



基于最大连通子图相对效能的 相依网络鲁棒性分析

赵娜^{1,2,3}, 柴焰明^{1,2}, 尹春林³, 杨政³, 王剑^{4*}, 苏适³

(1. 云南大学软件学院 昆明 650091; 2. 云南大学软件学院软件工程重点实验室 昆明 650091;

3. 云南电网有限责任公司电力科学研究院 昆明 650217; 4. 昆明理工大学信息工程与自动化学院 昆明 650504)

【摘要】目前鲁棒性指标的研究主要针对单一网络,而对相依网络的探究较少。为此,该文对鲁棒性研究中几个常用的鲁棒性指标进行探究,针对相依网络级联失效过程,提出了基于最大连通子图相对效能的鲁棒性度量指标,并通过仿真实验验证其合理性。结果表明,相比现有常用指标,该指标能更准确地衡量相依网络在级联失效过程中的鲁棒性变化,可适用于大规模相依网络中基于仿真的鲁棒性分析。

关键词 级联失效; 复杂网络; 相互依存网络; 鲁棒性

中图分类号 TP301 文献标志码 A doi:10.12178/1001-0548.2020440

Robustness Analysis of Interdependent Networks Based on the Largest-Component Relative Efficiency

ZHAO Na^{1,2,3}, CHAI Yan-ming^{1,2}, YIN Chun-lin³, YANG Zheng³, WANG Jian^{4*}, and SU Shi³

(1. School of Software, Yunnan University Kunming 650091;

2. Key Laboratory in Software Engineering of Yunnan Province, Yunnan University Kunming 650091;

3. Electric Power Research Institute of Yunnan Power Grid Kunming 650217;

4. College of Information Engineering and Automation, Kunming University of Science and Technology Kunming 650504)

Abstract The research on robustness indicators is mainly focused on single network, but less on interdependent networks. This paper explores some commonly used robustness indicators. Aiming at the cascading failure of interdependent networks, a new robustness indicator based on the largest-component relative efficiency is proposed. With the simulation for rationality verification, the results show that the indicator proposed in this paper is more accurate to measure the robustness variations of the interdependent networks in the cascading failure process than those are commonly used at present, and it can be applied to simulation-based robustness analysis for large-scale interdependent networks.

Key words cascading failure; complex network; interdependent network; robustness

随着社会和科技的发展,现实中各事物的联系越来越多,这些联系都可以用网络系统来描述。随着这些关系变得错综复杂,逐渐产生了两个甚至多个系统之间的联系,形成相互依存网络。为衡量相互依存网络在级联失效过程中的鲁棒性,需要一个能准确衡量鲁棒性的测度指标。目前大部分网络鲁棒性研究都直接采用攻击后最大连通子图比例作为鲁棒性指标,该指标虽能较合理反映网络鲁棒性,

但在实际应用时也因适用性和准确性的问题而常被诟病。此外,目前大多数鲁棒性指标都是针对单一网络,专门针对相互依存网络鲁棒性评价指标的探讨却较少。因此,有必要对常用鲁棒性指标进行准确性和适用性的探讨,并对相互依存网络的特点进行分析,提出新的相互依存网络鲁棒性指标。

本文对几个常用的具有代表性的鲁棒性指标进行分析,针对一般相依网络级联失效过程,提出了

收稿日期: 2020-12-18; 修回日期: 2021-03-12

基金项目: 国家重点研发计划(2018YFB2100100); 国家自然科学基金(62066048); 中国博士后科学基金(2020M673312); 云南省教育厅科学研究基金(2019J0010, 2019J0008); 云南省科技厅面上项目(202001BB050063)

作者简介: 赵娜(1982-),女,博士,副教授,主要从事复杂性科学、软件工程及数据挖掘等方面的研究。

通信作者: 王剑, E-mail: 1528906057@qq.com

最大连通子图相对效能比的鲁棒性度量指标。通过相互依存网络级联失效模型的攻击实验表明,相比于现有常用指标,该指标能更准确地衡量相依网络在级联失效过程中的鲁棒性变化,在大规模的网络中具有明显优势,可适用于相依网络中基于仿真的鲁棒性分析。

