

BWO 慢波结构几何参数的研究*

李大治** 杨梓强 梁正

(电子科技大学高能电子所 成都 610054)

【摘要】 推导出了相对论返波管(BWO)的色散方程,通过数值计算的方法,分析了慢波结构的几何参数(波纹深度和波纹周期长度)对相对论返波管的电子调谐性能、频带宽度及增长率等参量的影响。

关键词 返波管; 慢波结构; 色散方程; 波纹深度; 波纹周期长度;

中图分类号 0572.243

相对论返波振荡器是一种重要的受激切仑柯夫器件,它可以在微波波段产生百兆瓦以上的电磁辐射功率^[1,2],频率从 9 GHz ~ 33 GHz 均有报道^[3~5],效率达到 35%,具有高功率和高效率的特点,因而有着重要的应用前景,而且还成功地用作自由电子激光的泵源,产生了第一代电磁波泵自由电子激光 EM-FEL。本文从建立相对论返波管的物理模型出发,推导出了色散方程,通过数值计算,对色散方程求解,从而分析了 BWO 慢波结构的几何参数(波纹深度和波纹周期长度)对相对论返波管的电子调谐性能、频带宽度及增长率等参量的影响。

1 物理模型

1.1 慢波结构

本文所研究的相对论返波管,采用了如图 1 所示的慢波结构。波纹波导为圆柱对称,波纹呈正弦变化且满足数学关系

$$R(z) = R_0 + h \cos(k_0 z)$$

式中 R_0 为波导的平均半径; h 为波纹深度; $k_0 = 2\pi/z_0$ 是波纹波数, z_0 为波纹周期长度。

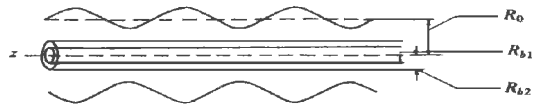


图 1 相对论返波管慢波结构示意图

一束有限厚度的环形电子注穿过慢波结构,内外半径分别为 R_{b1} 和 R_{b2} ,密度为 N_b ,则电子注等离子体振荡频率为 $\omega_b = (N_b e^2 / m \epsilon_0)^{1/2}$,此系统放置在沿 \vec{z} 轴方向的无限大强磁场中。

1.2 介电张量

在有磁场时,等离子体为各向异性电介质。当引导磁场无限大时,电子注等离子体的介电张量可表示为^[1]

$$me \quad [\epsilon] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中

* 1997 年 4 月 2 日收稿,1997 年 10 月 17 日修改定稿

* 国家自然科学基金资助项目,基金号:69678091

** 男 27 岁 博士生

$$\epsilon_{zz} = 1 - \frac{\omega_b^2}{\gamma^3(\omega - k_n v)^2}$$

式中 γ 为相对论因子; k_n 是波数, 将在后面定义。

2 色散方程

由麦克斯韦方程组及式(1), 并考虑弗罗盖定理, 可推得该系统中的 TM 场为

$$E_z(r, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_{zn} \exp[j(\kappa_n z - \omega t)] \quad (2)$$

$$E_r(r, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{j\kappa_n}{(\omega^2/2) - \kappa_n^2} \exp[j(\kappa_n z - \omega t)] \frac{dE_{zn}}{dr} \quad (3)$$

在不同区域, E_{zn} 表示为

$$k_n = k_z + nk_0$$

$$E_{zn} = A_n J_0\left(\frac{y_n}{R_0} r\right) \quad 0 \leq r \leq R_{b1}$$

$$E_{zn} = B_n J_0\left(\frac{x_n}{R_0} r\right) + C_n N_0\left(\frac{x_n}{R_0} r\right) \quad R_{b1} < r \leq R_{b2}$$

$$E_{zn} = D_n J_0\left(\frac{y_n}{R_0} r\right) + F_n N_0\left(\frac{x_n}{R_0} r\right) \quad R_{b2} < r \leq R(z)$$

$$x_n^2 = R_0^2 \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_n^2 \right) \left[1 - \frac{\omega_b^2}{\gamma^3(\omega - k_n v)^2} \right]$$

$$y_n^2 = R_0^2 \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_n^2 \right)$$

