

用 M 带小波变换实现图像的边缘检测*

唐向宏* * 龚 宇 龚耀寰

(电子科技大学电子技术系 成都 610054)

【摘要】 小波变换是一种时频域信号分析理论,是信号分析处理的一种强有力的新工具。文中根据小波变换特点和边缘的时频空特性,在 Mallat 关于小波边缘提取理论的基础上,将二通道小波变换的边缘提取问题推广到 M 通道小波变换的边缘提取,讨论和分析了如何利用 M 带小波来获取边缘的方法和实现步骤。

关键词 小波变换; 边缘检测; 零交叉; 多分辨分析

中图分类号 TN713

关于图像边缘特征提取的问题一直是人们非常感兴趣的问题,为了获得图像的边缘信号,人们从不同途径对它进行了研究,拉普拉斯“零交叉”方法尤为成功^[1]。近年来随着小波理论的发展和运用,人们又将小波理论应用于图像边缘的检测问题,尤为成功的应用是 Mallat 小波边缘极大值检测方法,从而使得小波变换理论成为提取边缘信号的有力工具。本文在 Mallat 关于小波边缘特征提取理论的基础上,结合边缘信号的特点,将二通道小波变换的提取问题推广到 M 通过小波变换的边缘提取,讨论和分析了如何利用 M 带小波来获取边缘的方法和实现步骤。

1 小波变换及 Mallat 小波边缘提取方法

设尺度函数为 $Q(t)$, 对应的小波为 $J(t)$, 根据小波变换理论,二进离散小波变换下的尺度函数和小波应满足双尺度方程^[2]

$$-\frac{1}{2}Q(t) = \sum_n h(n)Q(2t - n) \quad (1)$$

$$-\frac{1}{2}J(t) = \sum_n g(n)J(2t - n) \quad (2)$$

对任意一函数或信号 $f(t) \in L^2(R)$, 在 2^j 尺度下的离散小波变换为

$$D_j f = 2^{j/2} \int_R f(t) J(2^j t - k) dt \quad (3)$$

写成内积形式为

$$D_j f = \langle f(t), J_{j,k} \rangle \quad (4)$$

其中

$$J_{j,k} = 2^{j/2} J(2^j t - k)$$

在尺度 2^j 所平滑的信号由下式给出

$$A_j^d f = 2^{j/2} \int_R f(t) Q(2^j t - k) dt \quad (5)$$

写成内积形式

$$A_j^d f = \langle f(t), Q_{j,k} \rangle \quad (6)$$

① 1996 年 4 月 25 日收稿, 1996 年 6 月 15 日修改定稿

* 国家自然科学基金资助项目

** 男 33 岁 博士生

其中 $Q_k = 2^{-j/2} Q(2^{-j}t - k)$

并且小波变换 $D_j f$ 与平滑分量 $A_j^d f$ 满足递推公式

$$A_{j+1}^d f = \sum_k h(n - 2k) A_j^d f + \sum_k g(n - 2k) D_j f \quad (7)$$

$$D_j f = \sum_k g(k - 2n) A_{j+1}^d f \quad (8)$$

$$A_j^d f = \sum_k h(k - 2n) A_{j+1}^d f \quad (9)$$

完成对信号 $f(t)$ 的多分辨分解与重构

多尺度边缘检测就是利用一平滑函数 $\theta(t)$, 在不同的尺度下平滑所检测的信号, 根据一次、二次微分找出它的突变点。一次微分的极值点对应二次微分的零交叉点和平滑后信号的拐点。Mallat 根据边缘检测这一原理, 结合小波变换理论提出^[3]: 当所选择的小波函数 $J(t)$ 与平滑函数 $\theta(t)$ 满足

$$J(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (10)$$

时, 则可根据小波变换系数 $D_j f$ 的极值情况来进行边缘的检测。具体方法是: 1) 对所给定的图像的每一行执行式 (8)、(9) 的变换计算, 找出小波变换 $D_j f$ 的最大值; 2) 对所给定图像的每一列重复执行式 (8)、(9) 的变换计算, 找出小波变换的最大值; 3) 对分别两次得到极大值的点确认为边缘点

