

# ATM网络中长相关业务排队性能的分析\*

许都\*\* 李乐民

(电子科技大学光纤通信国家重点实验室 成都 610054)

**【摘要】** 研究了ATM网络中单服务FIFO排队系统的性能,当排队输入为具有长期相关特性的业务流时,得到了高斯假设下系统信元丢失率的理论值,该值较已有的理论分析更接近仿真结果,并适用于短期相关输入业务的情况。

**关键词** 长相关业务; 自相似过程; 分形高斯噪声; 信元丢失率

**中图分类号** TN913.24

ATM网络中常采用单服务的FIFO排队系统来描述、分析成形器、复接器、交换机等的性能,当输入为不同特性的业务流时,其性能(如CLR—Cell Loss Rate)是不同的。对业务流的建模,要求以尽可能少的参数,体现尽可能多的业务特性,如平均速率、峰值速率、突发度等。现有的针对传统网络业务的模型,如IBP、IPP、MMBP等,均能体现业务流的部分特性,并在数学上可以精确或近似求解。

随着网络业务种类与数量的增多,已有模型要全面描述其特性,特别是对QoS(Quality of Service)有重大影响的突发度和自相关特性,需要很多参数,最终导致数学上的不可解和数值运算量的急剧加大。为此,基于对实际运行网络,如LAN、WAN等的测试与分析<sup>[1,2]</sup>,国外研究人员提出了采用具有长相关LRD(Long-range Dependent)特性的分形或自相似模型来描述当前的网络业务。计算机仿真表明<sup>[3]</sup>,这种模型能更好地体现业务流的特性;同时,以自相似序列为输入的排队系统,其性能与以实际业务流为输入的排队系统也更为接近,但对长相关业务排队的理论分析却十分困难。本文利用输入序列的高斯假设,分析了输入为分形高斯噪声FGN(Fractal Gaussian Noise)的单服务排队系统,得到了其CLR的理论表达式。该式同已发表的研究成果具有近似相同的形式,并与仿真结果更为接近。同时,当FGN退化为一般高斯随机变量时,同短期相关SRD(Short-range Dependent)业务为输入的排队性能一致。

## 1 排队模型与业务流模型

考虑一个缓存器空间无限大的单服务FIFO排队系统,业务到达发生于每一时隙的开始,服务发生于该时隙的结束。若系统排空速率是恒定的,为 $c$ 信元/时隙,以 $V_n$ 表示时隙 $[n, n+1)$ 结束时的排队长度,则该队长构成的序列 $\{V_{n+1}, n=0, 1, \dots\}$ 满足Lindley递归

$$V_0 = 0$$

$$V_{n+1} = (V_n + A_n - c)^+ \quad (1)$$

其中  $(x)^+ = \max(0, x)$ ,  $A_n$  为单位时隙内进入排队系统的信元数。

1998年1月15日收稿

\* 国家自然科学基金和电子部预研基金资助项目,国家自然科学基金号:69682008

\*\* 男 29岁 博士生

对于传统的、基于泊松过程的输入序列,一般可利用高斯过程的可加性来逼近原输入序列的均值、方差、自协方差等,因此  $A_n$  可视为一个平稳的、各态历经的离散高斯随机过程,任何这种序列均可表示为其滑动平均 MA(Moving Average)形式<sup>[4]</sup>

$$A_n = m + \sum_{k=0}^{\infty} a_k \xi(n-k) \quad n \in \mathbb{Z} \quad (2)$$

其中  $\xi(n)$  为零均值、单位方差的独立高斯变量; $m > 0$  为输入的平均速率。

该业务流模型可用于较准确地描述对多个泊松类业务复接或叠加后的业务流特性。但如前文所述,实际网络业务的特性具有长期相关性,如用  $H$  参数(Hurst Parameter)表征序列的自相关程度,则传统模型的  $H \approx 0.5$ ,而实际业务流的  $H \in [0.7, 0.9]$ <sup>[1]</sup>。为此,将式(2)转化为具有 LRD 特性的 FGN 序列。

令

$$K_H(u) = \begin{cases} u^{H-0.5} & u \in (0, 1] \\ u^{H-0.5} - (u-1)^{H-0.5} & u \in (1, \infty) \end{cases}$$

