

# 地层因素对自然电位测井响应影响的定量研究<sup>\* \*</sup>

袁 宁<sup>\* \*</sup>      卢 涛      聂在平

(西安电子科技大学 西安 710071) (电子科技大学微波工程系 成都 610054)

聂小春

(西安电子科技大学 西安 710071)

**【摘要】** 根据自然电动势的形成机理建立了二维轴对称非均匀介质中自然电位测井的分析模型, 利用数值模式匹配(NMM)理论与表面积分方程法相结合对自然电位测井响应进行了严格的数值模拟, 并定量考察了诸如地层水和泥浆滤液含盐浓度、地层厚度、井径、侵入带等因素对自然电位测井响应的影响。自然电位测井数值模拟的实现必将为测井解释提供依据, 对实际测井工程有指导作用。

**关键词** 电位测井; 数值分析; 数值模式匹配理论; 积分方程方法

中图分类号 TN011

自然电位测井是电法测井最基本的方法之一, 早在 30 年代就已提出并投入使用<sup>[1]</sup>。其方法简单, 实用价值高, 60 多年来一直作为标准电测井项目服务于石油勘探。自然电位测井不仅能够用于判断岩性、地层对比、估计渗透性岩层的厚度, 识别砂岩地层中泥质的存在, 而且为估计地层原生水电阻率提供了有效的手段。但从自然电位测井中得到的很多信息都只有定性的解释, 这一点严重阻碍了自然电位测井更广泛地应用。

由自然电位测井中自然电动势的成因可知其激励源是各介质分界面上的偶极层。根据这一特点, 本文首先以数值模式匹配理论为基础<sup>[2, 3]</sup>, 求解轴对称二维非均匀介质中  $\delta$  环的位场格林函数, 然后利用表面积分方程匹配各界面电位差条件, 将界面的偶极层激励转化为等效的电流环激励, 再根据场的表达式即可求解出各界面的偶极层在场点产生的总响应。

## 1 理论方法

### 1.1 分析模型的建立

图 1 是典型三层地层结构下自然电位测井的分析模型, 其源分布和极性均在图中标出。图中  $E_d$  代表扩散电动势, 它产生于侵入带中不同含盐浓度的钻井滤液和地层原生水接触处,  $E_{dz}$  代表薄膜电动势。在泥岩与井眼、泥岩与砂岩的界面处形成薄膜电动势。在知道界面两侧离子浓度或离子活性等化学参数后, 界面的这些自然电位源就是已知的<sup>[1]</sup>。

以上的自然电动势构成了自然电位测井中的偶极层源。若将各界面的电动势均用等效的电流密度表示, 则可得到对应的共轴环激励模型, 如图 1 所示。求解自然电位测井中任一点的位场响应就归结为求解二维非均匀介质中多偶极层激励的位场响应的问题。

\* 1997 年 6 月 7 日收稿

\* 国家自然科学基金资助项目, 基金号: 49474233

\* \* 女 26 岁 博士生

### 1.2 用数值模式匹配法求解环电流的位场格林函数

图 1 中带有单位电流的任一  $\delta$  环所激励的位场格林函数满足下面的方程和边界条件

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho \sigma \frac{\partial \Phi}{\partial \rho}) + \sigma \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \frac{-I \delta(\rho - \rho_0) \delta(z - z_0)}{2\pi \rho} \quad (1)$$

根据分离变量法的思想, 假定无源区域内方程 (1) 的解为

$$\Phi(\rho, z) = \sum_{\alpha=1}^N a_{\alpha} f_{\alpha}(\rho) \exp(k_{\alpha z} |z|) \quad (2)$$

