

等离子体对电子注的聚束特性的研究^{*①}

陈 希^{**} 谢文楷 刘盛纲

(电子科技大学高能电子所 成都 610054)

【摘要】 导出了充等离子体微波管漂移空间电子运动轨迹方程, 根据方程性质将空间划分为 α 区和 β 区并在两区求解该方程, 研究了电子注在该区的运动及其聚束特性, 并对某些参数对聚焦性能的影响进行了较深入的讨论。研究表明, 填充等离子体后, 电子注被明显聚焦, 漂移管的设计及电子注运动形态的调节更为方便。

关键词 等离子体; 轨迹; 聚焦; 电子注
中图分类号 TN136; TN128

PASOTRON 管界于高功率微波管和普通微波源之间, 由于采用填充等离子体等一系列独特技术, 它无须磁场, 具有提供长脉冲和高平均功率的能力, 在军事和民用事业方面有广泛的应用前景^[1,2]。微波管中填充等离子体可以显著地提高输出功率和效率已被实验证实, 而 PASOTRON 中, 等离子体的引入还可去掉磁场系统, 减小器件重量和体积。然而, 等离子体的引入会对电子注聚焦及传输造成影响, 进而影响相互作用效率, 因此有必要对电子注在等离子体中的聚束特性进行研究。

1 电子运动轨迹方程

在圆柱坐标系 (r, z, θ) 中, 对轴对称场, 由 Lorentz 方程有

$$\begin{aligned} \dot{r} - r\dot{\theta}^2 &= -\eta E_r - \eta(r\dot{\theta}B_z - z\dot{\theta}B_\theta) \\ \dot{r}\dot{\theta} + 2r\ddot{\theta} &= -\eta E_\theta - \eta(z\dot{r}B_r - r\dot{z}B_z) \\ \ddot{z} &= -\eta E_z - \eta(r\dot{z}B_\theta - r\dot{\theta}B_r) \end{aligned} \quad (1)$$

能量方程为

$$\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 + \dot{z}^2 = 2\eta V \quad (2)$$

电子注产生的磁场由安培环流定律可求得为

$$B_\theta = \mu_0 I_0 / 2\pi r \quad (3)$$

考虑无外磁场的漂移空间傍轴区, 电位分布为

$$V(r, z) = V(z) - \frac{1}{4} V''(z) r^2 - \frac{1}{4} r^2 (1-f) \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (4)$$

式中 $V(r, z)$ 为空间电位; $V(z)$ 为轴上电位; $f = \frac{n_i}{n_b}$ 为等离子体中和因子; ρ 为注电荷密度。令

$$mi \quad R = \frac{r}{r(0)} \quad Z = \left[\frac{p}{2\pi\epsilon_0 \sqrt{2}\eta} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{z}{r(0)} = 174 \sqrt{p} \frac{z}{r(0)} \quad (5)$$

则式(1)可化简为

① 1997年9月10日收稿, 1998年4月6日修改定稿

* 国家自然科学基金项目资助, 基金号: 69481002

** 男 35岁 讲师 博士生

$$d^2R/dZ^2 = (1 - f - \frac{v^2}{c^2})/2R \tag{6}$$

式中 v 为注速度; c 为光速; $p = I/V^{3/2}$ 为导流系数。边界条件 $Z=0$ 时

$$R = \frac{r}{r(0)} = 1 \quad \left. \frac{dR}{dZ} \right|_{Z=0} = R'_0 \tag{7}$$

2 聚束特性

根据 $(1 - f - \frac{v^2}{c^2})$ 的三种不同情况讨论式(6)的解。

1) $(1 - f - \frac{v^2}{c^2}) = 0$

此时径向力完全平衡, 解式(6)、(7)得

$$R = R'_0 Z + 1 \tag{8}$$

轨迹为直线。特别地, 平行 Z 轴入射时, 注将维持这种平行状态传输下去。

2) $(1 - f - \frac{v^2}{c^2}) > 0$

令 $\alpha = (1 - f - \frac{v^2}{c^2}) > 0$, 解式(6)、(7)得

$$Z = Z_{\min} \pm \frac{2}{\sqrt{\alpha}} \exp(-R'_0/2\alpha) \int_0^{\sqrt{\ln R + R_0'^2/\alpha}} \exp x^2 dx \tag{9}$$

其中注腰位置及半径为

$$Z_{\min} = \frac{2}{\sqrt{\alpha}} \exp(-R'_0/2\alpha) \int_{R'_0/\alpha}^0 \exp x^2 dx \tag{10}$$

$$R_{\min} = \exp(-R'_0/2\alpha) \tag{11}$$

可见, 轨迹以注腰为对称。当 $\alpha=1$ 时为真空中情况, 结果与文献[3]同。

由方程(9)和方程(10)作出轨迹如图 1 所示, 图中从上到下斜率依次为 $-0.25, -0.5, -0.75, -1.0, -1.5$, 虚线为对应真空中轨迹。可见填充等离子体时, R 值均有所下降, Z 值在入射斜率不太大时均增加, 即有明显的聚焦作用。

