

一种机器人逆运动学求解的神经网络方法^{*①}

谭 莹^{**} 何振亚

(东南大学无线电工程系 南京 210096)

邓 超

(中国科学技术大学计算机科学系 合肥 230026)

【摘要】 研究了机械手控制的逆运动学问题,提出了一种克服 Hopfield 网络的局部极值问题的网络参数扰动算法,通过数字模拟分析了该算法的性能,并将该算法成功地应用于机械手控制的逆运动学问题。计算机仿真表明,这种神经网络控制方法不仅具有较快的速度,而且大大提高了对机械手的控制精度。

关键词 神经网络; 局部极值问题; 参数扰动; 机器人; 逆运动学

中图分类号 TN911.7; TP1214; TP242

机械手运动学是研究机器人的机械臂的运动及其控制特性^[1]。通常,人们要求机械手去完成某一动作,习惯上总是以笛卡尔坐标空间中的状态向量(如平面坐标系中的位移、速度等)来描述。而对机械手的操纵则是通过调节机械臂各个关节的角度来实现,机械臂各关节间的角度以及角速度构成了特定动作的另一种描述。对于给定的一组机械臂关节间的角度,寻找机械手在笛卡尔坐标系中的位置及运动方向则称之为“直接运动学问题”,反之,为了控制机械手的运动,在已知机械手的运动轨迹条件下,求解对应的机械臂关节间的角度问题,则称为“逆运动学问题”^[2]。

通常,一些问题的逆运算比正运算要复杂得多。例如线性组合运算是矩阵相乘问题,而其反问题解线性方程组则是矩阵求逆问题,显然后者比前者要复杂得多,若能用正运算求解逆运算将使算法大大简化。实际上,人的心算过程往往是通过这种简化方法来完成的。近十年来兴起的反馈型人工神经网络^[3]的问题求解特性与人的心算极为相似,其“反馈”机制就是将估计结果取回经过神经元与其门限进行比较,然后根据误差来精细地调整结果,直到收敛于正确值。目前,反馈型人工神经网络已经在矩阵求逆、优化计算和联想记忆等方面获得了广泛的应用。其中最典型的的就是 Hopfield 网络(HNN)^[3],由于其大规模并行集体计算特性,已经在许多领域获得了广泛的应用。但 HNN 面临严重的局部极小值问题,大大阻碍了其在优化计算中的应用。克服该网络的这种不足有许多方法,如 Kirkpatrick 的模拟退火法^[4],Abe 的局部极值抑制法等^[5]。基于 HNN 的特性,受 SA 法的启发,本文发展了一种 HNN 的参数随机噪声扰动算法,有效地克服了其局部极值问题,并将其成功地应用于机械手控制的逆运动学问题。

1 逆运动学问题

在机器人的机械手控制的研究中,最重要的问题之一是逆运动学问题。对于已知的机械手在

① 1997年3月13日收稿,1997年4月14日修改定稿

* 国家自然科学基金和国家攀登计划—认知科学(神经网络)资助项目

** 男 33岁 博士生 讲师

任何时刻一组关节角度对应于末端抓手的笛卡尔坐标系中唯一的位置和方向。通常考虑具有 n 个自由度的机械手。在某一时刻 t , 关节变量状态向量 $\theta(t) = [\theta_1(t), \theta_2(t), \dots, \theta_n(t)]^T \in R^n$ 与机械手的位置状态变量向量 $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)]^T \in R^m$ 间的关系由如下机械手运动学方程描述

$$x(t) = f(\theta(t)) \quad (1)$$

一般情况下, 这种机械手运动学方程为非线性超越方程, 无法直接反解式(1)的解析解, 而只能采用迭代的方法求解其数字解, 这样就大大降低了机械手的控制速度。为克服这一困难, 常用的反解策略是建立机械手位置状态向量的关节状态向量的微分运动关系, 从而求解某机械手的运动向量所必须的关节速度。对式(1)的两边求导得

$$\dot{x}(t) = J(\theta(t))\dot{\theta}(t) \quad (2)$$

式中 $\dot{x}(t) = dx(t)/dt$, $\dot{\theta}(t) = d\theta(t)/dt$, 而 $J(\theta) = \partial f / \partial \theta \in R^{m \times n}$ 为 $(m \times n)$ 矩阵, 它是机械手运动学方程的雅可比阵。