1 研究现状

复杂网络的鲁棒性研究最初起源于 2000 年。文献 [1] 最先提出以最大连通子图和平均最短距离作为鲁棒性指标对复杂网络的鲁棒性进行研究,在国内外引起了广泛关注。目前大部分的文献都采用最大连通子图及其变形来度量网络的鲁棒性(如网络攻击前后最大连通子图规模比例、连通子图个数等),并且以网络的攻击实验作为研究鲁棒性的主要方式。文献 [2] 从网络构建的角度,提出用自然连通度作为鲁棒性指标来分析使用不同方式给网络增边后对鲁棒性的影响。文献 [3] 将自然连通度指标放入网络攻击实验中进行了验证。文献 [4] 对自然连通度做了优化,提出基于禁忌搜索以及网络效率权衡优化模型的方法优化网络鲁棒性。文献 [5] 提出了一种提高复杂网络结构鲁棒性方法,使用连通度、失效节点比例、网络效率等多个鲁棒性度量指标,并在车载自组织网络中进行应用分析。文献 [6] 基于 MapReduce 框架的网络,给出了连通率和效率比两个鲁棒性指标观测不同攻击策略下网络的鲁棒性。文献 [7] 从点韧性度的角度设计了一个基于粒子群的网络鲁棒性计算的改进算法。文献 [8] 从攻击方式的角度提出了介度熵鲁棒性度量方法,验证了介度中心性的攻击方式优于传统攻击方式。文献 [9] 则以图熵的角度构建介度熵指标,依据冯诺依曼熵提出了子图信息熵和 H 信息熵的鲁棒性指标。文献 [10] 就谱图论,采用 Kirchhoff 指数衡量网络鲁棒性以寻找并获取网络中较为稳定的边界。

相依网络鲁棒性研究最早开始于 2010 年。文献 [11] 基于渗流理论构建了级联故障渗流模型,并对相依网络鲁棒性进行了研究。文献 [12] 使用小世界网络、随机网络和无标度网络,研究了由不同类型网络构成的相依网络在目标攻击和随机攻击下的鲁棒性。文献 [13] 指出相依网络中网络间的相依方式有同配相依(度数相近)、异配相依(度数相差较大)、随机相依 3 种,并使用 BA-BA 相依网络模型研究不同相依方式下耦合强度对网络鲁棒性

能的影响。文献 [14] 就相依网络中出现的级联失效现象,构建了基于负载重分配的级联失效模型,以相依边的负载作为耦合强度来探究耦合强度对网络鲁棒性的影响,发现鲁棒性与耦合强度并非单调性关系。文献 [15] 改进了传统负载级联失效模型,重新定义了节点失效条件,并使用介数作为网络相依方式的界定因素,进而发现鲁棒性与网络间相依方式、耦合强度和重要节点密切相关,且影响程度不同。文献 [16] 综合了以上研究结果,在基于负载的相依网络鲁棒性研究中,将相依方式整理为 7 种,其中包括从度相关和介数相关来构建同配异配相依方式,甚至是度和介数混合相依,同时将节点初始负载定义为在度相关和介数相关之间可线性变换的方式。文献 [17] 针对异质弱相依的相依网络进行鲁棒性研究,其中考虑到节点失效后其相依节点的所有连接边不会全部失效,而是以一个概率失效,且每个边失效的概率也不同,研究得出网络鲁棒性与网络异质程度正相关。文献 [18] 研究了多重非对称相依网络的鲁棒性,发现在该网络模型中,具有多重相依关系的层会存在混合相变,而没有多重相依关系的另一层只出现一阶相变。

纵观以上研究可以发现,以上研究所采用的鲁棒性指标几乎都是最大连通子图比例及其变形,且已有的对鲁棒性指标的讨论也都是针对单一网络,而针对相依网络鲁棒性指标的讨论很少。此外,在相依网络研究中,大部分都过于依赖单一网络的思想,导致鲁棒性指标也采用单一网络的指标而没有考虑其在相依网络中的适用性。因此,本文针对一般相依网络级联失效过程,提出了新的鲁棒性度量指标,目的在于使鲁棒性指标更好地适用于相依网络且具有较高准确性。