则零均值、单位方差的 FGN  $Z_H(t)$  为

$$Z_H(t) = \int_{-\infty}^t K_H(t-s) dB(s) / \Gamma(H+0.5) \quad (3)$$

其中  $B(s)$  为标准布朗运动过程,  $\Gamma(\cdot)$  为伽玛函数。

将式(3)离散化,可得离散分形高斯噪声序列 dFGN(discrete FGN)  $Z_H(n)$  为

$$Z_H(n) = \frac{\sum_{i=-\infty}^n w_{n-i+1} \xi(i)}{\Gamma(H+0.5)} \quad (4)$$

其中

$$w_{n-i+1} = \int_{i-1}^i K_H(n-s) ds = \begin{cases} \frac{1}{H+0.5} [(n-i+1)^{H+0.5} - (n-i)^{H+0.5}] & i = n \\ \frac{1}{H+0.5} [(n-i+1)^{H+0.5} - 2(n-i)^{H+0.5} + (n-i-1)^{H+0.5}] & i < n \end{cases} \quad (5)$$

对式(4)中求和项进行变量替换可得

$$Z_H(n) = \frac{\sum_{k=0}^{\infty} w_{k+1} \xi(n-k)}{\Gamma(H+0.5)} \quad (6)$$

因此,在式(2)中取  $a_k = \sqrt{m\gamma} w_{k+1} / \Gamma(H+0.5)$ , 可得基于 FGN 的、具有 LRD 特性的排队输入序列

$$\tilde{A}(n) = m + \sqrt{m\gamma} Z_H(n) \quad (7)$$

其中  $\gamma$  为单位时隙输入信元数的方差系数,即  $\gamma = \text{Var}(\tilde{A}(n)) / m$ 。

## 2 排队性能分析

对高斯序列的排队分析,可采用求解伴随过程具有无穷多维状态空间的半马氏链的方法。在文献[5]中,R.G. Addie 对一般高斯输入序列的排队系统进行了研究,本文将推广,应用于 FGN 输入的排队系统。令  $Y_n = A_n - c$ , 为排队系统的净输入过程,  $X_n$  为序列  $\{\xi(n), \xi(n-1), \dots\}_{n \in \mathbb{Z}}$ , 则  $\{X_n, Y_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$  为一半马氏序列,其核函数定义为

$$K(x, A \times B) = P\{X_{n+1} \in A, Y_{n+1} \in B \mid X_n = x\}$$

其拉普拉斯变换为

$$\hat{K}(x, A) = \int_{A \times R} K(x, dy \times d\xi) \exp(-s\xi)$$

对于传统的排队系统<sup>[5]</sup>,以  $t$  表示缓存器长度,当  $t \rightarrow \infty$  时

$$P[V_\infty > t] \exp(-s^*t) \rightarrow r \tag{8}$$

其中  $s^*$  与  $r$  为待定参量。在高斯输入的情况下,确定  $s^*$  等价于求解方程

$$v(s)\hat{K}(s) = \alpha(s)v(s) \tag{9}$$

其中  $v(s)$  为状态空间  $X_n$  上的一个正测度函数,  $\alpha(s)$  为  $s$  的实凸函数,且当  $s=0$  或  $s=s^*$  时,满足  $\alpha(s)=1$ 。省略对式(9)的求解过程,可得

$$\alpha(s) = \exp\left\{s(c-m) + \frac{(sa_0)^2}{2}\right\} \prod_{k=1}^m \exp\left\{-sb_k a_{k+1} + \frac{(sa_{k+1})^2}{2}\right\} \tag{10}$$

其中  $b_0, b_1, \dots$  可由如下递推式求得

$$\begin{aligned} b_0 &= -sa_0 \\ b_{k+1} &= b_k - sa_{k+1} \end{aligned} \tag{11}$$

令式(10)右端为 1,有

$$s^* = \frac{2(m-c)}{\sum_{k=0}^m a_k^2 + 2\sum_{k=0}^m a_{k+1} \sum_{j=0}^k a_j} \tag{12}$$