这样, 可从一预先规划的运动轨迹 $x(t)$ 或其速度 $\dot{x}(t)$ 来计算关节变量的变化路径 $\theta(t)$ 或其速度 $\dot{\theta}(t)$, 达到对机械手的有效控制。即, 在给定 $\dot{x}(t)$ 的情况下, 相应关节状态向量的速度为

$$\dot{\theta}(t) = J^+(\theta(t))\dot{x}(t) \quad (3)$$

式中 $J^+(\theta) = J^T(\theta)[J(\theta)J^T(\theta)]^{-1} \in R^{n \times m}$ 为雅可比阵的 Moore-Penrose 伪逆。式(3)给出的解常称为关节速度的伪逆解。对于非冗余度机器人 ($m = n$), 有 $J^+(\theta) = J^{-1}(\theta)$ 。对于冗余度机器人 ($m < n$), 伪逆解为关节状态速度的最小范数解。

2 HNN 模型及其参数扰动 (PD) 算法模型

2.1 Hopfield 神经网络模型

HNN 是一种全连接的反馈型网络。令 H 和 Q 分别代表 HNN 和其神经元集合。 W_{ij} 表示神经元 i 和神经元 j 之间的连接强度, I_i 表示神经元 i 的输入偏置。同时假设 $W_{ij} = W_{ji}$ 和 $W_{ii} < 0$ ($i, j \in Q$)。对于具有理想放大器的网络 H , 其 Lyapunov 能量函数为

$$E = -\frac{1}{2} \sum_{i \in Q} \sum_{j \in Q} W_{ij} V_i V_j - \sum_{i \in Q} I_i V_i \quad (4)$$

式中 V_i 表示神经元 i 的输出状态。它的状态演化行为满足 $dV_i/dt = -\partial E / \partial V_i = \sum_{j \in Q} W_{ij} V_j + I_i$ ($i \in Q$)。

2.2 HNN 的参数扰动 (PD) 算法

HNN 是一种局部搜索算法。给定一个初始状态, 它将稳定于该初始状态附近的某一局部极小点。因此可以想象, 如果能够求得一个比现有局部极小点的能量更小的一个新的状态并将其作为网络的新初始状态, 则网络就能进一步进行演化并稳定到一个新的局部极小点。尤其是当某一个新的初始状态正好位于网络全局极小点的吸引域内时, 则网络将收敛到其全局最小点。基于这种思想并受 SA 算法的启发我们提出了一种避免 HNN 局部极值的算法, 称其为参数扰动 (PD) 算法。

假设网络 H 已处于某一局部极小状态。通过对网络参数 (即网络的连接权和偏置) 进行如下随机扰动, 可以得到一个新的 HNN H'

$$H': W'_{ij} = W_{ij} + \delta W_{ij} \quad i, j \in Q, i < j \quad (5a)$$

$$W'_{ij} = W'_{ji} \quad i, j \in Q, i > j \quad (5b)$$

$$I'_i = I_i + \delta I_i \quad i \in Q \quad (5c)$$

式中 δW_{ij} 和 δI_i 分别代表网络连接权和神经元输入偏置的随机扰动分量。

显然, 式(5b)保证网络扰动后的连接权仍是对称的, 故按式(5)扰动所生成的网络 H' 仍具有稳定的平衡状态。关于式(5)中随机扰动分量的产生可以有多种方式, 也可以根据具体的应用问题采用不同的扰动方式。这里介绍一种更一般的扰动方法, 它既具有乘性噪声扰动又具有加性噪声扰动, 其具体形式如下

$$\delta W_{ij} = \alpha_1 n_{ij} W_{ij} + \beta_1 n_{ij} \quad i, j \in Q, i < j \quad (6a)$$

$$\delta I_i = \alpha_2 m_i I_i + \beta_2 m_i \quad i \in Q \quad (6b)$$

式中 n_{ij} 和 m_i 分别为归一化高斯噪声或(0, 1)间的均匀分布噪声, $\alpha_i, \beta_i (i=1, 2)$ 分别为控制网络连接权和输入偏置参数扰动强度的正常数, 其中 α_i 称为乘性噪声的扰动强度, β_i 为加性噪声的扰动强度。

