第 26卷 第 4期　　电 子 科 技 大 学 学 报　　Vol. 26 No. 4
1997年 8月　　Journal of UEST of China　　Aug. 1997

一种化简逻辑函数的新方法

徐文芳*
(成都市职工大学 成都 610016)

【摘要】 介绍了一种化简逻辑函数的新方法。该方法是用寻找可消变量最小项求出本原蕴含项;用分析最小项的包含情况求出本质蕴含项;对大于四变量的函数采用分解变量的方法化简。该方法使多变量函数化简准确、迅速。文中实例的化简数据由自编软件给出。

关 键 词 逻辑函数化简; 最小项; 约束项; 本原蕴含项; 本质蕴含项

中图分类号 TN791

1 求本原蕴含项

按照最小项中含“1”的个数分组,然后相邻两组比较,用 $AB+A\overline{B}=A$ 公式化简,采用寻找可消变量的方法求本原蕴含项。方法的思路为:先求出 k组对应的每个最小项能够消去一个变量的组合形式,然后在 $(k+1)$组中寻找其对应的最小项,找得到必能消去一个变量。

例 $F(A,B,C,D)=\overline{A}\overline{B}C+AD+B\overline{D}+C\overline{D}+A\overline{C}+\overline{A}D$

函数对应的最小项共 13个,按含 1的个数分组后数据如下:

k(分组中含“1”的个数)	0	1	2	3	4
N(每组对应最小项个数)	1	3	5	3	1

$k=1$组对应的最小项为 m_2,m_4,m_8; $k=2$组对应的最小项为 $m_3,m_6,m_9,m_{10},m_{12}$

m_2要想消去一个变量对应的变量组合只有 3个取值,即对应 3个最小项,它们是 m_{10}(A取反变量); m_6(B取反变量); m_3(D取反变量)。其中无 C取反变量,这是因为 $C=1$,若取反变量,则 m_2变为 m_0为 $k=0$组元素,不可能与 $k=2$组有可消的取值。

由上面的分析,只要在 $k=2$组中寻找 m_{10},m_6,m_3即可。有则消去一个变量,无则保留。同理,对 $k=1$中 m_4,只需要 $k=2$组中寻找 m_{12},m_6,m_5三个最小项;对 $k=1$中 m_8,只需在 $k=2$组中寻找 m_{12},m_{10},m_9三个最小项,完成比较只需 9次寻找。

$k=2$组中含两个“1”,对应两个“1”的变量取反其最小项必在 $k=0$和 $k=1$组中,$k=2$组只需在 $k=3$组中寻找两个最小项 总寻找次数为: $2\times5=10$

依此类推,设变量数为 A,k组含 N个最小项,则 k组与 $(k+1)$组比较寻找次数$=(A-k)N$。以上例数据消去一个变量,总寻找次数为 $U=4+9+10+3=26$次。

在数据库技术中用快速寻找可迅速完成。概括此方法可描述如下:函数对应的最小项,按含“1”个数分组。逐个将 k组的最小项中取值为“0”的逐位求反,分别在 $(k+1)$组中寻找与其相同的最小项,有则将求反的变量消去,比较完成后 $(k+1)$组与 $(k+2)$组按此方法继续寻找消去变量……。被消去变量的项又重复分组比较,直到无消去变量为止。

⑳ 1995年 11月 17日收稿,1995年 12月 25日修改定稿
* 女 54岁 大学 副教授

2 求本质蕴含项

用本原蕴含项作纵坐标,本原蕴含项对应的最小项编号作横坐标,形成蕴含表。下面分析最小项包含情况,求出本质蕴含项。

1) 利用一个最小项只被一个本原蕴含项包含,称为独含,选出这个本质蕴含项。

2) 利用一个本原蕴含项对应的最小项全部包含在另一个本原蕴含项的最小项中,称为行含。消去被行含的本原蕴含项。

3) 分析最小项包含情况:

(1) 每个最小项都被两个以上本原蕴含项所包含,则选定一个最小项,任消去一个本原蕴含项,余者为本质蕴含项,并打上记号,再检查是否有独含和行含的情况并进行处理。然后再分析包含情况按以上步骤消去多余的本原蕴含项,但不能消去有记号的本质蕴含项。

