

# 多分辨数据融合中信号的分解与重构<sup>\*①</sup>

周先敏<sup>\*\*</sup> 陈隽永 王光泰

(电子科技大学电子技术系 成都 610054)

**【摘要】** 在进行多分辨数据融合系统的研究中,设计了用于小波分解与重构算法的正交镜像滤波器和B-样条小波。它们具有线性相位,在利用它们进行的分解与重构过程中,取得了良好效果。

**关键词** 数据融合; 分解与重构; 小波; 正交镜像滤波器

中图分类号 TN713

目前的数据融合系统主要是针对均匀分辨率传感器数据进行综合,即假定各传感器数据的分辨率是一致的。然而在实际中不同的传感器数据采集系统可能具有不同的分辨率,因而需研究多分辨率数据融合技术与算法,以便利用不同分辨率数据互补信号,以求更佳融合<sup>[1]</sup>。

小波分析理论被认为是对傅里叶分析方法的突破进展,本文在探讨小波理论实现高性能多分辨信息数据融合过程中研究了实际应用的双尺度函数的构造方法<sup>[2]</sup>,这等价于正交小波理论中 $\{h_k\}$ 、 $\{g_k\}$ 的构造及半正交小波中 $\{h_k\}$ 、 $\{g_k\}$ 、 $\{\bar{h}_k\}$ 、 $\{\bar{g}_k\}$ 的构造。

## 1 正交镜像滤波器

### 1.1 正交镜像滤波器的设计

为保证信号在分解与重构过程中不失真,滤波器 $\{h_k\}$ 、 $\{g_k\}$ 在频域上应满足

$$|H(\omega)|^2 + |H(\omega + \pi)|^2 = 1 \quad (1)$$

$$|G(\omega)|^2 + |G(\omega + \pi)|^2 = 1 \quad (2)$$

$$H(\omega)\overline{G(\omega)} + H(\omega + \pi)\overline{G(\omega + \pi)} = 0 \quad (3)$$

Daubechies 在研究中给出了一种设计 $\{g_k\}$ 、 $\{h_k\}$ 无线性相位方法<sup>[3]</sup>。

设 $\{h_k\}$ 长度为 $L$ ( $L$ 为偶数),且 $\{h_k\}$ 满足

$$h_k = h_{L-1-k} \quad (4)$$

取

$$G(\omega) = e^{-i(L-1)\omega} \overline{H(\omega + \pi)} \quad (5)$$

即

$$g_k = (-1)^{L-1-k} h_{L-1-k} \quad (6)$$

则 $H(\omega)$ 为一低通滤波器, $G(\omega)$ 为一高通滤波器。 $G(\omega)$ 与 $H(\omega)$ 互称为正交镜像滤波器(QMF),它们具有线性相位。

由正交小波理论可知, $\varphi(t)$ 、 $\psi(t)$ 完全由序列 $\{h_k\}$ 、 $\{g_k\}$ 刻划,因此选取正交小波与选取滤波

① 1997年7月17日收稿,1997年9月22日修改定稿

\*国家自然科学基金资助项目,基金号:69572011

\*\*女 54岁 大学 教授

器  $\{h_k\}$ 、 $\{g_k\}$  是等效的。

$\{h_k\}$  的傅里叶变换  $\{H(\omega)\}$  需满足如下条件

$$H(0) = 1$$

$$|H(\omega)|^2 + |H(\omega + \pi)|^2 = 1$$

由上述可见这些条件只是一个松散的约束, 满足此条件的滤波器  $\{h_k\}$  的幅频特性可以是多种多样的。如果  $H(\omega)$  取矩形窗的理想化形式, 由于理想滤波器幅频特性锐截止带来的吉布斯现象, 用有限长系数的滤波器对其进行逼近时必然产生较大误差。这里采用一个半通带巴特沃斯低通滤波器对  $\{h_k\}$  和特性进行圆滑处理。取

$$|H(f)|^2 = \frac{1}{1 + (\operatorname{tg} f\pi)^{2p}} \quad (7)$$

$$|G(f)|^2 = \frac{(\operatorname{tg} f\pi)^{2p}}{1 + (\operatorname{tg} f\pi)^{2p}} \quad (8)$$