选取一组适当的分域基函数  $\{g_n(\rho)\}$  来展开径向数值模式  $f_{\alpha}(\rho)$ , 并经过一系列数学处理后可得如下的矩阵本征值方程

$$[G^{-1}B + k_{\alpha z}^2 I] b_{\alpha} = 0 \quad (3)$$

解此本征值方程, 即可求得  $N$  个本征值  $k_{\alpha z}^2$  和与之相对应的  $N$  个本征矢量  $b_{\alpha}$ , 则对应的  $N$  个数值本征函数  $f_{\alpha}(\rho)$  也可求得。将式 (2) 所表示的场匹配位于  $(\rho', z')$  处  $\delta$  环电极的激励条件, 并考虑到  $f_{\alpha}(\rho)$  的正交性, 即可求得系数  $a_{\alpha}$ , 则  $z$  向均匀, 径向具有任意分层的介质中的位场格林函数的表达式为

$$\Phi(\rho, z) = -\frac{1}{4\pi} \sum_{\alpha=1}^N \frac{f_{\alpha}(\rho')}{k_{\alpha z} D_{\alpha}} \exp(k_{\alpha z} |z - z'|) f_{\alpha}(\rho) \quad (4)$$

考虑介质在  $z$  向的平面分层时, 需要引入广义反射矩阵和透射矩阵来描述各模式在反射和透射时产生的模式耦合及界面间的多次反射效应。通过匹配各界面的边界条件, 可以导出广义反射矩阵的递推分式。在源区内匹配激励条件确定出源区场幅度后, 就可根据场幅递推关系求出各非源区的场<sup>[4,9]</sup>。

### 1.3 界面两侧电位差的匹配及位场响应的求解

上面求出了带有单位电流的薄环电极的格林函数, 而所要求解问题的激励源是各介质分界面上的电位差, 因而必须匹配界面两侧的电位差条件。

所有的偶极层源按其位置形状可分为两种, 即纵向平面偶极层和径向柱面偶极层。对于位于  $z = z'$  的平面偶极层, 界面电流只有  $z$  向且电流密度分布是非均匀的。若将界面沿  $\rho$  向划分为  $K$  个薄电极环, 只要分得足够薄, 就可近似认为每一薄环上的电流密度是均匀的。该偶极层在任一点  $(\rho, z)$  处产生的场可看作所有这些薄电流环的贡献之和, 即

$$\Phi_p(\rho, z) = \sum_{j=1}^K J_j \int_{\rho_j}^{\rho_{j+1}} G(\rho, z; \rho', z') d\rho' \quad (5)$$

式中  $J_j$  为第  $j$  个分格的电流密度;  $\rho_j, \rho_{j+1}$  分别为第  $j$  个格的内外界面  $\rho$  坐标。  $G(\rho, z; \rho', z')$  为上面求出的位场格林函数。同理, 对于  $\rho = \rho'$  的柱面偶极层, 界面电流只有  $\rho$  向。将界面沿  $z$  向做离散化处理, 划分为  $M$  个薄电极环, 该界面在  $(\rho, z)$  产生的场为

$$\Phi_c(\rho, z) = \sum_{i=1}^M J_i \int_{z_i}^{z_{i+1}} G(\rho, z; \rho', z') dz' \quad (6)$$

式中  $J_i$  为第  $i$  个分格的电流密度;  $z_{i+1}, z_i$  分别为第  $i$  个分格的上、下界面  $z$  坐标。任意点的位场响应为这两类偶极层的贡献之和, 即

$$\Phi(\rho, z) = \Phi_c(\rho, z) + \Phi_p(\rho, z) \quad (7)$$

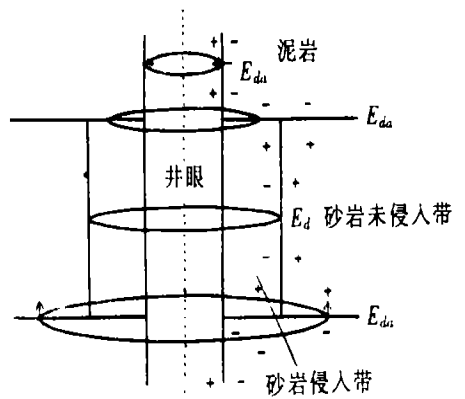


图 1 三层有侵入结构的自然电位测井分析模型

以上给出了位场的表达式,但由于已知的激励源是偶极层,而格林函数对应的是环电流,因此还要匹配偶极层两侧的电位差条件。这一步可通过表面积分方程法实现。

利用式(7)匹配  $I$  个柱面偶极层和  $J$  个平面偶极层的电位差条件(此时场点需取在界面上)