(2) 无论如何重复包含,取最小包含数 L,任选一个最小项,在 L 个本原蕴含项中任留一个,其余消去,留者为本质蕴含项,再检查独含、行含……一直到留下的全部为本质蕴含项为止。

每消一个本原蕴含项,就需重复检查独含、行含和包含情况。

含有约束项的函数在求本原蕴含项时,当按对应函数值为"1"来处理,然后将所有约束项对应的最小项全部消去,再用求本质蕴含项方法化简。

例 $F=\sum m(0, 1, 2, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 15)$

第一步化简: $F = P_1+P_2+P_3+P_4+P_5+P_6+P_7+P_8+P_9+P_{10}=$

$$\bar{A}\bar{B}\bar{C}+\bar{A}\bar{C}\bar{D}+\bar{A}C\bar{D}+A\bar{C}\bar{D}+\bar{A}BC+A\bar{B}C+AB\bar{C}+ACD+\bar{B}\bar{D}+BD$$

第二步化简: 列蕴含表,见表1。

表 **1** 蕴含表

m	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
p_1	1	1														
* p_2		1				1										
p_3			1				1									
p_4									1				1			
* p_5							1	1								
p_6											1	1				
* p_7													1	1		
* p_8												1				1
* p_9	1		1						1		1					
p_{10}						1		1						1		1

由蕴含表可知,属于被两个以上包含,具体化简为: 选最小项 m_0 开始处理,m_0 被 P_1 和 P_9 包含:

方法一: 1) 消 P_1,则 P_9 为本质蕴含项在 P_9 处打"* ";

2) 观察有无独含,发现 m_1 为 P_2 独含,在 P_2 处打"* ",当 P_2 为本质蕴含项时,m_5 原被 P_2 和 P_{10} 包含,则必消 P_{10}。

3) 消去 P_{10} 后对 m_7 来说,P_5 为独含在 P_5 处打"* ",m_6 被 P_5 和 P_3 包含,则必为消 P_3;

4) m_8 被 P_4 和 P_9 包含,P_9 已打"* ",则消去 P_4,m_{12} 被 P_4 与 P_7 包含,P_4 消去,P_7 为本质蕴含项,P_7 处打"* "。

5) m_{10}被 P_9和 P_6包含,P_9已打“* ”,P_6消去,m_{11}被 P_6与 P_8包含,P_6消去,P_8独含,在 P_8处打“* ”。

1)~ 5)除消去的本原蕴含项 P_1、P_{10}、P_3、P_4、P_6外,P_9、P_3、P_5、P_7、P_8为本质蕴含项,函数最简式为　$F= P_2+ P_5+ P_7+ P_8+ P_9$

方法二: 若消去 P_9, P_1 为本质蕴含项,则得出最简式

$$F = P_1 + P_3 + P_4 + P_6 + P_{10}$$

3　分解变量法

当变量个数大于 4时,按以下方法分解变量,分解后按 1 2方法进行化简,得到结果后再用 $A + \bar{A}B = A + B$公式化简得到最简式。

3.1　分解变量,按“1, 2”步骤化简

以五变量为例,变量排列顺序 $ABCDE$,把 A取出,$BCDE$为四变量,这样可以把最小项分为两组: $A= 0$,对应一个四变量函数 F_1; $A= 1$,对应一个四变量函数 F_2,则 $F= \bar{A}F_1+ AF_2$化简时,采用先化简四变量,然后加入五变量,$A= 0$的作为一组与 $A= 1$作为一组,类似 k组与 $(k+ 1)$组化简。

按照这个思路,对多变量都可以分解。此化简方法是先化简最低四位,然后不断加入一个已知取值的高变量再化简。

3.2　利用 $A+ \bar{A}B = A+ B$化简得到最简式

第一步得到的结果是与或项最简,但变量个数不是最简,这是因为在分解变量时,没有把对应函数值为“1”的最小项全部按含“1”的个数分组,而是按四变量为最基本单元分组,因此高变量可以消去机会错过,因而需要用第二步继续化简。

例　$F= AD+ A\bar{D}+ AB+ \bar{A}C+ BD+ ACEH+ \bar{B}EH+ DEHG$

函数对应的最小项共 108个,分解变量法过程如下:

第一步　按最低四位分组,共分 8个组:

第一组　$\sum m(6, 7, 14, 15)$ 化简结果为 000 – 11 – (其中 D, G被消去,用“ – ”表示);