在 MA 模型中,式(12)右端分母项等价于  $v = \lim_{k \rightarrow \infty} \text{Var}[\sum_{j=0}^k A(j)]/k$ 。由排队理论可知,若令  $S_n = \sum_{i=0}^n (A(i) - c)$ ,则稳态下排队长度为  $V_\infty = \max_{n>0} S_n$ 。由于  $\{\tilde{A}_n, n=0, 1, \dots\}$  亦为一平稳的高斯序列,可得对应的分形排队长度分布满足  $\tilde{V}_\infty = \max_{n>0} \tilde{S}_n = \max\{\sum_{i=0}^n (\tilde{A}(i) - c)\}$ 。同时,对分形输入累积过程  $\{\tilde{S}_n, n=0, 1, \dots\}$ ,其均值为  $(m-c)n$ ,方差为  $\gamma mn^{2H}$ 。由此可得

$$P[\tilde{S}_n > t] = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{t - (m-c)n}{\sqrt{2m\gamma n^{2H}}}\right) \tag{13}$$

式中 当  $n = 2Ht / (2(1-H)|m-c|)$ ,使得  $P[\tilde{S}_n > t]$  得到最大值。当  $H=0.5$  时,对一般高斯输入序列,  $P[S_n > t]$  的最大值发生于  $n = t / |m-c|$ 。因此,若将分形高斯排队映射到一般高斯排队,则在式(12)中  $v$  应满足

$$\frac{t - n'(m-c)}{\sqrt{2vn'}} = \frac{t - n''(m-c)}{\sqrt{2m\gamma n''^{2H}}} \tag{14}$$

其中

$$\begin{aligned} n' &= \frac{t}{|m-c|} \\ n'' &= \frac{2Ht}{2(1-H)|m-c|} \end{aligned}$$

由式(12)、(14),可求得分形排队输入时的  $s^*$  为

$$s^*(t) = \frac{2(m-c)}{v} = \frac{(m-c)^{2H}}{2m\gamma(1-H)^{2-2H}H^{2H}} t^{1-2H} \tag{15}$$

此外,由文献[5]的分析可知,式(8)中对  $r$  的近似解为

$$\tilde{r} = \frac{s^* \Psi(c-m, \sigma)}{\text{erf}(-u/\sigma\sqrt{2})} \tag{16}$$

其中

$$\begin{cases} u = \sigma^2 s^* / 2 \\ \Psi(x, \sigma) = \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{x^2}{2\sigma^2}) - \frac{x}{2} \operatorname{erfc}(\frac{x}{\sigma\sqrt{2}}) \\ \sigma = \sqrt{m\gamma} \end{cases} \quad (17)$$

式中  $\bar{r}$  为  $t$  的表达式, 但当  $t$  较大时,  $\bar{r}(t)$  趋于  $(\sqrt{2\pi}/\sigma)\Psi(c-m, \sigma)$ , 与  $t$  无关。因此, 由式(8)、(15)、(16), 可得到 FGN 输入时排队系统的 CLR 为

$$P[V_\infty > t] \approx \frac{\sqrt{2\pi}}{\sigma} \Psi(c-m, \sigma) \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} \left[\frac{(c-m)^2}{(1-H)^{1-H}H^H}\right]^2 t^{2-2H}\right\} \quad (18)$$

### 4 结 论

如图 1 和图 2 所示, 我们利用式(1)对式(18)进行了计算机仿真, 图中分别对应于信道利用率  $H=0.4$  时,  $H=0.7$  和  $H=0.9$  三种情况。其中实线为仿真结果, 虚线为式(18)的计算值, 它们是较为接近的。同时, 图中点线给出了利用文献[6]的公式在相同条件下得到的计算结果, 其误差大于本文式(18)的计算值。对照我们的分析结果和文献[6]的结论, CLR 表达式的指数项是基本一致的(文献[6]中假设  $c=1$ ), 但由于我们引入了  $\bar{r}(t)$  对丢失率的分布进行了修正, 因此与仿真结果更为接近。

如果在式(8)中考虑  $H=0.5$ (一般高斯输入), 有

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{Var}[\sum_{j=0}^k \bar{A}(j)]}{k} \Big|_{H=0.5} = \lim_{k \rightarrow \infty} m\gamma k^{2H-1} \Big|_{H=0.5} = m\gamma$$