2 相依网络的级联失效模型

2.1 相依网络的构建

为了使研究更具代表性,同时降低研究的复杂性,本文只考虑由两个网络构成的相依网络,且根据一对一相依关系来构建相依网络模型。

根据复杂网络理论,相依网络一般用基于图论的数学模型来表示^[16]。单个网络用图 $G(V, E)$ 来表示,其中 V 是图中所有节点的集合, E 是图中所有边的集合。对于两层相依网络,其子网络分为网络 A 和网络 B , 分别记为 $G_A(V_A, E_A)$ 和 $G_B(V_B, E_B)$ 。为了描述相依网络中网络间的相依关系,需额外构建矩阵来表示网络间节点相依边的邻接矩阵。则相

依网络可以表示为 $G_{AB}(G_A, G_B, E_{AB}, E_{BA})$, 其中 E_{AB} 、 E_{BA} 是网络 A 与网络 B 之间相依关系的邻接矩阵, 设两个网络的节点数分别为 $N_A = m, N_B = n$, 则以 E_{AB} 为例可表示为规模 $m \times n$ 的矩阵:

$$E_{AB} = \begin{bmatrix} e_{1,1} & e_{1,2} & \cdots & e_{1,n} \\ e_{2,1} & e_{2,2} & \cdots & e_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{m,1} & e_{m,2} & \cdots & e_{m,n} \end{bmatrix}$$

式中, $e_{i,j}$ 表示网络 A 中节点 i 与网络 B 中节点 j 的相依关系, 若存在相依关系, $e_{i,j} = 1$, 否则 $e_{i,j} = 0$ 。

本文研究一对一相依网络, 则网络模型可以在上述表达式的基础上做一些简化处理。首先, 一对一相依网络具有对称性, 其两个子网络的节点数相同, 即 $N_A = N_B$ 。其次, 设 $N_A = N_B = N$, 则一对一相依网络的相依关系邻接矩阵 E_{AB} 、 E_{BA} 的规模都是 $N \times N$, 并且满足 $E_{AB} = E_{BA}^T$ 。因此一对一相依网络模型可以简化为 $G_{AB}(G_A, G_B, E_{AB})$ 。

2.2 级联失效模型的构建

级联失效是复杂网络中的一种典型的故障传播模式。网络中, 在一个或部分节点因故障失效后, 会通过相依关系使相依节点发生失效, 进而引发其他节点接连失效, 产生级联效应, 最终导致网络大面积崩溃甚至完全崩溃。本文采用一般相依网络级联故障模型, 根据此模型可以得出节点失效的情况

如下: 1) 节点受到随机或蓄意的直接攻击影响而失效; 2) 一个节点的失效导致与其相依的节点失去了相依关系而失效; 3) 随着节点的失效导致网络中一些节点脱离了最大连通子图, 失去了与网络大部分节点的联系, 导致这些节点即使没有被直接攻击也会失效。

相依网络级联失效过程如下:

- 1) 攻击相依网络中的一个或一定比例的节点, 由于网络的相依性, 与该节点相依的节点也会失效 (之后任何节点失效时都伴随其相依节点失效)。
- 2) 检查剩余网络, 如果有节点脱离了最大连通子图, 该节点也视为失效。
- 3) 如果在步骤 2) 中有节点失效, 则重复步骤 2), 否则级联失效结束。

上述过程如图 1 所示, 其中, 相依网络由网络 A 和网络 B 构成。假设对节点 A_5 进行攻击, 使 A_5 失效, 从网络 A 中移除与 A_5 相连的边, 则与其相依的节点 B_5 因失去了相依关系而失效, 从网络 B 中移除与 B_5 相连的连接边, 此时网络达到阶段 1 的状态。随后, 随着 A_5 的失效, 节点 A_6 脱离了网络 A 的最大连通分量成为孤立节点, 导致其与其他节点失去联系而失效, 对应地其相依节点 B_6 失效。同理节点 B_4 成为孤立节点而失效, 其相依节点 A_4 失效。经过以上级联失效后最终形成阶段 2 的稳定状态。