由式(5)可知, 网络 H 和网络 H' 具有相同的拓扑结构, 其差别只是网络的参数不同。因此, 这两个网络的神经元是一一对应的, 并且它们之间的状态可通过各个对应的神经元进行相互映射。假设网络 H 处于某一局部极小点, 由式(5)对网络参数进行扰动, 可获得一新网络 H' 。保存网络 H 的当前局部极小点并将其作为新生成网络 H' 的初始状态。让网络 H' 演化并收敛到其稳定状态, 再将该稳定状态映射回网络 H 并作为其新的初始状态。判断网络 H 能否稳定到一个能量值比当前局部极小点状态更小的一个新的局部极小点状态。如能, 接受该状态为网络 H 的新局部极小点状态, 否则保留其上一次局部极小点状态, 完成一次迭代。按此循环迭代直到总迭代次数大于预先设定的最大迭代次数 n_{\max} 或连续 N 次都没有新的局部极小点状态可以被网络 H 接受为止, 算法终止。很显然, 该 PD 算法实质上是网络参数扰动加 HNN 局部搜索特性。

2.3 PD 算法特性分析

为了简化分析, 使其不失一般性, 令式(6)中 $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ 和 $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ 。由式(5)可知, α 为乘性噪声扰动强度参数, 对网络的收敛性能有很大影响; 它是一个敏感参数, 在实际应用中要严格限制其变化的范围。而 β 为加性噪声扰动强度参数, 其取值应随网络权 W 和偏置 I 的取值大小作相应选取; 换句话说, 当 W 和 I 的取值较大时, β 应取较大的值, 反之, β 应取较小的值。图 1 分别给出对于不同 α 和 β 用 PD 算法求解 10 个城市 TSP 问题的收敛特性。图中 N_m 表示平均迭代次数。

它是对每一组参数运行十次 PD 算法的迭代次数的平均值, 其合理的参数范围应是 $\alpha = 0.15 - 0.30$, $\beta = 0.00 - 0.25$, 与上面的分析一致。

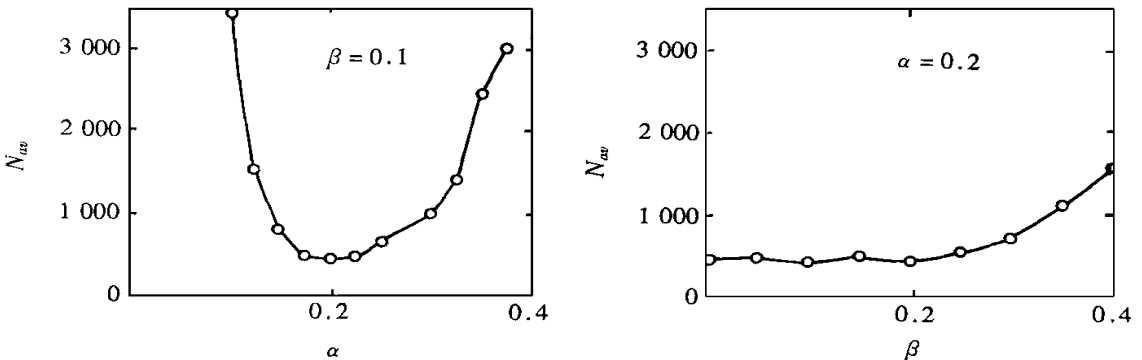


图 1 对于不同 α 和 β 值 PD 算法的收敛性能

为了与SA方法比较,我们采用SA方法求解同样的10个城市的TSP问题。在SA方法中,温度的降低采用指数退火方式(即 $T_0 r^k, k=1, 2 \dots$ 。 T_0 为初始温度, γ 为小于并接近1的常数)。大量数字仿真表明PD算法在大约100次迭代后即可收敛到较满意的解,而SA算法要获得相同解需要1000次迭代以上,由此可见PD算法的有效性。SA算法与PD算法的特点比较见表1。

表1 PD算法与SA算法的特点比较

PD 算法	SA 算法
多个神经元并行扰动, 扰动效率高	每次迭代只对一个神经元扰动
能在有限时间到达全局最小	无法保证在有限时间到达全局最小
每次迭代都达到有效解	算法的中间迭代状态无意义

