

# S-P FEL 用三镜准光腔系统的研究\*

陈嘉钰\*\* 梁 正 张永川 李大治

(电子科技大学高能电子所 成都 610054)

**【摘要】** 介绍了史密斯—帕塞尔效应慢波自由电子激光(S-P FEL)用三镜准光学谐振腔系统;利用光学谐振腔衍射理论,采用面对称近似及坐标旋转的方法建立模型,对腔场特性进行分析,给出工作方程,完成数值模拟,并在毫米波段进行冷测实验。分析及实验结果表明,给出的方法可用来有效、快捷的分析和设计面对称三镜准光学谐振腔系统。设计的模型已成功用于S-P FEL实验。

**关 键 词** 准光学谐振腔; 衍射理论; 史密斯-帕塞尔效应; 毫米波

**中图分类号** TN125

50年代, Smith、Purcell 在实验中发现有名的史密斯-帕塞尔效应<sup>[1]</sup>。此后经过科学工作者长期的努力,基于著名的史密斯-帕塞尔效应,采用开放式谐振腔或闭式谐振腔及绕射光栅作为高频互作用系统的各种实验结构,成功地在毫米波、远红外波段进行了实验<sup>[2-5]</sup>。按照作用机理,这些器件被称为史密斯-帕塞尔效应自由电子激光,它克服了真空电子器件向毫米波段拓展,由于波长缩短要求电子枪发射电流密度急剧增大、高频系统加工精度要求极为苛刻的困难,因而类似方案成为开发短毫米波及远红外波谱的最有前途的手段之一,成为当前波谱开发研究工作的热点。

## 1 S-P FEL 用三镜准光学谐振腔系统

我们提出了一种基于史密斯-帕塞尔效应的准光学可调短毫米波、远红外波辐射源研究方案。图1给出可调谐S-P FEL构成方案要点:绕射光栅1嵌于下反射镜2(柱面镜)的中部,它们和入射波、反射波路径上放置的两个球面镜3构成准光学谐振腔高频互作用系统。一束中等能量的相对论超薄带状电子注4紧贴绕射光栅1飞过,激励由光栅、准光学谐振腔组成的高频系统。改变电子注速度、改变球面镜轴线与电子注间的夹角,从而产生可调频带短毫米波、远红外波辐射。本文是上述方案的核心部分的研究工作。

## 2 反射镜准光学谐振腔系统数学分析

从图1看出,因为高频场离开绕射光栅表面呈指数规律减小,电子注的宽度远大于它的厚度 $W \geq \delta$ ,整个系统以绕射光栅表面为对称面,按照平面对称原理,三反射镜系统可以看作两组矩形口径球面镜构成的开放腔的组合。根据波的传输特性,入射角与反射角相等,  $\theta = \theta_1 = \theta_2$ 。图1结构可以转化为图2,总场就是两组球面镜开放腔场的线性组合,即 $z_1Oy_1; z_2Oy_2$ 两坐标系场的叠加。 $z_1Oy_1$ 及 $z_2Oy_2$ 坐标系,分别给出由口径为 $2a \times 2b$ 球面镜组成的两组谐振腔,在椭球坐标系中,每组谐振腔腔镜表面满足以下关系<sup>[6,7]</sup>

$$\begin{aligned} -a &\leq dch\bar{\xi} \sin \rho \cos \varphi \leq a \\ -b &\leq dch\bar{\xi} \sin \rho \sin \varphi \leq b \\ \zeta &= \pm \bar{\zeta} \end{aligned}$$

对矩形口径谐振腔,引入‘准笛卡尔’坐标 $\xi = \rho \cos \varphi, \eta = \rho \sin \varphi$ ,则描述系统场的波动方程为

$$\frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial \eta^2} + 2i\gamma ch\bar{\xi} \frac{\partial W}{\partial \xi} + [2i\gamma \sin \xi - \gamma^2(\xi^2 + \eta^2)]W = 0 \quad (1)$$