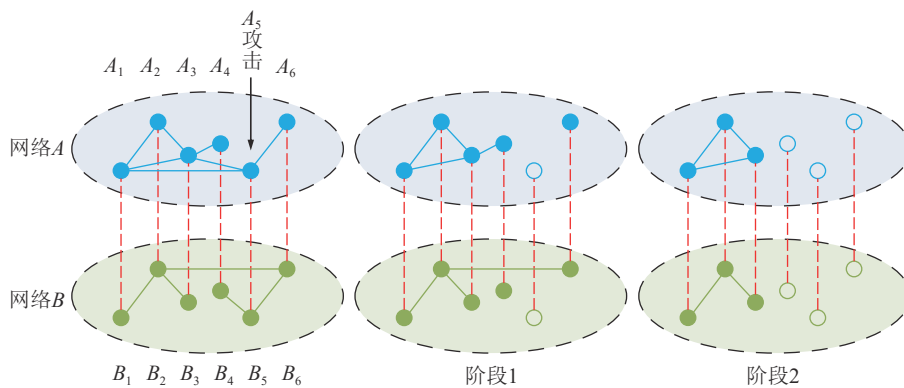


图 1 相依网络级联失效过程

3 相互依存网络鲁棒性指标构建

在基于仿真的鲁棒性分析中, 网络在受到攻击后, 主要关注的是其拓扑结构和连通性的变化。当前研究中最常用的最大连通子图比例和网络效能比指标也是基于这一思想。本文针对相依网络, 在最大连通子图比例和网络效能比的基础上, 考虑相依网络每个子网络在攻击前后相对于整个网络的连通

性, 提出了新的基于最大连通子图相对效能比的相互依存网络鲁棒性指标, 来衡量相依网络级联失效过程中网络鲁棒性变化状况。

3.1 常用鲁棒性指标定义

定义 1 攻击后网络最大连通子图比例 F

攻击后网络最大连通子图比例是目前复杂网络鲁棒性研究中最常用的指标, 指攻击后网络中最大

连通子图的节点数量与整个网络中全部节点数量的比值:

$$F = \frac{N'}{N}$$

式中, N' 表示网络受攻击后最大连通子图中的剩余节点数量; N 表示整个网络中全部节点的数量。该指标反映了网络遭受攻击后的拓扑结构的变化。

定义2 网络效能比 EM

网络效能是一个量化节点间连通性和通信效率的鲁棒性指标, 为网络中任意两个节点间最短路径距离的倒数的平均值。由于节点间最短路径又称为测地线, 因此网络效能也可以称为反测地线距离^[7]。对网络效能 E 的定义如下:

$$E = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i \neq j \in V} \frac{1}{d_{ij}}$$

式中, d_{ij} 为节点 i 和 j 间的最短路径长度, 若不存在通路, 则 $\frac{1}{d_{ij}} = 0$ 。为了便于对比网络攻击前后的效果, 需要将网络效能做归一化处理, 形成网络效能比指标 EM (efficiency measurement-ratio), 按下式计算:

$$EM = \frac{E_c}{E_i}$$

式中, E_i 和 E_c 分别为攻击前和攻击后的网络效率。按照性质可知, 网络效能比 EM 越大, 则网络鲁棒性越好。

3.2 最大连通子图相对效能比

级联失效过程中, 网络中任意节点在失效时, 并非将该节点从网络中完全移除, 而是使其失去所有连接边, 以孤立节点的形式存在于网络中。根据这一点可知, 设 N 表示整个网络中全部节点的数量, N' 表示网络受攻击后最大连通子图中的节点数量, 则网络在攻击前后 N 是不变的, 而 N' 逐渐减少, 若攻击后网络完全崩溃, 则网络中所有节点均为孤立节点, 不存在最大连通子图, 即 $N' = 0$ 。根据级联失效模型和渗流理论可知, 只有当节点在最大连通子图中时, 才能够保持正常运作, 而节点脱离了最大连通子图时, 会因失去与网络大部分节点的联系而失去正常工作的能力导致失效^[16]。而网络效能始终以整个网络的角度来衡量网络的连通性, 这会将已经失效的孤立节点也一并纳入衡量, 无法准确得知最大连通子图在级联失效过程中的变化情况。因此, 本文结合级联失效过程中网络全局和最

大连通子图的变化情况, 给出最大连通子图相对效能 LRE (largest-component relative efficiency) 的定义, 并进一步提出最大连通子图相对效能比 LREM (largest-component relative efficiency measurement-ratio)。

对于一个网络 n 中的最大连通子图, 其网络效能 E'_n 表示为:

$$E'_n = \frac{1}{N'_n(N'_n-1)} \sum_{i \neq j \in V'_n} \frac{1}{d_{ij}}$$

式中, V'_n 为网络 n 中最大连通子图的节点集合, 若 $N'_n < 2$ 时, $E'_n = 0$ 。考虑到指标需要度量网络整体的鲁棒性而不是只对最大连通子图进行度量, 设定最大连通子图的效能相对于整个网络要乘上最大连通子图比例的权重, 则得出在网络 n 受到攻击后, 最大连通子图相对效能 LRE 的定义如下:

$$LRE_n = F_n E'_n = \frac{1}{N_n(N'_n-1)} \sum_{i \neq j \in V'_n} \frac{1}{d_{ij}}$$