$$\Phi(\rho_i^+, z) - \Phi(\rho_i^-, z) = \Delta V_i \quad i = 1, 2, \dots, I \quad (8)$$

$$\Phi(\rho, z_j^+) - \Phi(\rho, z_j^-) = \Delta V_j \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (9)$$

就可得到一个关于  $J_i$  和  $J_j$  的离散的线性方程组。求解此线性方程组即可得到对应于给定界面电位差条件下的未知电流密度分布,再代入式(7)就可求出任意点的位场响应。

由格林函数的表达式<sup>[4,5,7]</sup>可发现式(5)、(6)中的积分均可解析地求得。式(5)的积分实际上可归结为关于分域基函数  $g_n(\rho)$  的积分,而式(6)的积分则与场点坐标  $z$  和源点坐标  $z'$  的相对位置有关<sup>[9]</sup>,此处不再赘述。另外,由于激励源可能分布在尺寸为无限大的介质分界面上,这使得相应场分布的求解无法实现。因此,在实际计算中,需利用场和源的互易性质来消除问题的复杂性,并将源坐标的无限性转化为场坐标的无限性,从而大大方便了计算。

## 2 各因素对自然电位测井响应的影响

以上分析自然电位测井响应方法的正确性已通过广泛的数据对比得到了验证<sup>[7,8]</sup>。影响自然电位响应的因素多种多样,根据其影响程度大小,主要对以下几个因素做了考察:地层水和泥浆中含盐量的差异是造成扩散电动势和薄膜电动势的基本原因。图 2 中的四条曲线反映了自然电位测井响应随地层水和泥浆含盐浓度比值  $C_w/C_{mf}$  变化的情况。可以看出,以泥岩做基线,当  $R_{mf} > R_w$  ( $C_{mf} < C_w$ ) 时,砂岩层段出现自然电位负异常;当  $R_{mf} < R_w$  ( $C_{mf} > C_w$ ) 时,则砂岩层段出现自然电位正异常,且  $R_{mf}$  与  $R_w$  的差别愈大,自然电位响应的幅度也越大。

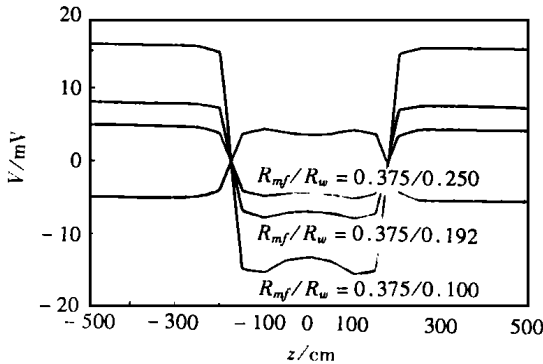


图 2 地层水和泥浆中含盐浓度比值对响应的影响

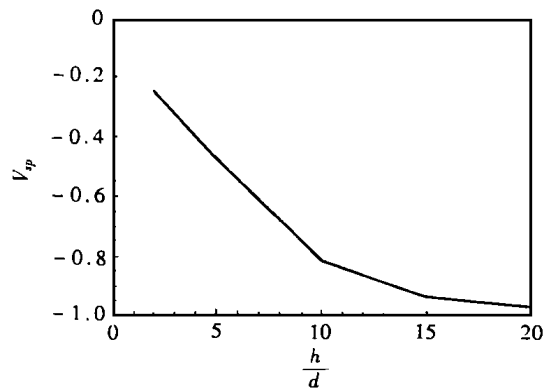


图 3 层厚对响应的影响

图 3 为三层有侵入介质结构下,自然电位响应幅度随层厚井径比  $h/d$  变化的曲线,相应的参数为  $R_s/R_m=1$ ,  $R_{so}/R_m=10$ ,  $R_l/R_m=1$ ,  $d=20.32$  cm,  $d_i=101.6$  cm,由图可见,自然电位幅度  $V_{SP}$  随地层厚度的增加而增大。