2 信号的 M 通道小波变换及边缘检测方法

由于 Mallat 小波边缘检测是基于“二进”(或二通道)小波变换来进行的, 下面我们将这一情况推广到多通道 (M 通道或 M 带)小波变换情况, 讨论 M 通道小波变换的边缘检测问题

根据 M 带小波变换理论^[4,5], 设尺度函数为 $Q(t)$, 则对应的小波共有 $M-1$ 个, 记为 $J^{(i)}(t)$, $i =$

$$1, 2, \dots, M-1, \text{ 满足 } Q(t) = M^{-j/2} \sum_n h(n) Q(M^{-j}t - k) \quad (11)$$

$$J^{(i)}(t) = M^{-j/2} \sum_n g^{(i)}(n) J(M^{-j}t - k) \quad (12)$$

设任意一信号 $f(t) \in L^2(R)$, 由 M 带小波变换的多分辨分析理论, $f(t)$ 的 M 带小波变换为

$$D_j^{(i)} f = \langle f(t), J_{j,k}^{(i)}(t) \rangle \quad (13)$$

其中 $J_{j,k}^{(i)} = M^{-j/2} J^{(i)}(M^{-j}t - k)$

$$\text{在尺度 } M^j \text{ 所平滑的信号为 } A_j^d f = \langle f(t), Q_k(t) \rangle \quad (14)$$

其中 $Q_k = M^{-j/2} Q(M^{-j}t - k)$

并且小波变换 $D_j^{(i)} f$ 和平滑分量 $A_j^d f$ 满足下面的递推公式

$$A_{j+1}^d f = M^{-1/2} \sum_n h(k - Mk) A_j^d f \quad (15)$$

$$D_{j+1}^d f = M^{-1/2} \sum_n g(k - Mn) A_j^d f \quad (16)$$

$$A_j^d f = M^{-1/2} \sum_k h(n - Mk) A_{j+1}^d f + M^{-1/2} \sum_{i=1}^{M-1} \sum_k g^{(i)}(n - Mk) D_{j+1}^{(i)} f \quad i = 1, 2, \dots, M-1 \quad k \in z \quad (17)$$

完成对信号 $f(t)$ 的多分辨分解与重构

在 M 带小波变换中, 由于尺度函数 $Q(t)$ 对应了 $M-1$ 个小波函数, 因此不能直接应用 Mallat

小波边缘检测理论来进行边缘检测。零交叉检测边缘是利用边缘信号在时域空间上的突变来进行检测的(如图像灰度的突变),根据文献[6]可知,时域空间中的边缘对应于频域中与边缘垂直方向上的高频成分,因此,我们根据边缘的时域和频域空间中的特性,对一给定的二维图像 $f(x, y) \in L^2(R^2)$ 采用以下方法来实现边缘的提取

首先将所给图像 $f(x, y)$ 分别对 $O_j^{(i)}, j^{(i)} j^{(j)} (i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, M-1)$ 作小波分解求极大小波变换值,并将所得极值进行叠加构成水平方向图像的小波变换的最大值,以实现水平方向的高通滤波,获取水平方向的边缘信号;其次将图像 $f(x, y)$ 分别用 $j^{(i)} O_j, j^{(i)} j^{(j)} (i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, M-1)$ 作竖直方向上的小波变换求得极大值,并将所得极值进行迭加构成竖直方向图像的小波变换的极大值,以实现竖直方向的高通滤波,获取竖直方向的边缘信号;然后将水平方向与竖直方向的 M 带小波变换所得结果进行迭加,并将迭加的结果与一阈值作比较,当超过阈值时,则判为边缘点,反之则不是;最后将所接受的点连接成链,即可得图像的边缘

3 计算结果与讨论

M 带小波边缘检测算法在原始图像 Lena(256×256×8 bits)上进行,所选用的 M 带小波所对应的滤波器为 8 点 4 带 FIR-QMF,其系数如表 1 所示,图 1 给出了利用 M 带小波系数最大值作为阈值的边缘检测结果,从图中我们可清晰分辨图像中的轮廓特征,实验结果证实这种算法边缘局部性很好,从而实现了 M 带小波变换的边缘检测