由上式可知, 在网络攻击前, $N'_n = N_n$, 此时 LRE 退化为网络效能。对于两层相依网络, 综合考虑网络 A 和网络 B 的 LRE 后取平均值, 则定义相依网络的 LRE 为:

$$LRE = \frac{1}{2}(LRE_A + LRE_B)$$

和网络效能同理, 为了对比攻击前后的效果, 对 LRE 进行归一化处理, 形成最大连通子图相对效能比 LREM 指标, 按以下公式计算:

$$LREM = \frac{LRE_c}{LRE_i}$$

式中, LRE_i 和 LRE_c 分别为攻击前和攻击后的 LRE 值。与 EM 同理, LREM 越大, 表示网络鲁棒性就越强。

4 仿真分析

本文在相依网络上进行级联失效模型仿真, 通过观察在不同的相依网络上各鲁棒性指标的表现, 来验证这些指标在相依网络中的鲁棒性度量是否合理且准确。

4.1 仿真实验设定

为了使实验更具代表性和直观性, 本文参照现实中常用的复杂网络结构, 设定仿真实验构建的相依网络模型由 BA 无标度网络模型和 WS 小世界网络模型两两相互连接构建而成, 构成 BA-BA、BA-

WS、WS-WS 相依网络模型,其中 BA 无标度网络模型是参照文献 [19] 提出的无标度网络演化算法构建的网络模型,WS 小世界网络模型则是遵循文献 [20] 提出的小世界网络演化算法来构建的模型。设定每个子网络规模 $N = 1000$,BA 网络遵循 $BA(N, m = 2)$,WS 网络遵循 $WS(N, K = 4, p = 0.5)$,则显然对于相依网络,平均度 $\langle k \rangle = 4$ 。两个网络间的相依方式为按照度数差的大小添加相依边,分为同配相依 (AL)、随机相依 (RL) 和异配相依 (DL) 3 种相依方式。相应地,攻击方式采用全网高度数蓄意攻击方式,从整个网络中攻击度数最高的数量比例为 p 的节点,并规定一个完全崩溃阈值 p_c 为使网络恰好完全崩溃时的 p 值。攻击全过程遵循 2.2 节中所述级联失效模型。所有实验结果均为实验 20 次后取平均值,进行对比的鲁棒性指标分别为网络最大连通子图比例 F 、网络效能比 EM 和最大连通子图相对效能比 LREM。

4.2 仿真结果分析

图 2 为 BA-BA 相依网络模型下攻击比例为 p 的节点各鲁棒性指标的变化情况。可以看出,在高度数蓄意攻击下,整个网络会显得非常脆弱。最坏的情况为在相依方式为异配相依,攻击比例 $p \approx 0.3$ 左右时网络就完全崩溃 ($F=0$),即 $p_c \approx 0.3$ 。而同配相依的 $p_c \approx 0.46$ 时网络才会完全崩溃,随机相依则介于同配相依与异配相依之间。结合 F 指标可得出,BA-BA 相依网络在全网蓄意攻击下,同配相依时鲁棒性最好,异配相依时鲁棒性最差。根据 BA 无标度网络的网络特性,每个节点更倾向于与度数大的节点相连接,则网络中度数大的节点会凝聚在一起。另外,鲁棒性指标 EM 和 LREM 的表现与 F 相似,随着 p 的增加,EM 和 LREM 都在逐渐减小,最终网络完全崩溃时,EM=LREM=0。网络破坏程度较小时,相比 F ,LREM 减小最快,EM 其次,且它们的值明显比 F 小,即 $LREM < EM < F$,这说明网络中从 LREM 体现的鲁棒性比 F 和 EM 更弱;而在网络接近崩溃时,EM 和 LREM 基本接近于 0,此时减小幅度放缓,但存在一个 p_m 值 ($p_m < p_c$),使得当 $p \in (p_m, p_c)$ 时 LREM 会略微大于 EM。这是因为 EM 是面向相依网络整体进行计算,而 LREM 是对相依网络中每个子网络的最大连通子图进行计算并取平均值,则在网络节点数较少时,相依网络整体的效能要低于每个子网络的平均效能。因此可以看出,相比 F 和 EM,LREM