从上面的讨论可知,PD算法不仅具有很强的搜索全局极小点状态的能力,而且与SA算法相比具有很高的搜索效率。

3 逆运动学问题求解的PD算法

为了将PD算法用于求解逆运动学问题,为网络 H 构造如下目标函数

$$E = \frac{1}{2} \|x_d - x\|_2^2 \quad (7)$$

式中 x_d 为机械手在 Cartesian 坐标系中期望状态向量 x_d 的速度向量; x 为实际状态向量 x 的速度向量; 符号 $\|\cdot\|_2$ 代表向量 2-范数。

将式(2)代入目标函数式(7)并与式(4)比较,得

$$E = -\frac{1}{2} \theta^T W \theta - I^T \theta + \frac{1}{2} \|x_d\|_2^2 \quad (8)$$

式中 $W = -J^T J \in R^{n \times n}$ 为网络 H 的连接权矩阵, $I = J x_d \in R^{n \times 1}$ 为该网络神经元的输入偏置向量。显然网络 H 的输出函数为理想线性函数,其动力学特性满足如下向量微分方程

$$\frac{d}{dt} \theta = k(W\theta + I) \quad k > 0 \quad (9)$$

其中

$$\frac{dE}{dt} = -(W\theta + I) \frac{d}{dt} \theta = -k^{-1} \left\| \frac{d}{dt} \theta \right\|_2^2 \leq 0$$

即网络是稳定的,稳定时给出目标函数的极小值。

为了求得网络 H 的全局极小点或其一个很小的邻域,提高机械手的控制精度,将第二节的PD算法应用于这种神经网络控制器的演化计算中,得到的神经网络控制系统如图2所示。其控制过程为:每隔时间 T ,就有一个采样输入向量 x_d 和机械臂状态,从而确定网络 H 的连接权值和输入向量,然后启动PD算法以逃离HNN能量的局部极小点,使网络最终达到其全局极小点或其邻域的的稳定平衡状态。对神经网络PD算法的最终平衡状态进行积分可得关节状态向量 θ ,并用于对机械臂的精确控制。

4 计算机仿真实验

为了验证本文方法的有效性,我们进行了如下两个仿真实验:

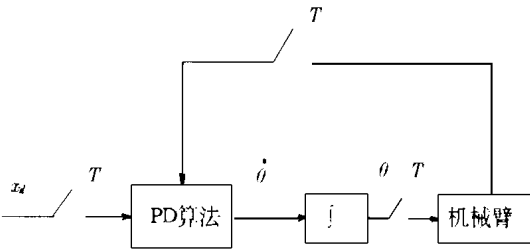


图 2 PD 算法神经控制系统的结构

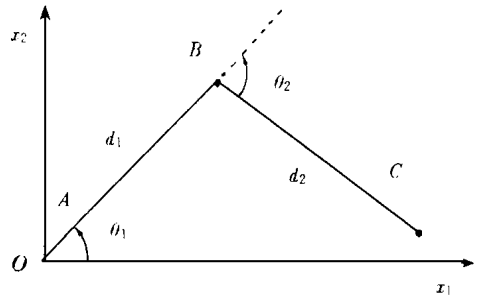


图 3 两个自由度的平面机械手

仿真实验 1 对于如图 3 所示的两个自由度的平面机械手, 其中, 连杆长度 $d_1 = d_2 = 1$, A 、 B 为转动关节, C 为末端执行器的位置。考虑这样一个任务: 已知某机器人的机械手的初始位置为

$$x(t_0) = [x_1(t_0), x_2(t_0)]^T = [0.80, 1.20]^T$$

其对应的初始关节位置为

$$\theta(t_0) = [\theta_1(t_0), \theta_2(t_0)]^T = [0.2174, 1.5308]^T$$

要求控制机械手以匀速直线运动 10 s, $t_f = 10$ 到达终点位置

$$x(t_f) = [0.20, 0.65]^T$$

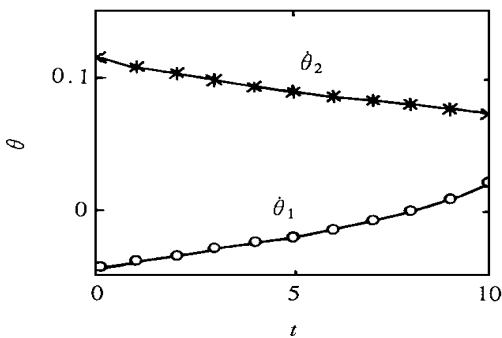
对该项任务, 在一台 Sun Sparc 工作站上进行了仿真。仿真中的积分过程采用了自适应变步长的四阶 Runge-Kutta 法, 并采用式(6)的扰动方式, 取 $\alpha = 0.3$, $\beta = 0.42$, 仿真结果如图 4 所示。对该任务机械手的末端关节位置为

