

# 组合预测冗余方法判定的一个补充规则<sup>\*</sup>

曾 勇<sup>\*\*</sup> 唐小我 陈 珂

(电子科技大学管理学院 成都 610054)

**【摘要】** 给出了一个非负权重最优组合预测冗余方法判定的补充规则及其证明,以释例说明了该规则能适应更多的实际情况,讨论了目前非负权重组合预测和冗余方法研究中的一些局限性,指出了进一步研究的思路。

**关键词** 组合预测; 冗余方法; 简单平均组合; 预测误差信息矩阵  
**中图分类号** F201; F224

组合预测可以综合利用各单项预测所包含的信息,从而有效提高预测精度。但在一定的组合框架下,某些单项预测无助于提高组合预测的精度,其包含的信息称为冗余信息,有关的单项预测方法称为冗余方法。文献[1]首先提出冗余方法的概念并导出了最优组合预测的冗余定理。由于文献[1]的组合框架允许负权重,而负权重的意义和作用存在不一致的看法,近来的研究主要集中于将文献[1]的概念和结论推广到非负权重最优组合预测。文献[2]给出了非负权重最优组合预测的结构特征,包括一种单项方法被排除于最优组合之外(即成为冗余方法)的条件,文献[3]专题讨论了非负权重组合预测的冗余定理,给出了两种情况下冗余方法的直接判定规则,文献[4]进一步探讨了出现冗余方法的各种可能情况。虽然可采用各种算法计算非负权重最优组合预测,但若预先直接通过预测误差信息矩阵或协方差阵尽可能多地识别冗余方法,则可大大简化计算过程,从而方便实际应用。迄今为止,除二元组合的简单情况外,能直接判定冗余方法的规则主要有两条:

规则 1 若预测误差信息矩阵主对角线元素中的最小者也是其所在行(列)的最小者,则除预测精度最高的单项方法外,其余方法均冗余。

规则 2 若预测误差信息矩阵主对角线元素中的最大者所在行(列)的每个元素都不小于其所在列(行)中的主对角线元素,则预测精度最低的单项方法为冗余方法。

本文给出一个新的冗余方法判定规则,并以释例说明其应用。

## 1 冗余方法的补充判定规则

设对于同一预测问题有  $n$  种单项预测方法,共有  $N$  期观测值,第  $t$  期被预测变量和单项预测值分别记为  $y_t$  和  $f_{it}(i=1, 2, \dots, n; t=1, 2, \dots, N)$ ,相应的预测误差  $e_{it}=y_t-f_{it}$ ,预测误差信息矩阵为  $E_n=(e_{ij})_{n \times n}$ ,  $e_{ij}=\sum_{t=1}^N e_{it}e_{jt}$ ,  $e_{ii}$  为第  $i$  种方法的预测误差平方和。线性组合预测记为  $f_{ct}=\sum_{i=1}^n w_i f_{it}(w_i \geq 0, \sum_{i=1}^n w_i=1)$ ,其预测误差平方和  $J_n=\sum_{t=1}^N (y_t-f_{ct})^2=\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j e_{ij}$ 。本文给出的冗余方法判定规则为:

1997 年 7 月 18 日收稿,1997 年 9 月 2 日修改定稿

<sup>\*</sup> 国家教委优秀青年教师基金资助项目

<sup>\*\*</sup> 男 34 岁 硕士 副教授

**规则 3** 若  $E_n$  的某些行(列)的每个元素都不小于  $E_n$  主对角线元素的最小者, 则这些行(列)对应的预测方法为冗余方法。

证明 不失一般性, 设  $e_{nn} = \min\{e_{ii}\}$  且  $e_{ij} \geq e_{nn} (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n; m < n)$ 。

记前  $m$  种方法和后  $n - m$  种方法的预测误差信息矩阵分别为  $E_m$  和  $E_{n-m}$ , 相应的组合预测误差平方和为  $J_m$  和  $J_{n-m}$ , 显然有