对网络的鲁棒性的变化更加敏感,并在规模较大的网络中对鲁棒性的衡量具有较大优势。

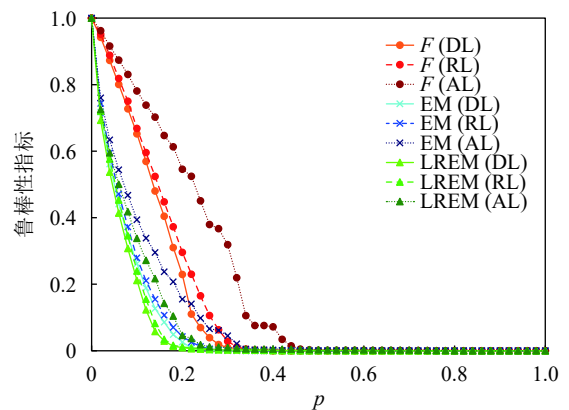


图 2 BA-BA 相依网络蓄意攻击下的鲁棒性

图 3 为 BA-WS 相依网络模型下攻击比例为 p 的节点各鲁棒性指标的变化情况。可以看出,3 种相依方式体现的鲁棒性在 $p < 0.1$ 时几乎相同,但在 $p > 0.1$ 以后发生分歧,和 BA-BA 网络同样表现为同配相依时鲁棒性最好 ($p_c \approx 0.6$),异配相依时鲁棒性最差 ($p_c \approx 0.4$)。此外,3 个指标的表现与 BA-BA 网络的基本相同,区别在于 EM 和 LREM 的差距较小。WS 网络的度分布较为均匀,没有度数明显高的节点,因此在全网高度数蓄意攻击下容易先从 BA 网络攻击。同理,BA 网络在大规模的蓄意攻击下,相依网络会迅速崩溃,但由于 WS 网络的存在使得网络的崩溃程度不及 BA-BA 网络。

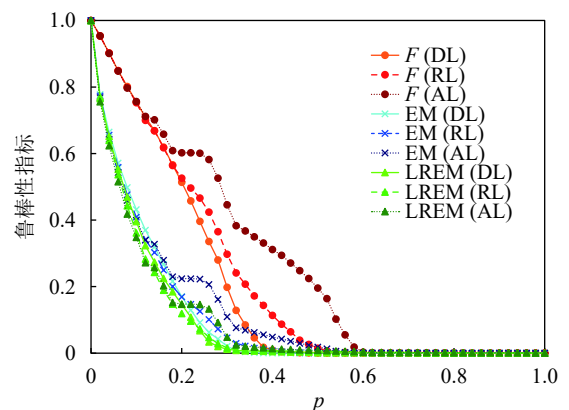


图 3 BA-WS 相依网络蓄意攻击下的鲁棒性

图 4 为 WS-WS 相依网络模型下攻击比例为 p 的节点各鲁棒性指标的变化情况。可以看到,无论哪种相依方式都有 $p_c > 0.8$,即网络完全崩溃的攻击比例都在 0.8 以上。由于相依网络中不含有 BA 无标度网络,所以相较于含有 BA 网络的相依网络来说,无论什么相依方式都比上述两种类型的

相依网络模型抵御蓄意攻击而产生的级联故障的能力要强。这说明了 WS-WS 相依网络模型具有很强的鲁棒性,同时体现了 WS 小世界网络抵御蓄意攻击能力较强的特性。从指标来看,在 WS-WS 网络下, LREM 的表现与之前相比发生了变化,在网络破坏程度较小时有 LREM 的值大于 EM 的情况出现。再结合图 2 和图 3 的结果,可以看出,在较为脆弱的网络中, LREM 对鲁棒性的反映比 EM 更小,在较为健壮的网络中则更大。这并不意味着 LREM 的敏感性在较为健壮的网络中不如 EM,而是说明 LREM 能更细致地凸显网络鲁棒性的强弱程度,也能看出 LREM 更加敏感。