图 4 给出了井眼直径  $d$  从 20.32~101.6 cm 变化时,自然电位幅度  $V_{SP}$  的变化曲线。各参数选择为  $R_s/R_m=1$ ,  $R_l/R_m=10$ ,  $h=203.2$  cm,由图可见,井径越大,自然电位幅度越小。

图 5 为层厚井径比  $h/d$  分别为 10, 15 时自然电位响应幅度  $V_{SP}$  随侵入带直径  $d_i$  变化的趋势。结果表明侵入直径越大,即侵入越深,自然电位幅度就越低,这也是与实际相吻合的。

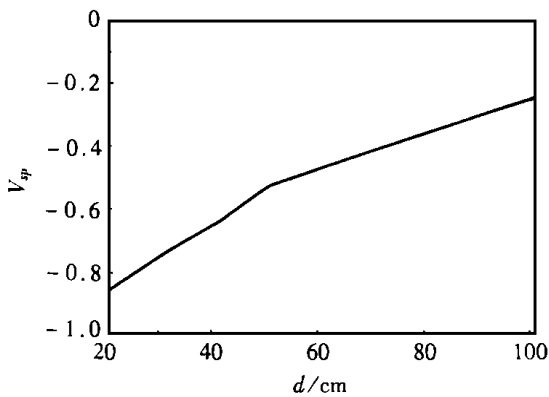


图4 井径对响应的影响

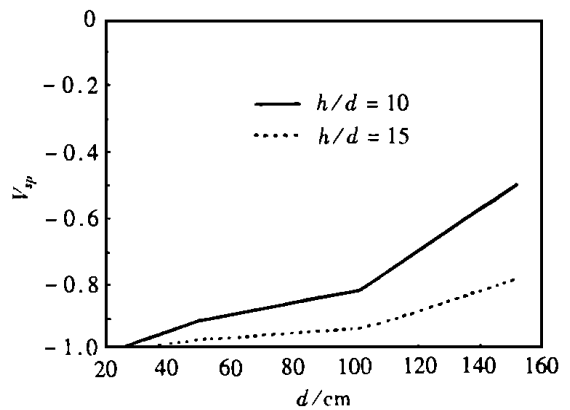


图5 侵入带直径对响应的影响

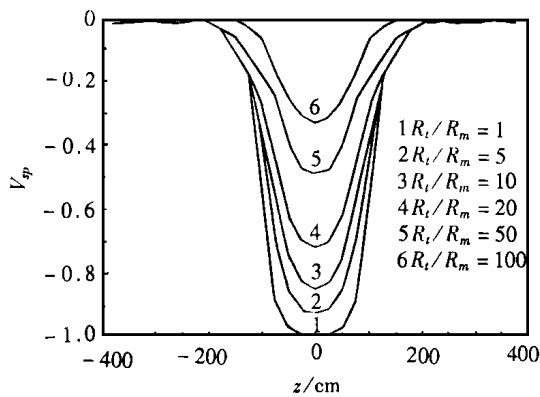


图6 目的层电阻率对响应的影响

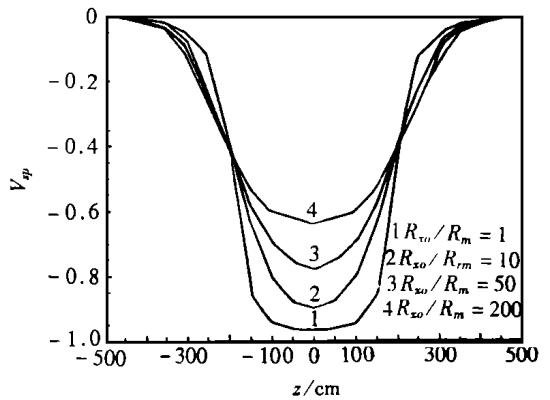


图7 侵入带电阻率对响应的影响

图6是  $h/d=10$ ,  $R_s/R_m=1$  时, 目的层电阻率与泥浆电阻率之比  $R_t/R_m$  分别为 1, 5, 10, 20, 50, 100 时的一组响应曲线。由图中可以很清楚地看出,  $R_t/R_m$  越小,  $V_{SP}$  幅度越高;  $R_t/R_m$  越大,  $V_{SP}$  幅度越低。这主要是由于  $R_t$  越小, 流经井内的电流越大, 因而井内的电位降也就越大的缘故。

图7是自然电位响应幅值  $V_{SP}$  随侵入带电阻率与泥浆电阻率之比  $R_{xo}/R_m$  变化的规律曲线, 其中  $h=406.4$  cm,  $d_i=101.6$  cm,  $R_{xo}/R_t=5$ ,  $R_s/R_m=5$ 。可以发现,  $R_{xo}/R_m$  值越大, 侵入带电阻率越高, 自然电位幅值越低, 响应曲线越平缓。 $R_{xo}/R_m$  越小,  $V_{SP}$  幅度越大, 曲线的分层能力越强。

以上我们分别考察了一些单一因素对自然电位幅度及曲线形状的影响。还可根据需要改变参数, 考察各种因素影响的综合效果。这些分析虽然是针对三层的典型结构, 但实际上本文的方法和程序可适用于纵向和径向有任意分层的介质结构<sup>[7, 8]</sup>。

本文提出了分析自然电位测井响应的数值方法, 并对影响自然电位响应的因素做了比较系统的、定量的研究, 得出了一些有意义的结论。该方法比实验方法准确、经济且方便易行, 必将对测井工程有一定的指导作用。

## 参 考 文 献

- 1 张庚骥. 电法测井, 上册. 北京: 石油工业出版社, 1986
- 2 Chew W C, Anderson B. Propagation of electromagnetic waves through geological beds in a geophysical probing environment. *Radio Science*, 1985(20): 611~621