$$J_m \geq e_{nn} \geq J_{n-m}^* \tag{1}$$

式中 \* 号表示最优组合。

现考察  $J_n$ , 若  $\sum_{i=1}^m w_i = 1$ , 则  $J_n = J_m \geq J_{n-m}^*$ 。若  $\sum_{i=1}^m w_i = 0$ , 则  $J_n = J_{n-m} \geq J_{n-m}^*$ 。若  $0 < \sum_{i=1}^m w_i < 1$ , 则令  $f_{ct}^{(1)} = \sum_{j=1}^m \alpha_j f_{jt}$ ,  $f_{ct}^{(2)} = \sum_{j=m+1}^n \beta_j f_{jt}$ , 其中  $\alpha_j = w_j / \sum_{j=1}^m w_j \geq 0$ ,  $\beta_j = w_j / \sum_{j=m+1}^n w_j \geq 0$ ,  $\sum_{j=1}^m \alpha_j = 1$ ,  $\sum_{j=m+1}^n \beta_j = 1$ 。由此  $f_{ct} = (\sum_{j=1}^m w_j) f_{ct}^{(1)} + (\sum_{j=m+1}^n w_j) f_{ct}^{(2)}$ 。  $f_{ct}^{(1)}$  和  $f_{ct}^{(2)}$  的预测误差信息矩阵记为  $E_2^{(c)} = (e_{ij}^{(c)})_{2 \times 2}$ , 其中  $e_{11}^{(c)} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \alpha_i \alpha_j e_{ij}$ ,  $e_{22}^{(c)} = \sum_{i=m+1}^n \sum_{j=m+1}^n \beta_i \beta_j e_{ij}$ ,  $e_{12}^{(c)} = e_{21}^{(c)} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=m+1}^n \alpha_i \beta_j e_{ij}$ 。由假设条件可知

$$\begin{cases} e_{11}^{(c)} \geq e_{nn} \geq J_{n-m}^* \\ e_{22}^{(c)} \geq J_{n-m}^* \\ e_{12}^{(c)} \geq e_{nn} \geq J_{n-m}^* \end{cases} \tag{2}$$

由式(2)可得

$$\begin{aligned} J_n &= (\sum_{j=1}^m w_j)^2 e_{11}^{(c)} + 2(\sum_{j=1}^m w_j)(\sum_{j=m+1}^n w_j) e_{12}^{(c)} + (\sum_{j=m+1}^n w_j)^2 e_{22}^{(c)} \geq \\ & [(\sum_{j=1}^m w_j)^2 + 2(\sum_{j=1}^m w_j)(\sum_{j=m+1}^n w_j) + (\sum_{j=m+1}^n w_j)^2] J_{n-m}^* = J_{n-m}^* \end{aligned} \tag{3}$$

由此可见非负权重最优组合预测误差平方和为  $J_{n-m}^*$ , 前  $m$  种方法的加入无助于提高预测精度, 因而为冗余方法。 证毕

值得一提的是, 对照规则 2 和规则 3 可知, 规则 2 是规则 3 的特殊情况。

## 2 释 例

例 1 文献[3] 由实际数据得到一个四种方法组合的预测误差信息矩阵

$$X \quad E_4 = \begin{bmatrix} 585.2757 & 216.1458 & 229.6120 & 211.9856 \\ 216.1458 & 154.1035 & 157.2137 & 156.2909 \\ 229.6120 & 157.2137 & 163.0987 & 159.5071 \\ 211.9856 & 156.2909 & 159.5071 & 159.2014 \end{bmatrix}$$

其对角线元素关系为  $e_{22} < e_{44} < e_{33} < e_{11}$ 。该例由规则 1、2、3 均可判定最优组合仅由第 2 种单项方法构成, 即  $w_1^* = w_3^* = w_4^* = 0, w_2^* = 1$ 。在规则 2 的使用过程中, 可首先判定方法 1 冗余; 在余下的三种方法的预测误差信息矩阵中, 又可判定方法 3 冗余; 最后可判定方法 4 冗余。

例 2 文献[3] 的另一个实例所得预测误差信息矩阵为

$$X \supseteq E_3 = \begin{bmatrix} 5884.887006 & 5853.115724 & 6641.932438 \\ 5853.115724 & 5888.703636 & 6865.227392 \\ 6641.932438 & 6865.227392 & 13346.307800 \end{bmatrix}$$

该例由规则 2 和规则 3 均可判定方法 3 为冗余方法。

例 3 文献[5]给出了一个四种方法组合的实例,其预测误差信息矩阵为

$$E_4 = 10^5 \times \begin{bmatrix} 9.369\ 19 & 7.020\ 33 & 10.580\ 96 & 11.636\ 06 \\ 7.020\ 33 & 13.567\ 87 & 13.931\ 15 & 14.264\ 59 \\ 10.580\ 96 & 13.931\ 15 & 22.241\ 77 & 19.563\ 51 \\ 11.636\ 06 & 14.264\ 59 & 19.563\ 51 & 26.424\ 52 \end{bmatrix}$$

测

该例由规则 1 和 2 均无法识别冗余方法,但由规则 3 可判定第 3、4 种方法冗余。

例 4 再考查如下 5 阶预测误差信息矩阵

$$E_5 = \begin{bmatrix} 4.42 & 3.51 & 4.91 & 5.69 & 6.93 \\ 3.51 & 4.09 & 4.68 & 4.87 & 5.13 \\ 4.91 & 4.68 & 7.58 & 7.41 & 8.54 \\ 5.69 & 4.87 & 7.41 & 9.19 & 9.29 \\ 6.95 & 5.13 & 8.54 & 9.29 & 15.54 \end{bmatrix}$$