在没有电子注的区域 $\epsilon_{zz} = 1$ 。利用连续性条件及如下的边界条件

$$ce \quad E_z[r = R(z)] + E_r[r = R(z)] \frac{dR(z)}{dz} = 0 \quad um \quad (4)$$

把场的表达式代入式(4), 就可以推得 ω 和 k_z 之间的关系。为了便于分析, 通常还要做如下数学处理^[1], 即给方程(4)乘以 $\exp(-jm k_0 z)$, 并在一个周期内对 z 积分, 得

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \int_{-\pi/k_0}^{\pi/k_0} \exp[j(n-m)k_0 z] \left(1 + \frac{jk_n}{\frac{\omega^2}{2} - k_n^2} \frac{d}{dz} \right) \{ R_n J_0\left(\frac{y_n}{R_0} R(z)\right) + T_n N_0\left(\frac{y_n}{R_0} R(z)\right) \} dz = 0 \quad (5)$$

$$\delta_1 = \frac{R_{b1}}{R_0}$$

$$\delta_2 = \frac{R_{b2}}{R_0}$$

$$B_n = -\frac{\pi \delta_1}{2} K_n A_n$$

$$K_n = x_n J_0(y_n \delta_1) N_1(x_n \delta_1) - y_n J_1(y_n \delta_1) N_0(x_n \delta_1)$$

$$L_n = y_n J_0(x_n \delta_2) J_1(y_n \delta_2) - x_n J_0(y_n \delta_2) J_1(x_n \delta_2)$$

$$C_n = -\frac{\pi \delta_1}{2} L_n A_n$$

$$D_n = \frac{\pi^2}{4} \hat{q}_1 \hat{q}_2 R_n A_n$$

$$R_n = \{ K_n [y_n J_0(x_n \hat{q}_2) N_1(y_n \hat{q}_2) - x_n J_1(x_n \hat{q}_2) N_0(y_n \hat{q}_2)] + L_n [x_n N_1(x_n \hat{q}_2) J_0(y_n \hat{q}_2) - y_n N_0(x_n \hat{q}_2) J_1(y_n \hat{q}_2)] \}$$

$$F_n = \frac{\pi^2}{4} \hat{q}_1 \hat{q}_2 T_n A_n$$

$$T_n = \{ K_n [x_n J_1(x_n \hat{q}_2) J_0(y_n \hat{q}_2) - y_n J_0(x_n \hat{q}_2) J_1(y_n \hat{q}_2)] + L_n [x_n N_1(x_n \hat{q}_2) J_0(y_n \hat{q}_2) - y_n N_0(x_n \hat{q}_2) J_1(y_n \hat{q}_2)] \}$$

为了便于进行数值计算, 把方程(5)作一些数学处理, 化成简单直观的形式^[1]

$$\sum_{m, n=-\infty}^{\infty} D_{mn} A_n = 0 \tag{6}$$

其中

$$D_{mn} = [1 + (n - m) Q_n] (R_n C_{mn}^J + T_n C_{mn}^N)$$

$$Q_n = \frac{k_n k_0}{(\omega^2 / c^2) - k_n^2}$$

$$C_{mn}^J = \sum_{q=0}^{\infty} \frac{(y_n \alpha)^{2q+|n-m|} J_0^{(2q+|n-m|)}(y_n)}{2^{2q+|n-m|} q! (q+|n-m|)!}$$

$$C_{mn}^N = \sum_{q=0}^{\infty} \frac{(y_n \alpha)^{2q+|n-m|} J_0^{(2q+|n-m|)}(y_n)}{2^{2q+|n-m|} q! (q+|n-m|)!}$$

$$\alpha = h / R_0$$

色散方程即为

$$\det[D] = 0 \tag{7}$$

3 数值计算及分析

通过对色散方程(7)进行数值计算^[6, 7], 可以得到慢波结构的色散特性。由于电子注的引入, 导致不稳定性的出现, 反映在方程(7)中, 即频率 ω 变成复数, 而其虚部就是增长率。工程上主要应用 TM_{01} 模式, 所以下面主要讨论慢波结构的设计对 TM_{01} 模的影响。