- 3 Chew W C, Nie Z. An efficient solution for the response of electrical well logging tools in a complex environment. *IEEE Trans on Geoscience and Remote Sensing*, 1991, 29(2): 308~313
- 4 聂在平, 陈思渊. 二维完全非均匀介质中位场格林函数的数值解. *地球物理学报*, 1994, 37(5): 688~697
- 5 聂在平, 陈思渊. 复杂介质环境中双侧向测井响应的高效数值分析. *电子学报*, 1994, 22(6): 30~38
- 6 袁 宁, 聂在平. 自然电位测井的高效数值模拟. *地球物理学报*, 1997, (增刊): 429~435
- 7 袁 宁. 复杂非均匀介质中多偶极层位场分布的高效数值分析及其在自然电位测井中的应用. [学位论文]. 成都: 电子科技大学, 1996

## Quantitative Analysis of Effects of Various Factors on SP Log

Yuan Ning

(Dept. of Microwave Telecommunications Eng., Xi'dian University Xi'an 710071)

Lu Tao     Nie Zaiping

(University of Electronic Science and Technology of China Chengdu 610054)

Nie Xiaochun

(Dept. of Microwave Telecommunications Eng., Xi'dian University Xi'an 710071)

**Abstract** In this paper, the numerical mode matching theory and surface integral equation method are applied to analyze the response of the SP log. The factors include concentration of connate water and mud filtrate, bed depth, borehole diameter, invasion etc. The method can be used to analyze the SP response in coaxial 2-D arbitrary inhomogeneous formation.

**Key words** spontaneous potential log; numerical analysis; numerical mode matching theory; surface integral equation method

编辑 徐培红