

真空微电子三极管与四极管的模拟计算*

杨存宇** 黄金源 杨中海

(电子科技大学高能电子所 成都 610054)

【摘要】 对真空微电子三极管、四极管进行了计算机模拟。模拟结果显示了发射电流与场致增强因子依赖表面的尖端半径、尖端高度等几何因素，并对微四极管的特性进行了分析。最后将微电子三极管与实验结果进行了比较，得到若干实用的结论。

关键词 真空微电子；场致发射；计算机模拟；福勒-诺德海姆公式

中图分类号 O462.4

真空微电子学的迅猛发展引起了世界各国学者的重视，模拟计算也倍受青睐。在模拟微三极管的基础上，本文对微四极管进行了模拟，主要分析了微四极管第二栅极对伏安特性、发射电流、跨导等的影响。并将微三极管的模拟结果和实验结果进行了比较，得到一些实用的结论，对设计与制造真空微电子器件具有重要的参考价值。

真空微电子三极管、四极管系统的物理过程的数学模型包括：泊松方程、电子运动方程、电流连续性方程及一定的边界条件。先用差分方法求解泊松方程，得到空间各点的电位，根据 Fowler-Nordheim 公式求出发射电流，再求解电子运动方程，得到电子运动轨迹，其示意图如图 1 所示。

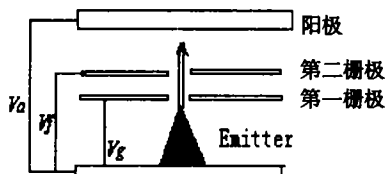


图 1 微四极管的示意图

1 数理分析

泊松方程

$$\nabla^2 V = -\rho_0 / \epsilon_0$$

在轴对称系统中展开给定边界条件的二维泊松方程为

$$\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -\frac{\rho_0}{\epsilon_0}$$

其边界条件为 $x=0$, $dV(x)/dx=0$ 且 $V(x_1)=V_g$, $V(x_2)=V_p$, $x=d$, $V(x)=V_a$ 。

用五点差分法求解泊松方程，当有 N 个结点时，就有 N 个电位方程，便构成了自洽的方程组。用逐次超松弛迭代法求解得^[1]

$$V_0^{(k)} = V_0^{(k-1)} + (1 - \omega) V_0^{(k-1)}$$

式中 ω 是超松弛迭代因子 ($\omega > 1$)； $V_0^{(k)}$ 、 $V_0^{(k-1)}$ 分别代表第 k 次、 $k-1$ 次的 V_0 点的电位； $V_0^{(k)}$ 表示经超松弛迭代处理后，用来求第 $k+1$ 次迭代的电位 V_0 的值。

静电场中，电子运动方程为

$$\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = -e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

在计算电子运动轨迹时，程序采用求解运动方程的方法^[2]，其轨迹方程为

$$\begin{cases} \frac{d^2 Z}{dt^2} = -\eta E_z \\ \frac{d^2 r}{dt^2} = -\eta E_r \end{cases}$$

式中 $\eta = \frac{e}{m}$ (荷质比)。

电场 E_z 、 E_r 的计算用九点差分法，利用关系式

1998年3月19日收稿，1998年6月15日修改定稿

* 电子部预研基金资助项目

** 男 26岁 博士生

$$E_z = -\frac{dV(r,z)}{dz} \quad E_r = -\frac{dV(r,z)}{dr}$$

可求出任意点的场强与电子运动轨迹。

电流连续性方程为

$$\oint_s \vec{J} \cdot d\vec{s} = 0$$

边界电位的处理为：利用线性插值法，将边界上的电位看成近似平板电容器的电位分部，给边界上的电位赋值。由边界条件 $x=0$ ， $dV(x)/dx=0$ 且 $V(X_1)=V_g$ ， $V(X_2)=V_p$ ， $x=d$ ， $V(x)=V_a$ 。