由于  $\gamma$  可视为输入序列的信元到达数的扩散系数 IDC(Index of Dispersion for Count), 有  $m\gamma = v$ , 使得当  $H=0.5$  时, 式(16)与式(12)具有相同的结果。这表明本文的分析结果, 可用于对具有不同自相关特性的输入序列的排队系统进行分析。

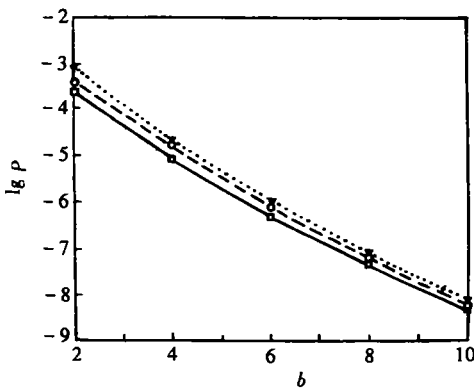


图 1  $H=0.7$  时, CLR 与  $b$  的关系

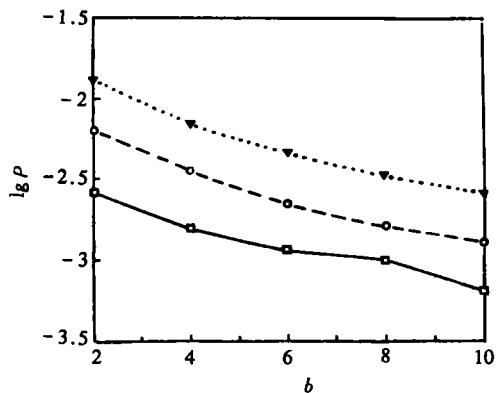


图 2  $H=0.9$  时, CLR 与  $b$  的关系

## 参 考 文 献

- 1 Leland W E, Taqqu M S, Willinger W *et al.* On the self-similar nature of ethernet traffic extended version. *IEEE/ACM Trans on Networking*, 1994, 2(1): 1 ~ 15
- 2 Paxson V, Floyd S. Wide-area traffic: the failure of poisson modeling. *Proc ACM SIGCOMM'94*, 1994: 257 ~ 268
- 3 Erramilli A, Narayan O, Willinger W. Experimental queueing analysis with long-range dependent packet traffic. *IEEE/ACM Trans on Networking*, 1996, 4(4): 209 ~ 223
- 4 常学将, 陈 敏, 王明生. 时间序列分析. 北京: 高等教育出版社, 1993
- 5 Addie R G, Zukerman M. An approximation for performance evaluation of stationary single server queues. *IEEE Trans on Communications*, 1994, 42(12): 3 150 ~ 3 160
- 6 Norros I. A storage model with self-similar input. *Queueing Systems*, 1994, 16: 387 ~ 396

## Queueing Analysis of LRD Traffic in ATM Networks

Xu Du Li Lemin

(National Key Lab. of Broadband Optical Transmission and Communication Systems, UEST of China Chengdu 610054)

**Abstract** In this paper, a single server FIFO queueing system under long-range dependent input traffic in ATM network is studied. Some theoretic results of the cell loss rate in such a system under Gaussian assumption are given. Simulations indicate that queueing analysis is more accurate than some other published results. It is compatible to the short-range dependent traffic. With that method, a unified equation can be used to get the performance of queueing system under input traffic with different autocorrelation structure.

**Key words** long-range dependent traffic; self-similar process; fractal gaussian noise; cell loss rate

编辑 黄 辛

.....

·科研成果介绍·

## 新型光纤免疫传感测量仪的研究

主研人员: 王志玉 唐 雷 李毓琦 何 俊 周 波 黄文珍

光纤免疫传感测量仪样机的主要性能指标为: 检测波长 400 nm ~ 760 nm。重现性为 0.27%。该测量仪结构简单、新颖的光纤传感头与用户的固相被检测膜注有机结合, 构成新型的反射, 分离式光纤免疫传感器, 从而可单独、灵活地处理膜注、实现膜注一次性制备, 多次使用, 缩短检测时间随机多项检测等一系列优点, 该测试仪可对细菌、病毒免疫球蛋白、激素、肿瘤细胞等物质进行检测。

·科 卞·