第二组　$\sum m(16, 17, \cdots\cdots, 30, 31)$　化简结果为 001—;

第三组　$\sum m(40, 41, \cdots\cdots, 46, 47)$　化简结果为 0101—;

第四组　$\sum m(48, 49, \cdots\cdots, 62, 63)$　化简结果为 011——;

第五组　$\sum m(64, 65, \cdots\cdots, 78, 79)$　化简结果为 100——;

第六组　$\sum m(80, 81, \cdots\cdots, 94, 95)$　化简结果为 101——;

第七组　$\sum m(96, 97, \cdots\cdots, 110, 111)$　化简结果为 110——;

第八组　$\sum m(112, 113, \cdots\cdots, 126, 127)$　化简结果为 111——;

第二步　加入高变量化简过程,如图 1所示。

结果为 $F= \bar{A}\bar{B}\bar{C}EH+ \bar{A}C+ \bar{A}B\bar{C}D+ A$

此式显而易见,不是最简式

利用 $A+ \bar{A}B= A+ B$化简,得到最简式。

$$F = A + C + B\bar{C}D + \bar{B}\bar{C}EH = A + C + BD + \bar{B}EH$$

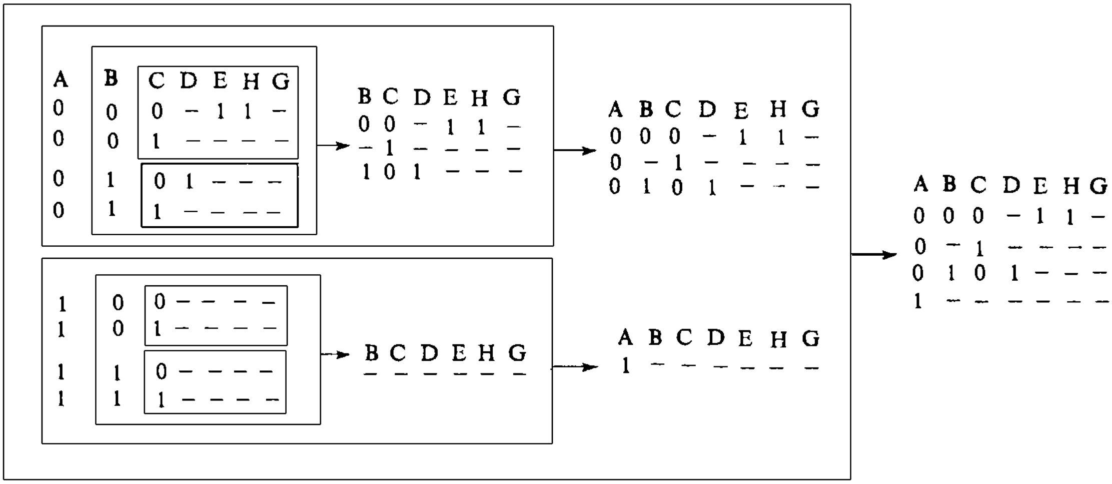

图 1 化简过程图

4 方法实现

本文介绍的方法尤其适用于五变量以上的逻辑函数的化简。利用自编的化简软件可投入使用。该软件操作简单,使用方便。 化简时间与变量数目对照如表 2所示。

表 2 变量个数与化简时间对照表

变量个数	4	5	6	7
化简时间 /min	0. 5~ 1	1~ 2	2~ 3	7~ 8

参 考 文 献

1 张 瑞.数字电路与逻辑设计.北京:高等教育出版社,1985

2 李士雄.电子技术基础例题习题集 [数字部分].北京:高等教育出版社,1985

3 清华大学电子学教研组编.数字电子技术基础简明教程.北京:高等教育出版社,1985

A New Method on Simplification of Logic Function

Xu Wenfang

(ChengDu Workers and Staff College ChengDu 610054)

Abstract A new method on simplification of the logic function is introduced in this paper. The method is to find the primitive implicant by seeking the minimum of the eliminable variable, to find the essential implicant by analysing the inclusion of the minimum, and to simplify the function more than tetravariable by resolving the variables. The method makes the simplification of the multi-variable exactly and rapidly. The simplification data of the examples are also given.

Key words simplification of the logic function; minimum; bound variable; primitive implicant; essential implicant

编辑 徐培红