其中 $d_1 \leq X_1 \leq d_2$ ， $d_3 \leq X_2 \leq d_4$ ， $d_2 - d_1$ ， $d_4 - d_3$ 分别是第一、第二栅极的厚度。则边界电位初值为

$$0 \leq x \leq d_1 \quad V(x) = V_g \frac{x}{d_1} \quad d_2 \leq x \leq d_3 \quad V(x) = V_g \frac{x-d_2}{d_3-d_2} \quad d_4 \leq x \leq d \quad V(x) = V_g \frac{x-d_4}{d-d_4}$$

再利用电位迭代法进行处理，得出各点电位。

阴极表面电场的计算为：真空微电子场致发射尖锥半径较小，表面场强高达 10^7 V/cm，故阴极表面电位网格的划分要细得多，为保证两种不同步长的网格在交界处电位的连续，先用大步长进行迭代，迭代出界面处的电位，然后用线性插值法，将界面处大网格之间的小网格电位求出，作为网格的边界条件，即

$$A(K,L) = V(i, j_1) + \frac{S[V(i_2, j_2) - V(i_1, j_1)]}{d}$$

式中 $A(K,L)$ 为细网格边界上的电位值； d 是 $V(i_1, j_1)$ 与 $V(i_2, j_2)$ 两点之间的距离。然后用差分法进行迭代，若一些结点不是在阴极上，而在阴极面后，则用五点差分公式，再用 $E = \Delta V / \Delta d$ 求出阴极表面的电场。

计算发射电流：得到阴极表面电场后，利用Fowler-Nordheim公式可求出阴极发射电流密度为^[3]

$$J_{FN} = \frac{1.54 \times 10^{-6} E^2}{\phi^2(y)} \exp\left[-6.87 \times 10^7 \frac{\phi^{3/2} v(y)}{E}\right]$$

式中 ϕ 为功函数； $i^2(y) \approx 1$ ； $y = 3.79 \times 10^{-4} E^{1/2} / \phi$ ； $v(y) = 0.95 - y^2$ ； E 为阴极表面电场。

在模拟计算中，要考虑空间电荷的影响。空间电荷密度定义为

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta V}$$

式中 ΔV 是空间体格元； $\Delta Q = I \Delta t$ 是一个时间步长内通过的电荷量。计算空间电荷密度采用集中电流法。取一个点 P ，认为在 P 周围一个虚网格内的空间电荷都集中在结点 P 上。于是 P 点的电荷密度为

$$\rho_0 = \sum_{i,j} I_i \Delta t_j / \Delta V \quad i=1,2,\dots,n, \quad j=1,2,\dots,n$$

式中 ΔV 为包围 P 点的虚网格的环形体积； n 为轨迹条数。计算的轨迹条数越多，则误差越小。

2 计算结果及讨论

利用已建立的真空微电子器件的模拟程序，对其进行了模拟^[3,4]。当阳极电压 $V_a=500$ V， $V_g=100$ V， $R=15$ nm时，锥尖的电场强度已达到 7×10^8 V/cm，由于隧道效应，发生场致发射现象。在模拟计算中，取 $V_g=140$ V， $V_a=500$ V， $V_f=0$ V， $R=10$ nm。微三极管、四极管的电位轨迹示意图如图2、图3所示。从图中可以看出，越靠近锥尖，电场强度越大，而四极管的第二栅极主要起聚焦作用。

当 $V_a=500$ V， $R=10$ nm时，微三极管的发射电流 I 随 V_g 的变化曲线如图4所示，四极管与其很相似，但阈值电压要高几十伏，分析其原因是第二栅极的存在。在真空微电子器件中，锥尖的表面电场与栅压之间存在如下关系

