基于二阶、四阶累积量的盲解卷积准则

何晓薇* 樊龙飞 查光明
（中国民航飞行学院 广汉 618307）（电子科技大学通信与信息工程学院 成都 610054）

【摘要】 以SW理论为基础，研究了一般的非最小相位系统的盲解卷积问题；基于二阶、四阶累积量，定义了一个新的概念——归一化累积量，形成了归一化累积量匹配的盲解卷积准则；并导出了一种新的盲均衡算法，计算机模拟验证了该算法，获得了可用结果。

关 键 词 盲解卷积； 盲均衡； 累积量； 码间干扰

中图分类号 TN911.5

盲解卷积问题的简化模型如图1所示。激励信号 a_n 和线性系统 H 都是未知的，激励响应 x_n 是可观察的，盲解卷积器 C 的目的是从 x_n 中恢复出 a_n 或辩识出系统 H，使其输出 y_n 为 a_n 的无失真变换。盲解卷积在地震信号处理、图像恢复等领域都有应用，而在通信中的一个重要应用就是盲均衡。目前盲均衡技术已经形成两大类，一类是平稳信号盲均衡技术，其核心是高阶统计量[1~4]，这类技术曾被分为Bussgang和HOS两类[5]，其本质都是利用平稳信号的高阶统计量，只不过方法上有所不同而已，因而应属同一类；另一类是周期平稳（非平稳）信号盲均衡技术，其核心是过采样，采样频率为奈氏频率的整数倍，从而可以利用信号的周期平稳性，这是近几年才发展起来的一种快速盲均衡技术[6]。

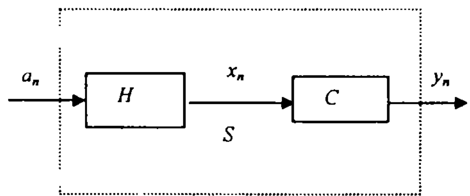

图1 盲解卷积系统模型

平稳信号盲均衡技术是最先出现的也是应用得最普遍的盲均衡技术，但理论研究明显落后于实际应用，表现之一是一些算法的提出往往没有理论依据，只是凭直观推理，如Sato算法和Gordard算法（也称为CMA算法）都是这样提出来的[1,2]。Shalvi等取得了突破性进展，他们得到了一个盲解卷积问题的充分必要条件，即在系统输入输出平均功率相等的约束条件下，峰态（kurtosis）的绝对值相等[4]。这个条件只涉及到二阶和四阶统计量，因而很实用。以这个条件为基础，他们形成了一个新的盲均衡准则，从而导出一种有理论根据的新算法，并且还证明，CMA算法的 $p=2$ 形式是其中的一个特定形式[2]，也部分地解释了CMA算法的本质。由于该准则有约束条件限制，不能直接得到实用的算法，借助于一个中间函数将约束条件与准则联系在一起后，形成了一簇实用算法，称为无约束条件算法。算法的具体形式与中间函数的选择有关。

Shalvi等的结论揭示出盲解卷积问题的本质特性的一个方面，称为SW理论。但SW理论有两个不足之处：1）约束条件的限制不符合盲解卷积问题的一般情况。上述约束条件实际上是要求系统增益保持为1，而对于一般的盲解卷积系统，最终目的是使系统为无失真系统，对增益并无特殊要求。况且在应用中（如盲均衡），解卷积器输出的大小是自由决定的，不必要有时甚至不可能保持

1997年12月25日收稿
* 女 32岁 硕士 讲师

与源信号一致;2) 算法不能由准则直接形成,而要经过一个中间函数,但中间函数的本质作用及对算法的影响并不清楚。本文的目的就是对 SW 理论进行完善,以便更全面地揭示盲解卷积问题的本质。

本文在定义了盲解卷积问题的期望解后,将二阶累积量和四阶累积量合并为一个新的统计量,称为归一化累积量,然后考察信号通过线性时不变系统时归一化累积量的特性,从而形成一个基于归一化累积量的盲解卷积充分必要条件和准则;借助于经典的最陡梯度算法,直接形成了一个基于二阶和四阶累积量的算法,给出计算机模拟结果;并将本文的结论与 SW 理论进行比较,分析了 SW 理论的局限性及原因。