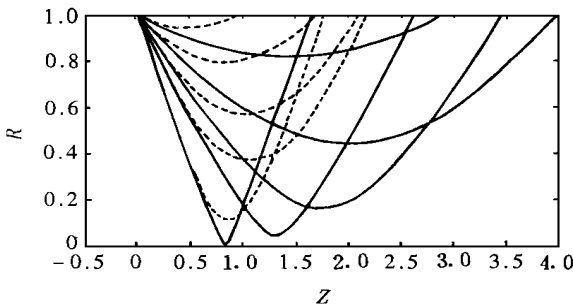


图 1 真空中和充等离子体条件下电子注轨迹的比较($\alpha=0.3$)

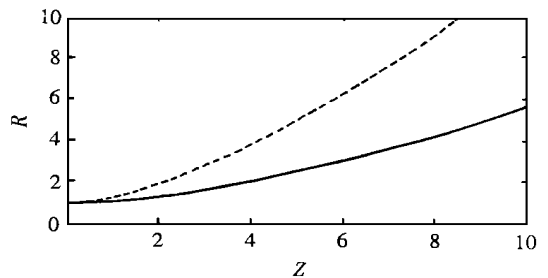


图 2 真空中和充等离子体($\alpha=0.3$)条件下平行入射电子注轨迹的比较

当注平行 Z 轴射入漂移区时, 其轨迹如图 2 所示。图 3 为不同 α 条件下以同一斜率入射的注轨迹。由此可见: 1) 填充等离子体后有明显的聚束作用, 且随着 α 的降低聚焦作用增强, 表现在不

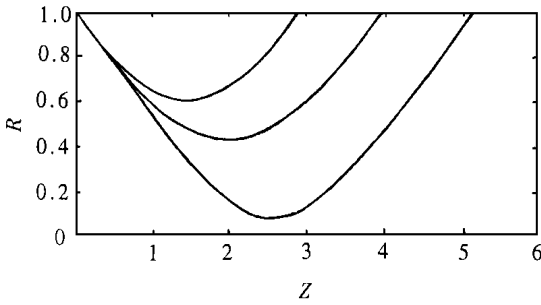


图 3 同一斜率不同 α 值的轨迹比较, 从上到下 α 分别为 0.5、0.3、0.1

仅束腰尺寸减小, 而且束腰位置也变远, 对平行入射束, 当 α 足够小时, 等离子体作用可以维持束传输相当长距离而不发散; 2) 束腰尺寸及位置与初始斜率关系甚大, 尺寸随斜率变得更负而变小, 位置随斜率先变大, 达到一定值后又变小(见图 1), 即存在一最远束腰位置。当 $R'_0/\sqrt{\alpha} = -0.92$ 时, 存在 Z_{\min} 的最大值, 即 $(Z_{\min})_{\max} = 1.08/\sqrt{\alpha}$, 表明要达到最远的束腰位置, α 和 R'_0 之间不能随便取值, 可见调节 α 不仅可以调节束腰尺寸和位置, 而且可调最远束腰位置。若已知轨迹包络进入漂移区的初始斜

率, 则可调节等离子体的 α 以使束腰最远或到达指定位置。值得注意的是, 在最远点以不同斜率入射的轨迹的注腰尺寸均一样大。

在真空中, 所有入射轨迹只有一条能达最大 $(Z_{\min})_{\max}$, 填充等离子体后各种斜率的轨迹均可能达到最大, 可见充入等离子体给调节注腰位置提供了更大方便。

式(5)还表明聚焦还与 P 有关, 当 R, Z 均定后, P 下降会使 Z 上升, 即空间电荷下降会使会聚加强, 加等离子体后使 Z 上升, 在其他条件不变时也相当于使 P 允许通导能力上升; 另外, 在给定 P 值后可设计 r, z , 反之, 当给定系统尺寸后, 加入等离子体会有助于提高 P , 且 Z/R 上升导致 P 上升, 从图 2 可见平行入射时 Z/R 有最大值, 故平行入射给定系统时存在 P 最大, 且随 α 变化, 因此调 α 可调系统允许最大导流系数 P , 进而在给定电压下, 可获得允许流通的最大电流。

$$3) (1-f-\frac{v^2}{c^2}) < 0$$

此时等离子体密度较大, 令 $\beta = -(1-f-\frac{v^2}{c^2}) = -\alpha > 0$, 解式(6)、(7)得

$$Z_{\max} = \frac{2}{\sqrt{\beta}} \exp(R'_0/\beta) \int_0^{R'_0/\sqrt{\beta}} \exp(-y^2) dy \quad (12)$$

$$R_{\max} = \exp(R'_0/\beta) \quad (13)$$

$$Z = Z_{\max} \pm \frac{2}{\sqrt{\beta}} \exp(R'_0/\beta) \int_0^{\sqrt{R'^2_0 - \beta \ln R}/\sqrt{\beta}} \exp(-y^2) dy \quad (14)$$