式中  $f$  为归一化频率;  $p$  为巴特沃斯滤波器阶次, 通过改变  $p$  达到控制  $H(\omega)$  幅频特性的目的。显然  $H(f)$ 、 $G(f)$  满足条件。由  $h_k = h_{L-1-k}$  可知

$$H(f) = 2 \sum_{k=1}^{L/2} h \left( \frac{L}{2} + k - 1 \right) \cos 2\pi f \left( k - \frac{1}{2} \right) e^{-j\pi f(L-1)} \quad (9)$$

$$|H(f)| = 2 \sum_{k=1}^{L/2} h \left( \frac{L}{2} + k - 1 \right) \cos 2\pi f \left( k - \frac{1}{2} \right) \quad (10)$$

则得

$$h \left( \frac{L}{2} \right) \cos \pi f + h \left( \frac{L}{2} + 1 \right) \cos 3\pi f + \dots + h(L-1) \cos \pi f = \frac{1}{2} [1 + (\operatorname{tg} f\pi)^{2p}]^{-1/2} \quad (11)$$

实际上在归一化频率区间范围  $(0 \sim 0.5)$  内均匀取样, 将取样值代入式(11), 即可得一方程组, 解之可得  $\{h_k\}$ 。

## 1.2 计算机模拟结果

表 1 给出了  $L=40$ ,  $p=4$  时设计出的  $\left\{ \frac{h_k}{\sqrt{2}} \right\}$ 。

表 1 滤波器函数  $h_k/\sqrt{2}$

$h[0] = 0.000022$	$h[10] = 0.000280$	$h[20] = 0.479863$	$h[30] = -0.001856$
$h[1] = -0.000055$	$h[11] = 0.004636$	$h[21] = 0.100671$	$h[31] = -0.000097$
$h[2] = -0.000006$	$h[12] = -0.000938$	$h[22] = -0.090250$	$h[32] = 0.000763$
$h[3] = 0.000132$	$h[13] = -0.011797$	$h[23] = -0.016199$	$h[33] = 0.000031$
$h[4] = -0.000008$	$h[14] = 0.003298$	$h[24] = 0.031826$	$h[34] = 0.000315$
$h[5] = -0.000315$	$h[15] = -0.031826$	$h[25] = 0.003298$	$h[35] = -0.000008$
$h[6] = 0.000031$	$h[16] = -0.016199$	$h[26] = -0.011797$	$h[36] = 0.000132$
$h[7] = 0.000763$	$h[17] = -0.090250$	$h[27] = 0.000938$	$h[37] = -0.000006$
$h[8] = -0.000097$	$h[18] = 0.100671$	$h[28] = 0.004636$	$h[38] = 0.000055$
$h[9] = -0.001856$	$h[19] = 0.479863$	$h[29] = 0.000280$	$h[39] = -0.000022$

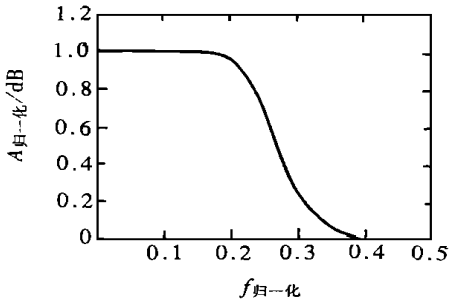


图1 设计的  $H(\omega)$  幅频特性

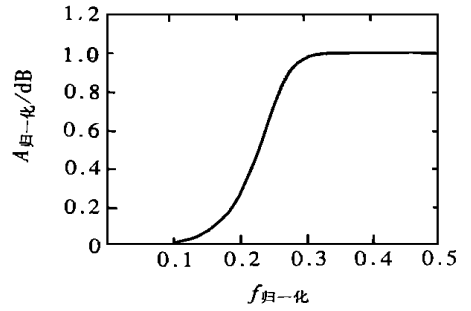


图2 设计的  $G(\omega)$  幅频特性

图1、图2给出了  $L=40, p=4$  时设计出的  $H(\omega)$ 、 $G(\omega)$  的幅频特性。图3给出了其在理想情况下的误差  $|H(\omega)|^2 + |G(\omega)|^2 - 1$ , 用“ $\sigma$ ”表示。