1 新的盲解卷积准则

考虑图 1 所示的模型,设$\{a_n\}$为非高斯、零均值平稳随机序列,H 为非最小相位的线性时不变系统,设 C 与 H 组成的联合系统为 $S=C\otimes H$(这里$\otimes$表示卷积),冲击响应序列为$\{s_n\}$,则盲解卷积的目的就是使联合系统为理想无失真系统,即盲解卷积的期望解为

$$\{s_n\}=[\cdots 0,0,\beta e^{j\theta},0,0,\cdots]\qquad \beta\neq 0 \tag{1}$$

也即$\{s_n\}$序列中有唯一的非零元素 $\beta e^{j\theta}$,其中 $\beta(\beta\neq 0)$、θ 为任意常数,分别表示理想系统的幅度和相位因子。显然,当系统理想时,$y_n=\beta e^{j\theta}a_n$(忽略实际的延时),系统输出与激励信号之间只有固定的幅度和相位偏差,如有必要,很容易消除,一般情况下,认为此时的 y_n 就是理想输出。因此,将式(1)定义为问题的期望解具有一般意义。

对于复数信号 z,根据文献[7],我们定义如下的四阶和二阶累积量

$$CUM(z:4)=CUM(z,z,z^*,z^*)=E|z|^4-2E^2[|z|^2]-|E[z^2]|^2 \tag{2}$$

$$CUM(z:2)=CUM(z,z^*)=E|z|^2 \tag{3}$$

其中 $CUM()$是一般的联合累积量表示,$*$ 表示复数共扼。本文考虑的信号应满足 $CUM(a_n:4)\neq 0$, $CUM(a_n:2)\neq 0$。再定义如下的归一化累积量

$$Q(z:4:2)=CUM(z:4)/(CUM(z:2))^2 \tag{4}$$

其中 $CUM(z:2)\neq 0$。由于式(2)所示的四阶累积量与峰态完全相同,利用文献[4]中的关系式,有

$$CUM(y_n:4)=CUM(a_n:4)\sum_l|sl|^4 \tag{5}$$

$$CUM(y_n:2)=CUM(a_n:2)\sum_l|sl|^2 \tag{6}$$

由于 $CUM(a_n:2)\neq 0$,故 $CUM(y_n:2)\neq 0$, 两式相除得

$$\frac{CUM(y_n:4)}{(CUM(y_n:2))^2}=\frac{CUM(a_n:4)}{(CUM(a_n:2))^2}\frac{\sum_l|sl|^4}{\left(\sum_l|sl|^2\right)^2} \tag{7}$$

再对式(7)两边取绝对值,得

$$|Q(y_n:4:2)|=|Q(a_n:4:2)|\frac{\sum_l|sl|^4}{\left(\sum_l|sl|^2\right)^2} \tag{8}$$

由于 $\left(\sum_l|sl|^2\right)^2=\sum_l|sl|^4+\sum_l\sum_{k\neq l}|sl|^2|sk|^2$, 不难证明

$$\sum_{l} |sl|^4 \Big/ \Big(\sum_{l} |sl|^2\Big)^2 \leqslant 1 (当且仅当\{s_n\}序列中有唯一的非零元素时等号成立) \tag{9}$$

于是就得到下述原理。

原理 1　非高斯平稳信号序列$\{a_n\}$，经过线性时不变系统，系统响应为$\{y_n\}$，若系统冲激响应为$\{s_n\}$，则有下述关系成立

$$|Q(y_n:4:2)| \leqslant |Q(a_n:4:2)| \tag{10}$$

当且仅当$\{s_n\}$为式(1)时，等号成立。

原理 1 说明了：一方面，系统为式(1)所示的理想系统的充分必要条件就是系统输入输出的归一化累积量的幅度(绝对值)相等，这实际上就是盲解卷积的充分必要条件；另一方面，系统输出的归一化累积量的幅度存在唯一的极大值点，该点的极大值就等于系统输入的归一化累积量绝对值，而该极值点就是式(1)所示的理想系统。这意味着，只要使系统输出的归一化累积量的幅度达到极大值，系统就会成为理想系统。由此形成如下的盲解卷积准则

$$极大化\quad |Q(y_n:4:2)| \tag{11}$$

当该准则实现时，系统输入输出的归一化累积量相等，故称为归一化累积量匹配准则。

2　盲解卷积算法形成

2.1　算法推导

假设盲解卷积器的结构为横向滤波器，n 时刻均衡器的抽头矢量为 C_n。根据式(11)所示的盲均衡准则，定义如下的目标函数

$$\xi(C_n) = |Q(y_n:4:2)| \tag{12}$$

并采用如下常见的梯度算法使目标函数极大化

$$C_{n+1} = C_n + \mu \nabla C_n[\xi(C_n)] \tag{13}$$

式中　μ 为步长因子，∇C_n表示梯度，对式(12)求导得

$$\nabla C_n[\xi(C_n)] = 4\mathrm{sgn}[Q(y_n:4:2)]E\{[(|y_n|^2 E|y_n|^2 - E|y_n|^4 + |E[y_n^2]|^2)y_n - E[y_n^2]E|y_n|^2 y_n^*]X^*\}E^{-3}|y_n|^{-2} \tag{14}$$