表 1 滤波器参数

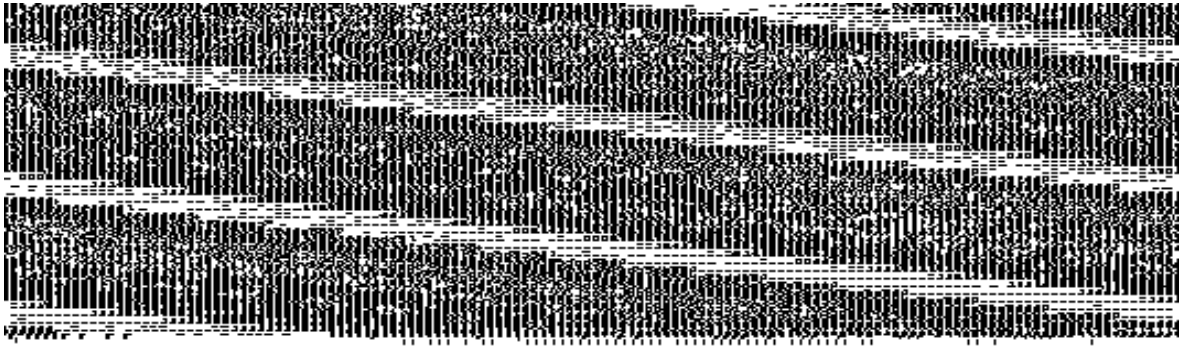
$h(n)$	$g_{(n)}^{(1)}$	$g_{(n)}^{(2)}$	$g_{(n)}^{(3)}$
0.114 701	0.026 913	0.135 299	-0.076 641
0.385 299	-0.326 641	-0.218 254	0.076 641
0.576 641	-0.488 852	-0.326 641	0.114 701
0.576 641	0.135 299	0.680 194	-0.385 299
0.385 299	0.680 194	-0.135 299	0.576 641
0.114 701	0.326 641	-0.488 852	-0.576 641
-0.076 641	-0.218 254	0.326 641	0.385 299
-0.076 641	-0.135 299	0.026 913	-0.114 701



(a) 原始图像

(b) 水平方向的边缘信号

图 1 M 带小波系数最大值检测结果



(c) 竖直方向的边缘信号

(d) 整个图像的边缘信号

续图 1 M 带小波系数最大值检测结果

参 考 文 献

- 1 马尔 D. 视觉计算理论. 北京: 科学出版社, 1988
- 2 Mallat S G. A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation. IEEE Tran PAMI, 1989, 11: 674~ 693
- 3 Mallat S G. Characterization of signals from multiscale edges. IEEE Tran PAMI, 1992, 14: 710~ 732
- 4 Zou Z, Tewfik A H. Discrete orthogonal M -band wavelet decomposition. In Proc ICASSP, San Francisco, CA, 1992, 4(IV): 605~ 608
- 5 Steffen P, Heller P H, Burrus C. Theory of regular M -band wavelet bases. IEEE Tran Signal Processing, 1993, 41(2): 3 497~ 3 511
- 6 Ikonomopoulis A, Kunt M. High compression image coding via directional filtering. Signal Processing, 1985, 8: 179~ 203

Edges Detection Image with M -Band Wavelet Transform

Tang Xianghong Gong Yu Gong Yaohuan

(Dept. of Electronic Tech., UEST of China Chengdu 610054)

Abstract How to detect the edges of image is a very interesting subject. The wavelet transform is a very useful tool for signal processing, especially the multiresolution representation are very effective for analyzing the information content of signals. This paper utilizes the property of the wavelet transform and edges, based on the theory of Mallat's characterization of signals from multiscales edges and discusses the method of characterization of signals from multiscales edges about M -band wavelet transform. Using the method, the edges of image can be detected. Experimental results are given, which show that the algorithm is simple, reliable and very useful for detecting edges of image.

Key words wavelet transform; edge detection; zero-crossing; multiresolution analyzing

编辑 徐培红