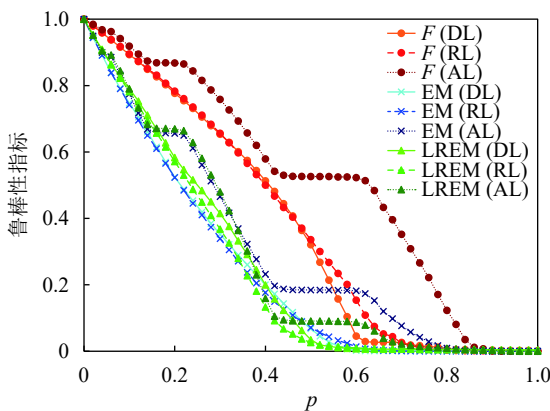


图 4 WS-WS 相依网络蓄意攻击下的鲁棒性

综合以上结果可以得出,在全网蓄意攻击下,含有 BA 无标度网络的相依网络的抵抗能力会减弱,同时同配相依时鲁棒性较好,异配相依时鲁棒性较差。在指标的表现上,本文提出的最大连通子图相对效能比 LREM 能够正确反映相依网络在级联失效过程中的鲁棒性变化情况,且任何情况下随着网络的逐渐破坏, LREM 的值始终小于最大连通子图比例 F ,即鲁棒性的减少程度明显大于 F 。对于网络效能比 EM,网络破坏程度较小时,在较为脆弱的网络中(如 BA-BA 网络) LREM 小于 EM,在较为健壮的网络中(如 WS-WS 网络)则大于 EM;在网络接近崩溃时,由于子网络连通性强于相依网络整体连通性导致 LREM 会略微大于 EM。由此表明,相比于现有常用指标最大连通子图比例 F 和网络效能比 EM,本文提出的最大连通子图相对效能比 LREM 对相依网络中鲁棒性的变化更加敏感,尤其在规模较大以及结构相对脆弱的网络中优势更大,能更准确细致地衡量相依网络在级联失效过程中的鲁棒性变化,适合大规模相依网络中的鲁棒性度量。

5 结束语

本文针对相依网络,结合现有常用的最大连通子图比例和网络效能比指标,综合考虑每个子网络在攻击前后网络全局和最大连通子图的连通性,提出了一个结合了最大连通子图比例和网络效能的鲁棒性度量指标——最大连通子图相对效能比 LREM,并在 BA-BA、BA-WS、WS-WS 相依网络模型下与现有常用指标进行对比研究。研究发现,最大连通子图相对效能比 LREM 相比于现有常用指标能更精确地衡量相依网络在级联失效过程中的鲁棒性变化,尤其在规模较大以及结构相对脆弱的相依网络中具有明显优势,是一个评估相依网络鲁棒性变化的合理度量指标。

本文为保证研究的代表性,主要针对两层一对一相依网络进行鲁棒性研究,而在现实的相依网络中还会存在很多非对称的相依关系,如部分相依、有向相依、一对多或多对多相依等,并且可能会出现更多层的网络以及节点或边带权等情况,需要综合考虑的因素较多。因此,在未来的工作中需要将 LREM 鲁棒性指标放入更加实际的应用环境中进行验证,综合考虑各种因素改进 LREM 指标,使其具有更加准确的度量效果。

本文研究工作还得到昆明市卫健委项目(2020-09-04-112)的资助,在此表示感谢。

参 考 文 献

- [1] ALBERT R, JEONG H, BARABASI A L. Error and attack tolerance of complex networks[J]. *Nature*, 2000, 406(6794): 378.
- [2] 吴俊,谭索怡,谭跃进,等.基于自然连通度的复杂网络抗毁性分析[J]. *复杂系统与复杂性科学*, 2014, 11(1): 77-86. WU Jun, TAN Suo-yi, TAN Yue-jin, et al. Analysis of invulnerability in complex networks based on natural connectivity[J]. *Complex Systems and Complexity Science*, 2014, 11(1): 77-86.
- [3] 王班,马润年,王刚.基于自然连通度的复杂网络抗毁性研究[J]. *计算机仿真*, 2015, 32(8): 315-318. WANG Ban, MA Run-nian, WANG Gang. Research on invulnerability of complex networks based on Natural Connectivity[J]. *Computer Simulation*, 2015, 32(8): 315-318.
- [4] 彭观胜.基于自然连通度的复杂网络抗毁性优化研究[D].长沙:国防科学技术大学,2015. PENG Guan-sheng. Optimizing complex network topology for robustness based on natural connectivity[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2015.
- [5] 冯慧芳,李彩虹.基于复杂网络的车载自组织网络抗毁性