我们计算出了波纹深度对色散曲线和增长率的影响。图 2 给出了 $U=0.54 \text{ MV}$, $I=1 \text{ kA}$, $R_0=1.26 \text{ cm}$, $R_1=0.7 \text{ cm}$, $R_2=0.9 \text{ cm}$, 曲线由低到高 h 依次为 0.3 cm 、 0.2 cm 、 0.1 cm 、 0.01 cm 的色散曲线。可以看出, 随着波纹深度的减小, 色散曲线变陡, 并沿频率轴上移。曲线变陡有利于电子调谐。当注电压出现很小的变化时, 输出微波的频率会有比较大的改变。由图 2 可知, $h=0.01 \text{ cm}$ 的调谐性能明显好于 $h=0.3 \text{ cm}$ 的管子。但是, 这并不说明波纹深度越小越好。一般来说, 波纹变浅时, 增长率会降低, 这不利于管子的起振和微波的输出功率。从图 3 可以看到, 当波纹深度为 $h=0.2 \text{ cm}$ 时, 其增长率明显小于 $h=0.3 \text{ cm}$ 的情况, 而且频带也变窄。

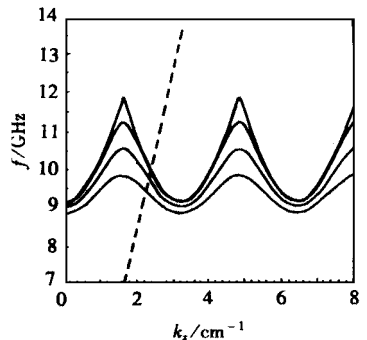
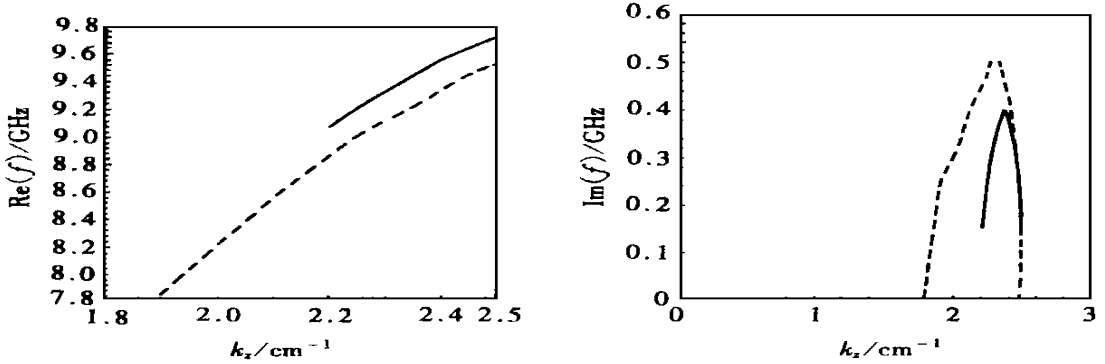


图 2 不同波纹深度的色散曲线

由返波管的基本工作原理可知, 电子在依次地通过不均匀性附近时都将遇到纵向高频场的同一相位, 这样就会发生电子束与高频场的迭积的相互作用。空

间周期将影响空间谐波的相位常数。不均匀性的周期长度(即波纹周期)对色散特性和增长率的影响,其数值计算结果见图 4 和图 5。



(a) 色散曲线, 实线 $h=0.2\text{ cm}$, 虚线 $h=0.3\text{ cm}$ (b) 增长率曲线, 实线 $h=0.2\text{ cm}$, 虚线 $h=0.3\text{ cm}$