1998年8月27日收稿,1999年1月4日修改定稿

\* 国家自然科学基金资助项目,基金号:69671020

\*\* 男 57岁 大学 教授

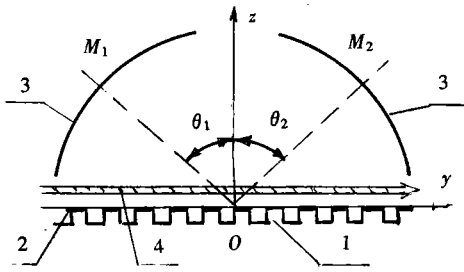


图1 系统原理图

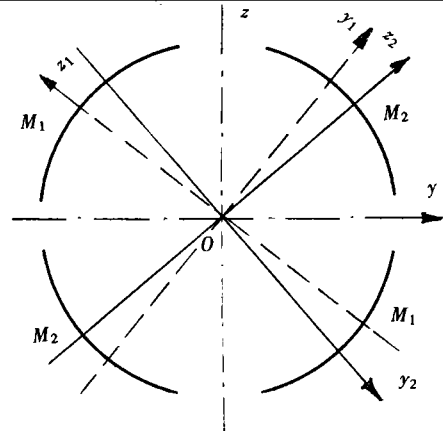


图2 三镜谐振腔等效模型

作变量置换  $W = \frac{1}{\text{ch} \zeta} \bar{\Psi}(\tau_x, \tau_y, \sigma) \tau_x = \sqrt{2\gamma} \xi, \tau_y = \sqrt{2\gamma} \eta, \sigma = \arcsin(\text{th} \zeta)$ ; 导出方程为

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \tau_x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \tau_y^2} + i \frac{\partial \Psi}{\partial \sigma} - \frac{\tau_x^2 + \tau_y^2}{4} \Psi = 0 \quad (2)$$

方程(2)的横向坐标有关的两个独立解的组合为

$$\psi = \psi_a(\tau_x, \sigma) \psi_b(\tau_y, \sigma) \quad (3)$$

忽略谐振腔边缘的衍射, 则开放腔的本征场可在  $x$ 、 $y$  方向无限开拓, 对于有限宽度为  $2b$ 、 $2a$  的无限长镜的稳定球面腔 ( $0 < q_1 q_2 < 1$ ), 当菲涅尔数  $N$  值足够大时, 由于谐振腔对光束的固有会聚作用, 腔场主要集中在谐振腔轴线附近区域, 忽略镜边缘的损耗, 本征函数的解为厄米特多项式与高斯函数的乘积为

$$\varphi_m(\tau_x) = \frac{H_m(\tau_x)}{(2\pi)^{1/4} \sqrt{m!}} \exp \frac{\tau_x^2}{4} \quad \varphi_n(\tau_y) = \frac{H_n(\tau_y)}{(2\pi)^{1/4} \sqrt{n!}} \exp \frac{\tau_y^2}{4} \quad (4)$$

镜面上的场为

$$\psi(x, y) = C_m C_n H_m \left( \sqrt{\frac{2\pi}{l\lambda}} x \right) H_n \left( \sqrt{\frac{2\pi}{l\lambda}} y \right) \exp \left[ -\frac{\pi}{\lambda} (x^2 + y^2) \right] \exp \left\{ -i \left[ 2kl - (m+n+1) \right] \left( \frac{\pi}{2} + \text{tg}^{-1} \frac{2\sigma}{\sqrt{1+4\sigma^2}} \right) \right\} \quad (5)$$

腔内任意一点的场为

$$\psi(x, y, z) = C_{mn} \frac{1}{\alpha} H_m \left( \sqrt{\frac{\pi}{l\lambda}} \frac{\beta}{\alpha} x \right) H_n \left( \sqrt{\frac{\pi}{l\lambda}} \frac{\beta}{\alpha} y \right) \exp \left[ -\frac{2\pi\beta^2}{l\lambda\alpha^2} (x^2 + y^2) \right] \exp \left\{ -i \left[ k(1+Z) + \frac{\pi}{l\lambda} \left( \frac{1}{1-Z} + \frac{\eta}{\alpha^2} \right) (x^2 + y^2) - (m+n+1) \right] \left( \frac{\pi}{2} + \phi \right) \right\} \quad (6)$$

其中  $Z = \frac{z}{l}$ ;  $\alpha = \left( 1 + z \left( \frac{\beta^4}{4} + \eta^2 \right) \right)^{1/2}$ ;  $\eta = \frac{1}{R} - \frac{1}{1+Z}$ ;  $\phi = \text{tg}^{-1} \frac{2\eta}{\beta^2}$ ;  $C_{mn} = (2^{m+n} m! n!)^{-1/2} \sqrt{\frac{2}{l\lambda}}$ ;  $\beta = \left[ \frac{q_1}{q_2} (1 - q_1 q_2) \right]$ ;  $q_1 = 1 - \frac{l}{R_1}$ ;  $q_2 = 1 - \frac{l}{R_2}$ 。

镜面上高频场斑尺寸为

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{l}{2\pi}} \frac{[L(R_1 - L)(R_2 - L)(R_1 + R_2 - l)]^{1/2}}{(R_1 + R_2 - 2L)^{1/2}} \quad (7)$$