$$\theta(t_f) = [0.0486, 2.4477]^T$$

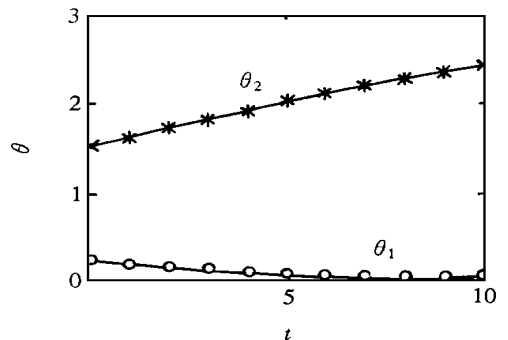
为了验证其反解精度, 用仿真求得的关节变量通过一次运动学正运算得到的位置与理想位置的最大误差的均方根为

$$\hat{\alpha}_{\max} < 3.8132 \times 10^{-9}$$

由此可见, 这种方法的控制精度是很高的。



(a) 计算的关节速度向量 $\theta(\dot{t})$



(b) 计算的关节变量向量 $\theta(t)$

图 4 仿真实验 1

仿真实验 2 对如图 3 所示的平面机械手, 考虑这样一个任务: 已知其初始位置为

$$x(t_0) = [x_1(t_0), x_2(t_0)]^T = [0.50, 1.20]^T$$

其对应的初始关节位置为

$$\theta(t_0) = [\theta_1(t_0), \theta_2(t_0)]^T = [0.3128, 1.7264]^T$$

要求控制其末端执行器沿 x_1 方向以加速度 $\alpha=0.05$ 运动, 同时保持沿 x_2 方向匀速直线运动 2 s ($t_f=2$) 到达终点位置为

$$x(t_f) = [0.60, 1.20]^T$$

对这一问题同样进行了仿真, 计算中选取 $\alpha=0.23, \beta=0.35$ 。该任务机械手的末端关节位置为

$$\theta(t_f) = [0.0486, 2.4477]^T$$

其 $\delta_{\max} < 8.36e-9$ 。

5 结 论

本文基于 HNN 和 SA 算法提出了一种参数扰动算法, 构造了一种神经网络控制系统, 并将其成功地应用于机械手运动的反解运算中。仿真表明, 与传统的数值迭代法相比, 本文提出的控制方法不仅具有较快的控制速度而且具有更高的精度。

参 考 文 献

- 1 Wampler II C W. Manipulator inverse kinematics solutions based on vector formulations and damped least-square methods. IEEE Trans Syst, Man, Cybern, 1986, 16(1): 45~52
- 2 Mayorga R V, Wong A K, Milano N. A fast procedure for manipulator inverse kinematics evaluation and pseudoinverse robustness. IEEE Trans Syst, Man, Cybern, 1992, 22(4): 790~798
- 3 Hopfield J J, Tank D M. Neural computation of decisions in optimization. Biological Cybernetics, 1985, 52(2): 141~152
- 4 Kirkpatrick S, Gelatt C D, Vecchi M P. Optimization by simulated annealing. Science, 1983, 220(4598): 674~680
- 5 Abe S. Global convergence and suppression of spurious states of the Hopfield neural networks. IEEE Trans Circuit and System-I, 1993, 40(3): 246~257

A Neural Network Approach for Inverse Kinematics Solving of Robots

Tan Ying He Zhenya

(Dept. of Radio Eng., Southeast University Nanjing 210026)

Deng Chao

(Dept. of Comp. Sci., University of Science and Technology of China Hefei 230026)

Abstract This paper deals with manipulator inverse kinematics. A parameter disturbing algorithm of neural networks which can overcome the local minima problem of Hopfield network is proposed. Its performance is analyzed in terms of digital simulations in detail. The algorithm is successfully applied to the inverse kinematics problem of manipulator control. It is shown by simulations that the proposed neural network controlling method not only has fast control speed but also raise the control accuracy of manipulator.

Key words neural networks; local minima problem; parameter disturbance; robot; inverse kinematics