图 3 慢波结构的色散曲线和增长率曲线

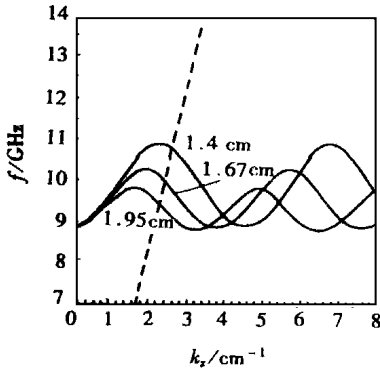
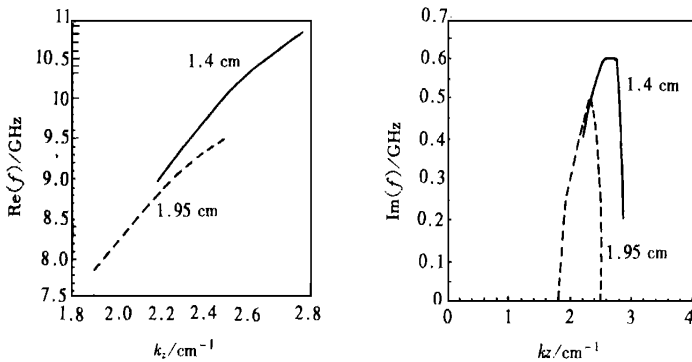


图 4 不同周期长度色散曲线

从图 4、图 5a 中可看出, 随着波纹周期的减小, 色散曲线幅度增大并且有上移, 振荡频率升高, 其增长率曲线由图 5b 给出。经比较可知, 周期减小时, 增长率升高, 频带产生一个平移, 频带宽度变化不大。

4 结束语

综上所述, 慢波结构的设计对返波管的色散特性有很大影响, 波纹深度的改变会影响到管子的调谐性能。一般来说, 波纹幅值变小, 调谐性能将提高, 但高频场的增长率会降低, 频带宽度变窄。波纹周期对管子的调谐性能影响不大。周期变短, 增长率会提高。所以, 在设计返波管时, 要合理选择各方面的参数, 使管子工作在最佳状态。



(a) 不同周期长度色散曲线 (b) 不同周期长度增长率曲线

图 5 数值计算结果

参 考 文 献

- 1 Minami K, Carmel Yuval, Granatstein V L et al. Linear theory of electromagnetic wave generation in plasma-loaded corrugated-wall resonator. IEEE Transactions on plasma science, 1990, 18(3): 537~544
- 2 Leifeste Gordon T, Earley Lawrence M, Swegle John A et al. Ku-band radiation produced by a relativistic backward wave oscillator. J Appl Phys, 1985, 59(4): 1366~1378
- 3 Camel Y, Ivers J, Kribel R E et al. Intense coherent Cerenkov radiation due to the interaction of a relativistic electron beam with a slow-wave structure. Phys Rev Lett, 1974, 33(12): 1278~1282
- 4 Leifeste Gordon T, Earley Lawrence M, Swegle John A, et al. Ku-band radiation produced by a relativistic backward wave oscillator. J Appl Phys, 1985, 59(4): 1366~1378
- 5 Bromborsky Alan, Ruth Brian. Calculation of TM_{0n} dispersion relations in a corrugated cylindrical waveguide. IEEE Trans on Microwave Theory and Techniques 1984, MTT-32(6): 600~605
- 6 何光渝. FORTRAN77 算法手册. 北京: 科学出版社, 1993
- 7 李大治, 杨梓强, 梁正. 第一二类复宗量贝塞尔函数的数值计算方法. 电子科技大学学报, 1996, 25(7): 125~128

Research on Geometry Parameters of BWO Slow-wave Structure

Li Dazhi Yang Ziqiang Liang Zheng

(Inst. of High Energy Electronics, UEST of China Chengdu 610054)

Abstract A physical model about relativistic backward-wave oscillator, based on the experimental system built in University of Electronic Science and Technology of China is supposed. The model includes a slow-wave structure consisting of an axially symmetric, cylindrical waveguide with sinusoidally rippled wall, and an annular electron beam of finite thickness going through the waveguide. The dispersion equation is derived. By numerical computation, BWO's bandwidth, growth rate and electron tuning ability affected by geometry parameters of slow-wave structure, such as ripple's depth and length of ripple's period are analyzed. Some useful results for designing BWO are achieved.

Key words backward wave oscillator; slow-wave structure; dispersion equation; ripple's depth; length of ripple's period

编辑 徐培红