波束沿腔轴线方向运动将引入附加的相移及损耗, 对应的同步条件为  $2kl = q\pi + 2p\pi$ ; 式中  $p = p' - ip''$  是衍射引入的附加量, 实部代表引入的相移, 虚部代表引入的损耗。波束单程运动的能量损耗及附加相移分别为

$$4p''\pi = 2\pi^2(m+1)^2 \frac{\beta(M+\beta)}{[(M+\beta)^2 + \beta^2]^{\frac{3}{2}}}$$
$$2p'\pi = \frac{\pi(m+1)^2}{2} \frac{\beta(M+\beta)}{[(M+\beta)^2 + \beta^2]^{\frac{3}{2}}}$$

(8)

合成系统的场为两球面镜开放腔场的线性组合

$$\psi(x,y,z) = \psi(x,y_1,z_1) + \psi(x,y_2,z_2) =$$
$$C_{mn} \frac{1}{\alpha_1} H_m \left( \sqrt{\frac{\pi}{l\lambda}} \frac{\beta_1}{\alpha_1} x \right) H_n \left( \sqrt{\frac{\pi}{l\lambda}} \frac{\beta_1}{\alpha_1} y_1 \right) \exp \left[ -\frac{2\pi\beta_1^2}{l\lambda\alpha_1^2} (x^2 + y_1^2) \right]$$
$$\exp \left\{ -i \left[ kl(1+Z_1) + \frac{\pi}{l\lambda} \left( \frac{1}{1-Z_1} + \frac{\eta_1}{\alpha_1^2} \right) (x^2 + y_1^2) - (m+n+1) \right] \left( \frac{\pi}{2} + \phi \right) \right\} +$$
$$C_{mn} \frac{1}{\alpha_2} H_m \left( \sqrt{\frac{\pi}{l\lambda}} \frac{\beta_2}{\alpha_2} x \right) H_n \left( \sqrt{\frac{\pi}{l\lambda}} \frac{\beta_2}{\alpha_2} y_2 \right) \exp \left[ -\frac{2\pi\beta_2^2}{l\lambda\alpha_2^2} (x^2 + y_2^2) \right]$$
$$\exp \left\{ -i \left[ kl(1+Z_2) + \frac{\pi}{l\lambda} \left( \frac{1}{1-Z_2} + \frac{\eta_2}{\alpha_2^2} \right) (x^2 + y_2^2) - (m+n+1) \right] \left( \frac{\pi}{2} + \phi \right) \right\}$$

(9)

因  $x_1Oy_1$  及  $x_2Oy_2$  坐标系正向、反向转动  $\theta$  角度就与  $xOy$  坐标系重合, 计算时根据坐标系转动的法则将  $y_1, y_2, z_1, z_2$  坐标换算成  $y, z$  坐标。

3 计算结果及实验

根据给出的公式我们可以计算三反射镜准光学谐振腔的场分布、附加损耗、附加相位移、模式特性以及高频场场斑尺寸等, 从而设计出满意的开放腔系统。图 3 是三反射镜谐振腔的主模  $TEM_{00q}$ ,  $x=0$  时的镜面场分布,  $U_1$  为镜  $M_1$  和  $M_3$  构成的双镜系统的场分布,  $U_2$  是  $M_2$  和  $M_3$  构成的双镜系统的场分布,  $U$  是  $M_1$ 、 $M_2$  和  $M_3$  组成的三镜系统的合成场分布。图 4 给出了三反射镜系统的  $TEM_{02q}$  模式,  $x=0$  时的镜面场分布。在场分布图中同时给出对应模式的场斑尺寸, 其值等于水平线 ( $U_{mn}=1/e$ ) 与场分布曲线交点的横坐标之差, 它与由式(7)计算结果相近似。由图可见, 三反射镜谐振腔系统最好的工作模式是  $TEM_{00q}$ , 因为它在电子注运动方向有适当的场斑尺寸, 有利于提高互作用效率, 获得好的特性参量。在设计中, 根据计算参量选定电子注宽度以及衍射光栅的尺寸, 场斑尺寸还可以利用冷测进行校验。图 5 给出基于微绕法的冷测实验原理图。

