <https://arxiv.org/abs/2004.00443>.
- [9] KERMACK W O, MCKENDRICK A G. A contribution to the mathematical theory of epidemics[J]. *Proceedings of the Royal Society of London*, 1927, 115(722): 700-721.
- [10] QIU J. Covert coronavirus infections could be seeding new outbreaks[J]. *Nature*, 2020, DOI: [10.1038/d41586-020-00822-x](https://doi.org/10.1038/d41586-020-00822-x).
- [11] HU Zhi-liang, SONG Ci, XU Chuan-jun. Clinical characteristics of 24 asymptomatic infections with COVID-19 screened among close contacts in Nanjing[J]. *Science China Life Sciences*, 2020, DOI: [10.1007/s11427-020-1661-4](https://doi.org/10.1007/s11427-020-1661-4).
- [12] ZHOU T, LIU Q, YANG Z, et al. Preliminary prediction of the basic reproduction number of the novel coronavirus 2019-nCoV[J]. *Journal of Evidence-based Medicine*, 2020, DOI: [10.1111/jebm.12376](https://doi.org/10.1111/jebm.12376).
- [13] TANG Xiao-lu, WU Chang-cheng, LI Xiang. On the origin and continuing evolution of SARS-CoV-2[J]. *National Science Review*, 2020, DOI: [10.1093/nsr/nwaa036](https://doi.org/10.1093/nsr/nwaa036).
- [14] SHEN M W, PENG Z H, XIAO Y N, et al. Modelling the epidemic trend of the 2019 novel coronavirus outbreak in China[J]. *BioRxiv*, 2020, DOI: [10.1101/2020.01.23.916726](https://doi.org/10.1101/2020.01.23.916726).
- [15] 蔡毅, 邢岩, 胡丹. 敏感性分析综述[J]. *北京师范大学学报(自然科学版)*, 2008, 44(1): 9-16.
CAI Yi, XING Yan, HU Dan. On sensitivity analysis[J]. *Journal of Beijing Normal University (Natural Science)*, 2008, 44(1): 9-16.

编辑 税红