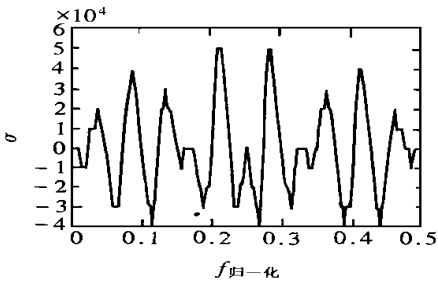


图3 误差  $|H(\omega)|^2 + |G(\omega)|^2 - 1$

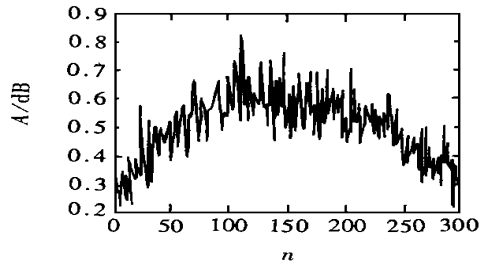


图4 原始信号

图4给出了一种带有白噪声的信号;图5给出了应用设计的滤波器进行小波分解后得到的下一级分辨率信号;图6给出了采用设计的滤波器分解并重构的信号。由重构信号可以看出,原信号无失真地恢复。

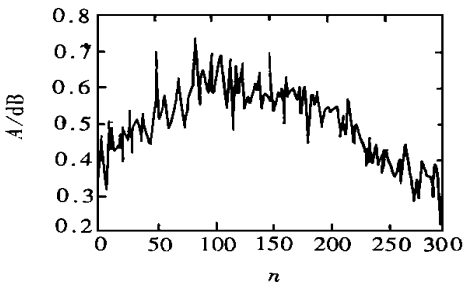


图5 小波分解后得到的下一级分辨率信号

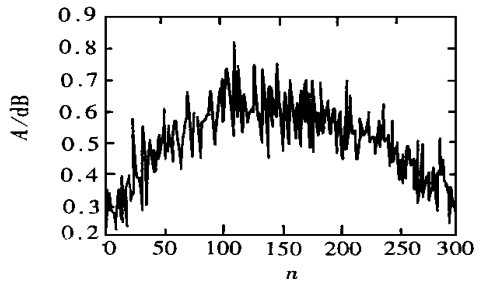


图6 采用 QMF 分解并重构后信号

## 2 基于 B-样条的滤波器

### 2.1 基于 B-样条的滤波器设计

根据 B-样条理论中知,  $m$  阶基数 B-样条  $N_m$  满足双尺度方程, 由于 B-样条满足双尺度方程, 即可得

$$H(\omega) = \frac{N_m(\omega)}{N_m(\omega/2)} N_m\left(\frac{\omega}{2}\right) \tag{12}$$

$$H(\omega) = \frac{N_m(2\omega)}{N_m(\omega)} \tag{12}$$

取最简单并具有实际意义的情况:  $m=2$ , 则  $H(\omega) = \frac{1}{4}(1+e^{-j\omega})^2$ , 从而  $h_0 = \frac{\sqrt{2}}{4}$ ,  $h_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $h_2 = \frac{\sqrt{2}}{4}$ , 构造出的滤波器  $h_k$  具有线性相位。

由于  $H(\omega)$ 、 $H(\omega)$  是彼此对偶的双尺度符号, 则  $H(\omega)$ 、 $H(\omega)$  满足

$$H(\omega) = e^{-jN_0\omega/2} (\cos\omega/2)^{L_s} (\cos\omega) \tag{13}$$

$$H(\omega) = e^{-jN_0\omega/2} (\cos\omega/2)^{L'_s} (\cos\omega) \tag{14}$$

其中  $N_0$  为整数,  $L+L'$  为偶数,  $S$  与  $S'$  为实多项式, 满足  $S(1) = 1, S'(1) = 1$ , 且

$$S(y)S'(y) = \sum_{k=0}^{N-1} \binom{N+k-1}{k} \left(\frac{1-y}{2}\right)^k + \left(\frac{1-y}{2}\right)^N T_0(y) \tag{15}$$

式中  $N = \frac{L+L'}{2}$ ,  $T_0(y)$  为奇函数。

取  $L=2, L'=4, T_0(y)=0$ , 代入  $H(\omega)$ , 可得

$$H(\omega) = \cos^4\left(\frac{\omega}{2}\right) \left[ \sum_{k=0}^2 \binom{2+k}{k} \sin^{2k}\left(\frac{\omega}{2}\right) e^{-j\omega} \right] \tag{16}$$