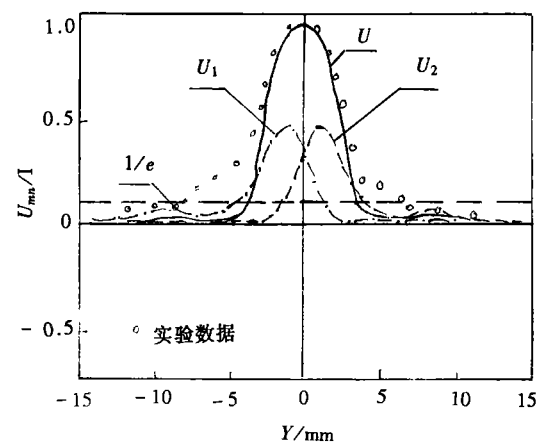


图 3 三镜谐振腔的主模  $TEM_{00q}$  场分布

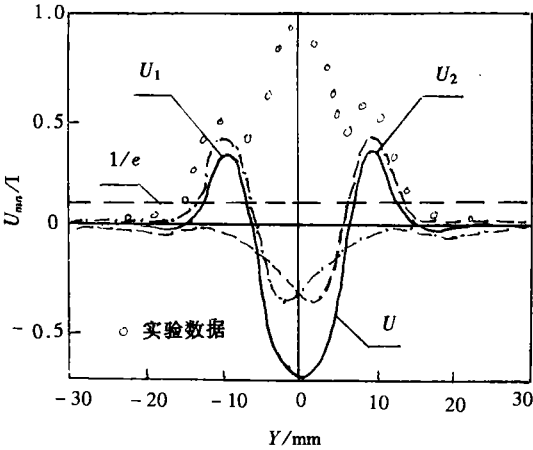


图 4 三镜准光腔  $TEM_{02q}$  模的场分布

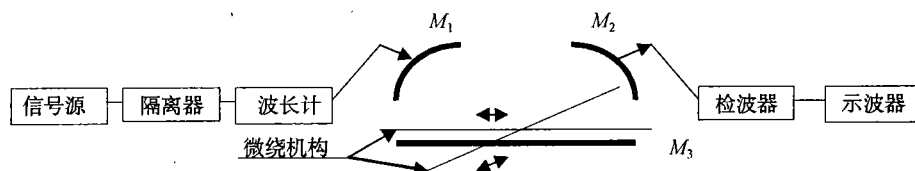


图 5 冷测实验原理图

## 4 结 论

平面对称三反射镜准光腔是本文介绍的史密斯-帕塞尔效应慢波自由电子激光 (S-P FEL) 的关键组成部分, 它与绕射光栅共同构成高频相互作用系统。我们采用面对称近似及坐标系旋转的方法建立模型; 并利用光学谐振腔衍射理论对腔场特性进行分析, 给出了工作方程, 完成数值模拟并给出典型的计算曲线, 在毫米波段成功地进行测试验证。分析及实验结果符合得很好, 这表明给出的方法可用来计算这种三镜准光学谐振腔系统的高频场分布、附加损耗、附加相位移以及场斑尺寸等特性参量, 从而有效、快捷的分析和设计面对称三镜准光学谐振腔系统。我们利用这种新型三镜准光学谐振腔作为高频系统, 进行了 S-P FEL 实验, 在电子注能量为 0.5 MeV~0.6 MeV, 测得 3 mm 波段的高频信号, 取得突破性进展。

## 参 考 文 献

- 1 Smith S J, Purcell E M. Visible light from localized surface charges moving across a grating. Phys Rev, 1953, 92:1 069
- 2 Shectobalov B P. Diffraction radiation oscillator. Jiev: Science publishing house, 1991
- 3 Woods K J, Walsh J E. Forward directed Smith-Purcell radiation from relativistic electrons. Phys Rev, 1995, 74(19): 3 808~3 811
- 4 Killoran J H, Harker F L, Walsh J E. A millimeter wavelength radiation source using a dual grating resonator. Plas Science, 1994, 22(5): 530~535
- 5 陈嘉钰, 张永川, 段玉祥. 试验用 3mm 绕射辐射振荡器. 电子科技大学学报, 1995, 24(4): 413~416
- 6 激光物理学编写组. 激光物理学. 上海: 上海人民出版社, 1975
- 7 魏因施泰因 L A. 开放腔和开放波导. 北京: 科学出版社, 1987

# Investigation of S-P FEL Quasi-optical Open Resonator with Threats Mirrors

Chen Jiayu · Liang Zheng Zhang Yongchuang Li Dazhi

(Inst. of High Energy Electronics, USET of China Chengdu 610054)

**Abstract** S-P FEL quasi-optical open resonator system with three-mirror are introduced in this paper. By means of the diffracted theory of quasi-optical resonator, this paper analyzes and calculates the characteristics of the system by the principle of mirror symmetry and the method of rotating coordinate system. The corresponding model charts and testing results on 3 mm band are given. The numerical simulation and experimental results show that the method is effective.

**Key words** quasi-optical open resonator; diffracted theory; Smith-Purcell effect; millimeter waves