式中 R_{\max} 和 Z_{\max} 分别为注最大半径及位置。表明当给定初始入射斜率且 β 在一定范围变化时, 有 $R \leq$ 定值, 特别是, 平行入射时, 有 $R \leq 1$, 即 $r \leq r(0)$, 注始终被约束在初始值范围内, 可见其聚焦作用。

平行入射注和不同角度入射注的轨迹如图 4 和图 5 所示。由图 4 可见, β 越大则聚焦越强(图中从上到下 β 分别为: 0.01、0.1、0.2、0.3、0.4、0.5、0.6、0.7、0.8、0.9、1.0), 当 β 趋于 0 时, 轨迹平行于 Z 轴; 图 5 则表明初始斜率对轨迹影响较大(入射注轨迹初始斜率从下到上依次为: 0.1、0.2、0.3、0.4、0.5、0.6、0.6、0.7、0.8、0.9、1.0), 当初斜率不太大时, 轨迹很快被聚向 Z 轴。

中和因子 $f = n_i/n_b$ 从中和的角度看最大为 1(此时 $n_i = n_b$, 当 $n_i > n_b$ 时, 等离子体自身电子和注共同中和正离子), 则 β 的增大体现为注速度的增大, 即电压的增大。从物理意义上理解, 电压增大导致速度增加, 使注自身磁场增加, 从而加强聚焦。

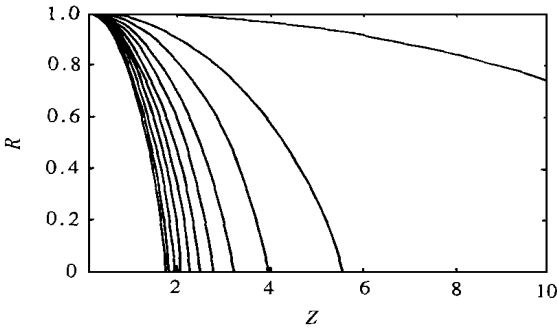


图 4 填充等离子体条件下平行入射轨迹

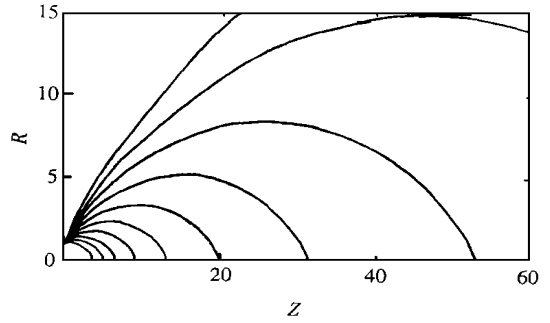


图 5 填充等离子体($\beta = 0.3$)条件下以不同角度入射轨迹

3 α 随 r 变化的电子注轨迹

以上分析没有考虑 α 随 r 的变化, 实际上, 随着注包络随 r 的变化, 电子注密度要发生变化, 从而电子受到的力要变, 因此在 α 区电子受到的是一与 r 有关的变力作用; 而在 β 区始终处于中和状态, 受力取决于速度, 可见为恒力。以下讨论 α 区 α 随 r 变化的电子注轨迹。

由高斯定理, 电子注和正离子在注边界处产生的场分别为

$$E_{re} = - I / 2\pi\epsilon_0 v r \tag{15}$$

$$E_{ri} = \rho_i r / 2\epsilon_0 \tag{16}$$

将式(15)、(16)代入式(1)并整理得

$$r'' = \frac{p}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{2\eta}} \frac{1}{r} - \frac{\rho_i}{4\epsilon_0 V} r - \frac{p^2 \sqrt{\eta}}{2\sqrt{2}\pi} \frac{V}{r} \tag{17}$$

由式(5)可将式(17)化为

$$\left(\frac{dR}{dZ} \right)^2 = (1 - \frac{v^2}{c^2}) \ln R + Q(1 - R^2) + R_0'^2 \tag{18}$$

$$Q = \frac{\rho_i r^2(0)}{4\epsilon_0 V 174^2 p} = \frac{\pi \rho_i r^2(0) \sqrt{2\eta} V}{2I} \tag{19}$$