从而

$$h_{-3} = \frac{3}{128}\sqrt{2} \quad h_{-2} = -\frac{3}{64}\sqrt{2} \quad h_{-1} = -\frac{1}{8}\sqrt{2}$$

$$h_0 = \frac{19}{64} \quad h_1 = -\frac{45}{64}\sqrt{2} \quad h_2 = \frac{19}{64}\sqrt{2}$$

$$h_3 = -\frac{1}{8}\sqrt{2} \quad h_4 = -\frac{3}{64}\sqrt{2} \quad h_5 = \frac{1}{128}\sqrt{2}$$

滤波器  $h_k$  具有线性相位。

### 2.2 计算机模拟结果

原始信号如图 4 所示, 图 7 为采用 B-样条滤波器分解并重构后的信号, 可看出原信号无失真地重构。

## 3 结束语

用于小波分解与重构算法的正交镜像滤波器和 B-样条滤波器设计具有线性相位, 在利用它们进行分解与重构过程中, 原信号无失真恢复, 效果良好。

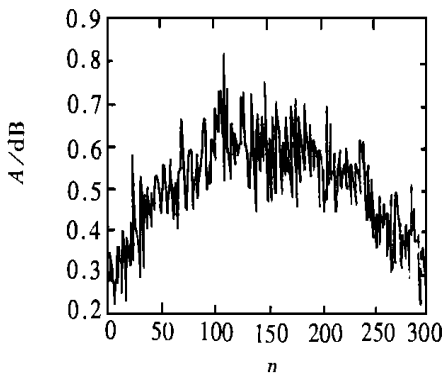


图 7 采用 B-样条滤波器分解与重构后的信号

参 考 文 献

- 1 Chov K C. Multiresolution stochastic models, data fusion and wavelet transforms. Signal Processing, 1993, 257 ~ 282
- 2 周先敏, 王光泰, 陈隽永. 基于小波变换的高性能多传感信息融合算法. 中国学术期刊文摘, 1997, 8: 1 007 ~ 1 009
- 3 Daubechies I. Orthonormal bases of compactly supported wavelets. Communication on Pure and Applied Mathematics 1988 XL:909 ~ 996
- 4 Xia Xing'en, Kuo Jay, Zhang Zhen. Wavelet coefficient computation with optimal prefiltering. IEEE Transactions on Sp, 1994, 42(8), 2 191 ~ 2 196

### Decompose and Reconstruct Signals in Multiresolution Data Fusion

Zhou Xianmin Cheng Junyong Wang Guangtai  
 (Dept. of Electronic Tech., UEST of China Chengdu 610054)

**Abstract** In the ressearch of multiresolution data fusion algorithm, the quadrature mirrorfilter (QMF) and B-spline wavelet with linear phase are designed and used to decompose and reconstruct signals in this paper. The result shows that the performance of reconstruction is excellent.

**Key words** data fusion; decompose and reconstruct; wavelet; quadrature mirrorfilter

编辑 叶 红

.....  
 °科研成果介绍°

### 压电陶瓷在引爆换能器中的应用研究

主研人员 傅应泉 黄富钊 李小寒 范忠蓉

该项目在研制过程中对所用的关键压电与铁电陶瓷材料进行了系统深入地研究, 取得了重要成果, 其中第一级换能器材料能使升压比达到 1 000 以上, 第二级换能器的铁电相变材料能使换能器产生 1 000 A 以上的放电电流, 说明材料的研制已达到了国际先进水平。该换能器具体性能指标如下:

- 第一级引爆换级器: 输出电压  $U_0 \geq 16 \text{ kV}$
- 输出功率 5W 样品  $P_0 = 5 \text{ W} \sim 8 \text{ W}$
- 8W 样品  $P_0 = 8 \text{ W} \sim 10 \text{ W}$
- 极化强度 E 极  $> 300 \text{ kV/cm}$

- 第二级引爆换能器: 压电变常数  $d_{33} = 62 \times 10^{-12} \text{ C/N}$
- 剩余极化强度  $P_r = 31 \mu\text{C/cm}^2$
- 响应时间  $\tau < 0.1 \mu\text{s}$
- 击穿强度  $E_b \geq 25 \text{ kV/cm}$

该换能器有着广泛的应用前景, 材料的研制已达到了国际先进水平, 构成的引爆装置属国内首创。

°科 卞°