由规则 3 可判定第 3、4、5 种方法冗余,但由规则 1 无法识别冗余方法,由规则 2 虽可识别方法 5 冗余,却无法进一步判定方法 4 和方法 3 冗余。

### 3 结 论

本文给出的非负权重最优组合预测冗余方法判定规则适应面更宽,因而可为实际应用提供更大的方便,也有助于冗余方法和优性组合预测的进一步研究。

需要指出的是,实际经济预测中,尤其是被预测变量趋势变动较大甚至出现结构性变化时,预测误差协方差阵的稳定性较差,因而由一次性估计的预测误差协方差阵或信息矩阵识别冗余方法难以得出可靠的结论。文献[6]定义了非负权重最优组合预测权重的可靠性和不显著性,并给出了相应的统计检验指标,为非负权重最优组合预测的可靠应用提供了一种计量的途径和手段。此外,从本文的释例和文献[6]的经验检验可以看出,最优组合预测中引入权重非负约束常常造成多个单项预测冗余,甚至出现仅保留精度最高的单项预测的情况,这对于最有效地提高预测精度这一基本目标来说,无疑是信息的很大浪费。再有,不少实证研究已表明<sup>[6~8]</sup>,在趋势变动较大时,简单平均组合常常能取得最好的多步外推预测精度,简单平均组合的另一重要特点是其组合权重的高度稳定性,而这一特点是适应性组合预测方法所不具备的。因此,能利用简单平均法的权重非负性、权重鲁棒性和时变环境下的良好性能,又能对结构性变化作出适应性调整的自适应组合预测方法值得进一步研究。

### 参 考 文 献

- 1 唐小我. 组合预测误差信息矩阵研究. 电子科技大学学报, 1992, 21(4): 448~454
- 2 曾 勇, 唐小我, 曹长修. 非负权重最优组合预测方法研究. 管理工程学报, 1995, 9(3): 153~161
- 3 马永开, 杨桂元, 唐小我. 非负权重组合预测的冗余定理. 系统工程理论方法应用, 1995, 4(4): 33~39
- 4 杨桂元, 唐小我, 马永开. 关于非负权重组合预测的若干问题的探讨. 电子科技大学学报, 1996, 25(2): 210~215
- 5 曾 勇, 唐小我, 王 竹. 无偏组合预测模型研究. 预测, 1995, 14(6): 42~45
- 6 Chandrasekharan R, Moriarty M M, Wight G P. Testing for unreliable estimators and insignificant forecasts in combined forecasts. Journal of Forecasting, 1994, 13(7): 611~624

- 7 Holden K, Peel D A. Unbiasedness, efficiency and the combination of economic forecasts. *J Forecasting*, 1989, 8(3):175~188
- 8 Makridakis S, Winkler R L. Averages of forecasts: some empirical results. *Management Sci*, 1983, 29(9): 987~990

## A Supplement to Criterion for Determining Redundant Methods of Optimal Combining Forecasts

Zeng Yong    Tang Xiaowo    Chen Ke  
(Management College, UEST of China, Chengdu 610054)

**Abstract** Direct recognition of the redundant methods of optimal combining forecasts with non-negative weights from information matrix or covariance matrix of forecasting errors can simplify the computation of optimal weights and therefore help the practical application of optimal combination forecasting. In this paper, a supplement to the criteria for determining the redundant methods is proposed and illustrated to be more applicable than the previous criteria. Furthermore, the limitations in the present study of combining forecasts with non-negative weights and redundant methods are discussed and further research of robust combining forecasts with non-negative weights, which is adaptable to structural changes is proposed.

**Key words** combination forecasting; redundant method; averages of forecasts; information matrix of forecast errors

编辑 叶 红

.....

°科研成果介绍°

### 新型电磁波吸收剂研究

主研人员 邓龙江 陈选臻 谢建良 过壁君

该课题在六角晶系列磁铁氧体吸收剂方面进行了深入的研究,掌握了六角晶系铁氧体的吸收机理;详细总结了吸收剂磁导率与成份、掺杂、工艺、磁参数等因素之间的关系,能有效地控制六角铁氧体吸收剂的工作波段和频率特性;在工艺、材料设计合成方面有新的创新;技术指标、稳定批量生产能力有较大的提高。吸收剂温度稳定性有一定提高。研制的高 $\mu_r$ 六角铁氧体吸收剂具有如下特点:

- 1) 具有高的磁导率: $\mu' > 2, \mu'' > 1, \Delta > 1.25$ ;
- 2) 具有适当的介电系数: $\epsilon' = 4 \sim 7, \epsilon'' = 0.1 \sim 0.3$ ;
- 3) 电磁参数的频率特性好;
- 4) 化学性能稳定,抗氧化,耐酸、碱能力强;
- 5) 该吸收剂已经系列化,提供不同波段的吸收剂。

°科 卞°