由式(7)可知，$\mathrm{sgn}[Q(y_n:4:2)] = \mathrm{sgn}[Q(a_n:4:2)]$，再将式(14)中梯度的随机估计代入式(13)，得到如下的随机梯度算法

$$C_{n+1} = C_n + \mu\mathrm{sgn}[Q(a_n:4:2)]\{[(|y_n|^2\langle|y|^2\rangle_n - \langle|y|^4\rangle_n + |\langle y^2\rangle_n|^2)y_n - \langle y^2\rangle_n\langle|y|^2\rangle_n y_n]\langle|y|^2\rangle_n^{-3}\} \tag{15}$$

$$\langle y^2\rangle_{n+1} = (1-\rho)\langle y^2\rangle_n + \rho y_n^2 \tag{16}$$

$$\langle|y|^2\rangle_{n+1} = (1-\delta)\langle|y|^2\rangle_n + \delta|y_n|^2 \tag{17}$$

$$\langle|y|^4\rangle_{n+1} = (1-\lambda)\langle|y|^4\rangle_n + \lambda|y_n|^4 \tag{18}$$

其中　式(16)、式(17)和式(18)分别表示对 $E[y_n^2]$、$E|y_n|^2$、$E|y_n|^4$ 的估计，ρ、δ、λ 为大于零远小于 1 的常数，式(15)～式(18)即构成本文的算法。

2.2　计算机模拟结果

本节通过计算机模拟了一个盲均衡系统，以此来验证新准则和新算法。信号源采用 2×4QAM 和 4×4QAM 两种，其中 2×4QAM 的信号点分布如图 2 所示，将其设计成非 90°旋转对称的格式是为了更具一般性($E[a_n^2]\neq0$)，两个信道模型的码间干扰分别为 0.5 dB 和 −8.5 dB，信噪比为 30 dB 和 35 dB，码间干扰定义为[4]

$$ISI = \left(\sum_l |sl|^2 - |s|_{\max}^2\right) \Big/ \sum_l |sl|^2 \tag{19}$$

显然,当系统如式(1)时,$ISI = 0$。均衡器系数采用本文算法每码元调整一次,得到如图3所示收敛曲线。图中,N 表示迭代次数(每次迭代用 10^4 个码元),码间干扰测量为 $10\lg(ISI)$,用 I 表示,Monte - Carlo 平均次数10次,步长 $\mu = 1\times10^{-3}$,$\rho = \delta = \lambda = 10\mu$。由图3可知,经过若干码元后,均衡器输出的码间干扰减小了20 dB以上,证明本文算法是可行的。

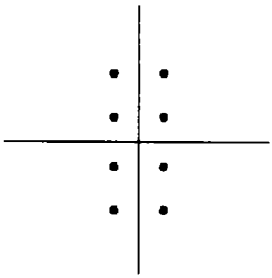

图2　2×4 QAM 星座

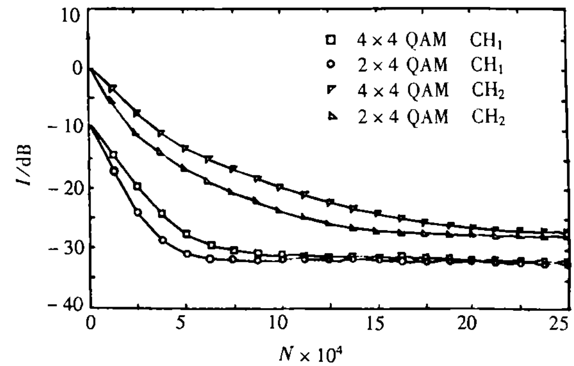

图3　收敛性能曲线

3 与SW理论的关系比较

SW理论的充分必要条件为:$|CUM(y_n:4)| = |CUM(a_n:4)|$ 且 $CUM(y_n:2) = CUM(a_n:2)$;盲解卷积准则为:在保持 $CUM(y_n:2) = CUM(a_n:2)$ 的条件下,极大化 $|CUM(y_n:4)|$;无约束条件算法形成方法为:由一个中间函数将准则的两个内容合并构成代价函数,即 $\xi(C_n) = |CUM(y_n:4)| + f(CUM(y_n:2))$,$f(\ )$ 为中间函数,要求满足的条件是 $CUM(a_n:2)$ 为唯一极小值点。我们进行如下比较:

1) 比较充分必要条件。本文的条件是系统输入输出的归一化累积量幅度相等,即二阶累积量与四阶累积量的幅度的比值相等,而SW理论的条件则是二者分别相等。不难看出,SW理论的条件只是本文条件的一种特殊情况,也就是说,对本文来讲,该条件只是一个充分条件而不是必要的。造成这种差别的原因是盲解卷积的期望解不同,本文的期望解如式(1),而SW理论的期望解则限制在式(1)中的 $\beta = 1$。由此可见,本文的期望解是一个“纯粹”的盲解卷积问题的期望解,而SW理论的期望解则是同时满足盲解卷积和增益控制双重要求的期望解。因此,本文的条件更具一般性。

2) 比较准则和算法。SW理论的准则是一个带约束条件的极值化准则,直接由这样的准则实现算法时需要对解卷积器输入信号首先进行频谱白化[4]。SW理论采用的是一个间接的方法,引入中间函数并将约束条件与准则合并形成代价函数,从而得到实用算法。算法的作用是一方面实现准则的极值化,另一方面同时实现中间函数的极值化,以满足约束条件,即保证系统增益为1,也就是说SW算法同时实现盲解卷积和自动增益控制。本文的准则是一个单纯的极值化准则,因而可以直接形成算法,而算法的作用也是单纯地实现盲解卷积。因此,本文的准则和算法更具一般性。

4 结　论

本文对SW理论进行了完善或扩展,采取了两个步骤：1）将期望解扩展到更一般的情况；2）定义了一个新的统计量概念——归一化累积量,研究了信号通过线性系统时归一化累积量的性质,得出了一般性原理。最后,本文得到了一个更一般的盲解卷积充分必要条件和盲解卷积准则。同时,将SW理论分解为盲解卷积和自动增益控制两个方面,既加深了对SW理论的认识,又为继续探索盲解卷积理论提供了一个参考思路。另外,本文也得到这样的启示,即归一化累积量和统计量匹配可能是盲解卷积理论中的两个重要概念。本文的算法已由计算机模拟验证,但算法的性能分析或改进有待进一步研究。

参　考　文　献

1 Sato Y. A method for self recovering equalization. IEEE Trans Commun, 1975, COM-23(6):679 ~ 682

2 Godard D. Self recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data Communication systems. IEEE Trans Commun, 1980, COM-28(11):1 867 ~ 1 875

3 Benveniste A, Goursat M, Ruget G. Robust identification of a non-minimum phase system: blind adjustment of a linear equalizer in data communication. IEEE Trans Automat Contr, 1980, AC-25(3):385 ~ 399

4 Shalvi O, Weinstein E. New criteria for blind deconvolution of nonminimum phase systems(channels). IEEE Trans, 1990, IT-36(2):312 ~ 321

5 Proakis J G, Nikias C L. Blind equalization. Adaptive Signal Processing, 1991, (1 565):76 ~ 81

6 Li Y, Ding Z. Blind channel identification based on second-order cyclostationary statistics. ICASSP'93, Minneapolis, MN, 1993:81 ~ 87

7 Mendel J M. Tutorial on higher-order statistics(spectra) in signal processing and system theory: theoretical results and some applications. Proc of IEEE, 1991, 79(3):278 ~ 305

Criteria for Blind Deconvolution Based on Second and Fourth Order Cumulants

He Xiaowei

(Civil Aviation Flight of China　Guanghan　618307)

Fan Longfei　　Zha Guangming

(Academy of Communication and Information Eng., UEST of China　Chegndu　610054)

Abstract　Based on SW theory, this paper studies the general blind deconvolution problems of non-minimum systems. A new concept of normalized cumulant stemmed from second and fourth order cumulants is defined. The normalized cumulant character of signal passing linear systems is analyzed. Then a new blind deconvolution criteria of normalized cumulant matching is presented, and a new algorithm is also derived. The usable computer simulation results for demonstration of the performance of the proposed algorithm are obtained.

Key words　blind deconvolution;　blind equalization;　cumulant;　intersymbol interference

编辑　黄　辛