$$E = \beta V$$

式中 β 为尖端的场致增强因子，与尖端半径有密切的关系，如图5所示，同时还与栅压、栅孔半径、尖锥高度等有一定的关系。

真空微电子器件的一个重要参数是跨导，其定义为

$$g_m = \left(\frac{\Delta I_a}{\Delta V_g} \right)_{V_a}$$

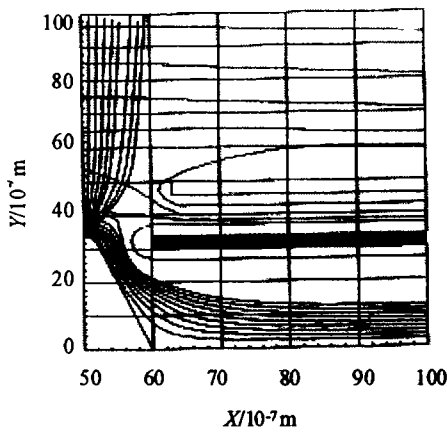


图 2 微三极管电位轨迹示意图

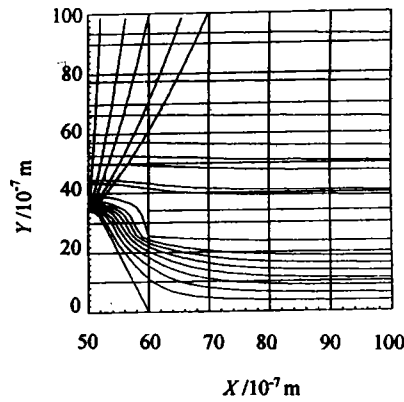


图 3 微四极管电位轨迹示意图

图 6 显示了微四极管第二栅孔半径与电流的关系，图 7 显示了微四极管的第二栅孔半径与跨导的关系，可以看出微四极管的第二栅孔半径对真空微电子四极管的特性起着十分重要的作用。从模拟计算中可以得出下列结论：

- 1) 真空微电子三极管、四极管的发射电流都集中在阴极锥尖上，受曲率半径与尖锥高度的较大的影响；
- 2) 真空微电子四极管的第二栅极对其特性有重要的影响。第二栅极对电子轨迹有着聚焦作用并影响其电位分布和阈值电压，对其跨导有较大的影响。

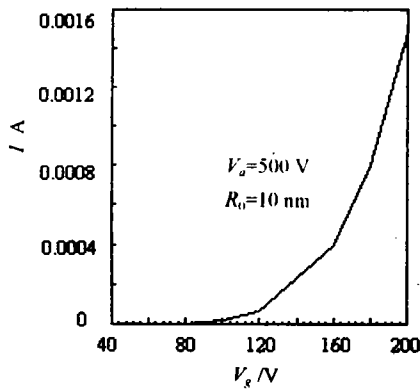


图 4 微三极管的发射电流 I 随 V_g 的变化曲线

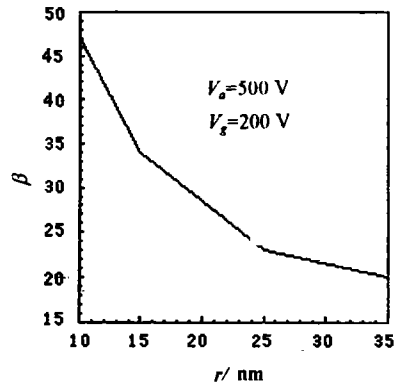


图 5 尖端半径与场致增强因子的关系

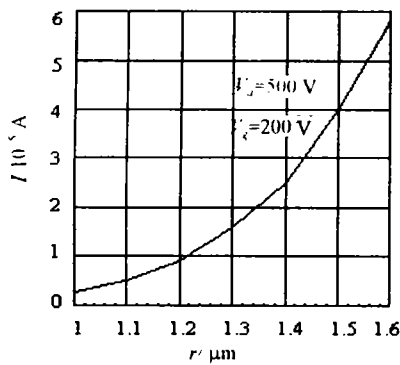


图 6 微四极管第二栅孔半径与发射电流的关系

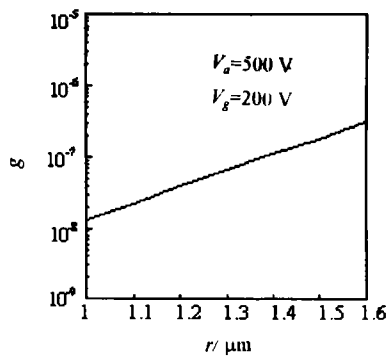


图 7 微四极管第二栅孔半径与跨导的关系

3 与实验结果的比较和讨论

图8所示的是实验测得的结果^[4],从图4与图7比较可以看出,模拟的真空微电子三极管开启电压比较低,电流较大,其原因如下:

1) 由于实验中真空度不够,而真空度对发射电流的影响较大^[5,6],往往是数量级的变化,同时真空系统中的污染又相对而言比较严重,故测试结果偏低;

2) 从模拟结果可知,栅孔半径和曲率半径对发射电流的影响较大,而从目前FEA的加工工艺来看,栅孔半径和曲率半径较大,因此测得的电流较小。

3) 测试电路使用的设备精度不足,对测试结果有一定的影响;

4) 计算所得的电流是发射电流,即阴极电流,而测得的是阳极电流,在加工和实验过程中,一些有损伤,故测得的电流偏小。

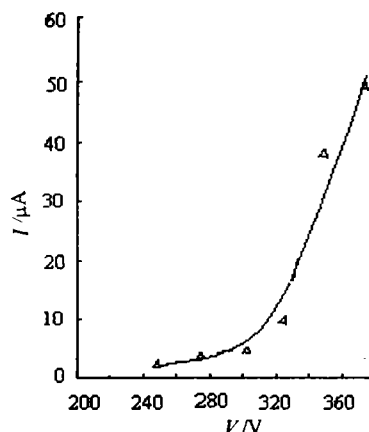


图8 阳极电流 I 与栅极电压 V_g 的关系

4 结束语

本文对真空微电子三极管、四极管的模拟计算进行了详细的介绍,对模拟结果进行了较系统的分析,与实验结果比较吻合。微四极管国内目前尚不能制造,国外已作了有关报道^[7],我们将作进一步的探索。

参 考 文 献

- 1 何光渝. FORTRAN77 算法手册. 杭州:浙江大学出版社, 1976
- 2 Ames W.F. Numerical methods for particle differential equations. New York: Academic, 1977
- 3 杨中海, 周 勇, 杨存宇. 真空微电子三极管的计算机模拟. 电子科技大学学报, 1996, 25(3): 299~305
- 4 肖 兵, 杨谋华, 杨中海. Si-FEA 冷发射微阴极列实验研究. 电子科技大学学报, 1996, 25(6): 614~616
- 5 Busta Heinz H, Pogemiller Jay E, Zimmerman Bruce J *et al.* Emission characteristics of Silicon vacuum triodes with four different gate geometries. IEEE Trans E D 1993, 40(8): 1 530~1 536
- 6 Busta Heinz H, Pogemiller Jay E, Zimmerman Bruce J *et al.* Collector—assisted operation of micromachined field—emission triodes. IEEE Trans. E D 1993, 40(8): 1 537~1 542
- 7 Itoh Junji, Tohma Yasushi, Morikawa Kazutoshi *et al.* Fabrication of double—gated Si field emitter arrays for focused dectron beam generation. J Vac Technol B, 1995, 13(5): 1 968~1 972

Simulation of Vacuum—microelectronics Microtriodes and Microtetrodes

Yang Cunyu Huang Jingyuan Yang Zhonghai

(Inst. High Energy Electronics, UEST of China Chengdu 610054)

Abstract By means of computer simulation, the characteristics of field emission microtriodes and microtetrodes are investigated in detail. The computed results show that the emitted current and the field enhancement depend upon geometrical factors, such as tip sharpness, tip height and so on. To compare the experiment, a lot of practicable results are obtained.

Key Words vacuum—microelectronics; field emission; computer simulation; Fowler—Nordheim equation