由式(18)可估计出 R 的大致范围

$$\exp\left[-\frac{Q + R_0'^2}{1 - v^2/c^2}\right] \leq R \leq \sqrt{\frac{Q + R_0'^2}{Q}} \tag{20}$$

特别地, 平行 Z 轴入射时有

$$\exp\left[-\frac{Q}{1 - v^2/c^2}\right] \leq R \leq 1 \tag{21}$$

可见当 R 下降时会受到式(21)限制即有散焦, 当 R 上升时也会受到上式限制即有聚焦。

从式(18)可见 R 受 Q 影响极大, 而 Q 又正比于等离子体密度和电子速度, 如果这两项较大可使 Q 远远大于斜率值时, 也可得到式(21)结果, 表明无论发射角度如何, 均能将注维持在 $R=1$ 的范围内, 可见聚束能力强。因此, Q 是正离子和磁自聚焦的综合体现。解式(18)得

$$Z = \int_1^R \frac{dR}{\pm \sqrt{(1 - v^2/c^2) \ln R + Q(1 - R^2) + R_0^2}} \quad (22)$$

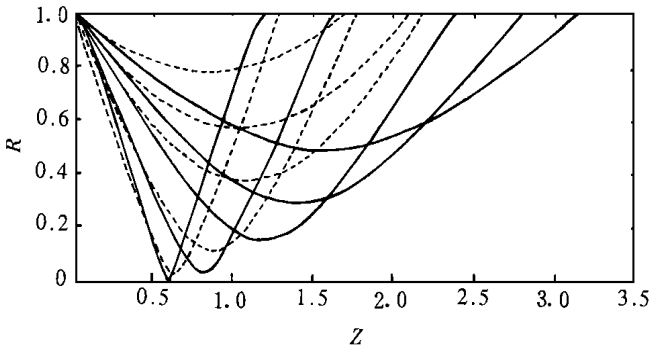


图 6 考虑中和因子沿径向变化时不同斜率入射的注轨迹

式(22)对于不同的 Q 和 R_0' 可用数值法求解。图 6 示出了该情况下 α 区不同斜率(从上到下其斜率依次为: -0.5 、 -0.75 、 -1.0 、 -1.5 、 -2.0)入射电子注与真空(虚线)中的轨迹比较, 计算条件为: $\rho_i = 0.25 \times 10^{10}/\text{cm}^3$, $V = 100 \text{ kV}$, $p = 10^{-6} \text{ A V}^{-3/2}$, $r(0) = 1 \text{ cm}$, 可以求得: $Q = 0.3275$ 。从图中仍可看出比真空条件聚焦强烈, 与前面恒定 α 相比, 大致相当于 $\alpha = 0.4$ 的结果。如果在该条件下求 α 平均, 可得

$$\overline{\alpha(r)} = \frac{3}{2} \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)$$

在 $V = 100 \text{ kV}$ 时, $\overline{\alpha(r)} = 0.467$ 。

4 结 论

由上述讨论可推得, 电子注在注入漂移管后将由初始点出发, 根据等离子体参数的不同分别在 α 区 ($\alpha > 0$) 和 β 区 ($\beta > 0$) 交替波浪式前行, 调节某些参数可有效地改善电子注的传输性能。填充等离子体后, 电子注在漂移空间被有效聚束, 聚焦效果与等离子体参数有关, 这为漂移管的设计及电子注传输性能的改善提供了基础。

参 考 文 献

- 1 Schumacher R W, Goegel D M, Santoru J *et al.* PasotronTM high-energy microwave source. IEEE Inter Conf of Plasma Sci, Williamsburg, Virginia, 1991
- 2 Goegel D M, Butler J M, Schumacher R W *et al.* High power microwave source based on an unmagnetized backward-wave oscillatro. IEEE Trans on Plasma Science, 1994, 22(5): 547 ~ 553
- 3 纳吉 G A, 西拉支 M 著. 莫元龙, 刘世程, 候文秀等译. 空间电荷光学导论, 北京: 科学出版社, 1983

Research on Electron Beam Focus Properties in Plasma

Chen Xi Xie Wenkai Liu Shenggang

(Inst. of High Energy Electronics, UEST of China Chengdu 610054)

Abstract The equation of electron trajectory in drifting tube filled with plasma is given in this paper. The space is divided into two areas (α and β), the equation is solved and focus properties are studied and some parameters affecting the focus properties are discussed carefully. The study shows that after the tube is filled with plasma, the beam is focused obviously, and the design of drifting tube and adjustment of beam transmission pattern are more convenient.

Key words plasma; trajectory; focus; electron beam

编辑 叶红