- 分析[J]. 计算机应用, 2016, 36(7): 1789-1792.
FENG Hui-fang, LI Cai-hong. Invulnerability analysis of vehicular ad hoc network based on complex network[J]. Journal of Computer Application, 2016, 36(7): 1789-1792.
- [6] ZHU K L, LU Y L, YANG G Z. Study on invulnerability of the Internet based on MapReduce[C]//The 6th International Conference on Instrumentation & Measurement, Computer, Communication and Control (IMCCC). Harbin: IEEE, 2016: 526-531.
- [7] 孙成雨, 申卯兴, 史向峰. 网络抗毁性的点韧性度指标计算方法研究[J]. 计算机应用研究, 2017(7): 1997-2000.
SUN Cheng-yu, SHEN Mao-xing, SHI Xiang-feng. Study of computing method to node tenacity index for network invulnerability[J]. Application Research of Computers, 2017(7): 1997-2000.
- [8] 张昕, 郭阳. 复杂网络中的一种介度熵抗毁性度量方法[J]. 计算机工程与应用, 2020, 56(12): 105-111.
ZHANG Xin, GUO Yang. Betweenness-degree entropy invulnerability measurement method in complex networks[J]. Computer Engineering and Applications, 2020, 56(12): 105-111.
- [9] 董瑞. 复杂网络结构特性及其鲁棒性研究[D]. 兰州: 兰州理工大学, 2019.
DONG Men. Research on complex network structure characteristics and its Robustness[D]. Lanzhou: Lanzhou University of Technology, 2019.
- [10] GIAN P C, ALESSANDRA C. Bounding robustness in complex networks under topological changes through majorization techniques[J]. The European Physical Journal B: Condensed Matter and Complex Systems, 2020, 93(6): 114.
- [11] BULDYREV S V, PARSHANI R, PAUL G, et al. Catastrophic cascade of failures in interdependent networks[J]. Nature, 2010, 464(7291): 1025-1028.
- [12] CHENG Z, CAO J. Cascade of failures in interdependent networks coupled by different type networks[J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2015, 430: 193-200.
- [13] WANG J, LI Y, ZHENG Q. Cascading load model in interdependent networks with coupled strength[J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2015, 430: 242-253.
- [14] 陈世明, 邹小群, 吕辉, 等. 面向级联失效的相依网络鲁棒性研究[J]. 物理学报, 2014, 63(2): 432-441.
CHEN Shi-Ming, ZOU Xiao-Qun, LÜ Hui, et al. Research on robustness of interdependent network for suppressing cascading failure[J]. Acta Phys Sin, 2014, 63(2): 432-441.
- [15] 李从东, 李文博, 曹策俊, 等. 面向级联故障的相依网络鲁棒性分析[J]. 系统仿真学报, 2019(3): 538-548.
LI Cong-dong, LI Wen-bo, CAO Ce-jun, et al. Robustness analysis of interdependent networks for cascading failure[J]. Journal of System Simulation, 2019(3): 538-548.
- [16] 万皓. 相依网络在不同相依方式下级联故障的鲁棒性研究[D]. 南昌: 华东交通大学, 2017.
WAN Hao. Research on robustness of interdependent networks in different interdependent model on cascading failure[D]. Nanchang: East China Jiaotong University, 2017.
- [17] 韩伟涛, 伊鹏, 马海龙, 等. 异质弱相依网络鲁棒性研究[J]. 物理学报, 2019, 68(18): 222-229.
HAN Wei-tao, YI Peng, MA Hai-long, et al. Robustness of interdependent networks with heterogeneous weak inter-layer links[J]. Acta Phys Sin, 2019, 68(18): 222-229.
- [18] ZHANG H, ZHOU J, ZOU Y, et al. Asymmetric interdependent networks with multiple-dependence relation[J]. Physical Review E, 2020, 101(2): 022314.
- [19] BARABASI A L, ALBERT R. Emergence of scaling in random networks[J]. Science, 1999, 286(5439): 509-512.
- [20] WATTS D J, STROGATZ S H. Collective dynamics of "small-world" networks[J]. Nature, 1998, 393(6684): 440-442.

编辑 蒋晓