

# 面向客体多机系统的软件可靠性模型\*

梅登华\*\*

(西南交通大学计算机与通讯工程学院 成都 610031)

**【摘要】** 面向客体多机系统的软件可靠性与软件的运行剖面密切相关。文中运用矩阵分析理论，推导了面向客体多机系统的软件可靠性的 Markov 模型，给出了计算方法。讨论了软件系统的组成模块对软件系统总体可靠性的影响及可靠性分配问题，并给出了实例对其进行说明。

**关键词** 面向客体多机系统；软件可靠性模型；运行剖面；Markov 模型

**中图分类号** TP202.1; TP311.5

面向客体多机系统的软件系统一般可分为多个功能模块<sup>[1-3]</sup>，一个客体要用到另一个客体的数据或处理结果时，不是这个客体中的某个过程直接去对另一个客体中包含的数据进行处理，而是向另一个客体发送一个包含要求某个客体对某一数据（或数据结构）进行何种处理等信息的消息。收到信息的客体，就响应请求，完成相应的处理，输出结果。至于该客体是怎样工作的，对该客体之外是隐蔽的。

为了更好地反映多机系统的软件系统的运行剖面，我们设各个模块中软件可靠性互相独立，即模块  $i$  中软件可靠度为常数  $r_i$ ，这意味着某个模块中的软件执行正确与否与别的模块无关。显然  $r_i \leq 1$ ，一般  $r_i < 1$ 。另外，我们还假设多机系统的软件系统的总处理过程是一个 Markov 过程，即各模块能否正确运行只与现在的状态有关，而与过去的历史无关。

我们可以画出多机系统的软件系统的程序控制流图。节点  $i$  表示第  $i$  个程序模块，边  $(i, j)$  表示从节点  $i$  向节点  $j$  的控制流向，以权重  $p_{ij}$  表示节点  $i$  向节点  $j$  的控制流向的概率。依据前面的讨论， $r_i$  表示节点  $i$  的可靠度，图中每个节点的处理过程为一个 Markov 过程。不失一般性，我们设系统可靠性为系统成功完成其指定功能的概率。设节点  $T$  表示系统成功运行后最终到达的节点（即吸收节点）<sup>[4,5]</sup>，节点 1 表示软件运行的初始运行节点。系统共有  $n$  个节点。对于任意的两个相邻的节点  $i, j$ ， $r_i \cdot p_{ij}$  表示节点  $i$  正确运行并将结果传输给节点  $j$  的概率。这样，就可以得到相应的矩阵。为了求出多机系统的软件可靠度，我们先对图论及矩阵的性质进行分析<sup>[5,6]</sup>。

**定理 1**  $A \in C_{n \times n}$  (复数域  $C$ )。  $A$  的  $n$  个特征值为  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ ，称  $\rho(A) = \max\{|\lambda_1|, |\lambda_2|, \dots, |\lambda_n|\}$  是  $A$  的谱半径，则  $\rho(A) \leq \|A\|$  其中  $\|A\|$  是  $A$  的任何一种范数。

**定理 2** 矩阵幂级数  $\sum_{i=0}^{\infty} A^i$  绝对收敛的充要件是  $\rho(A) < 1$ ，且其和为  $(I-A)^{-1}$ 。

## 1 软件可靠性模型

### 1.1 总系统可靠度及分系统可靠度对总系统可靠度的影响

如图 1 所示系统。设：

$A_i$ ：从初始节点 1 出发，没有经过节点  $i$  而最终完成一次成功运行的概率（即成功到达吸收节点  $T$  的概率）；

$B_i$ ：从初始运行节点 1 出发，最终到达节点  $i$  的概率；

$C_i$ ：从节点  $i$  出发，再没有回到节点  $i$ ，而最终到达吸收节点  $T$  的概率；

$D_i$ ：从节点  $i$  出发，而最终回到节点  $i$  的概率；

$r_i$  为相应的分系统模块节点  $i$  的可靠度。 $a_i, b_i, c_i, d_i$  分别为所有分系统模块节点的可靠

1999年1月14日收稿

\* 四川省应用科技发展基金资助项目，基金号：981019

\*\* 男 32岁 博士生

度为1时,也即当 $r_k=1$ 且 $k=1,2,\dots,n$ 时相应的 $A_i$ 、 $B_i$ 、 $C_i$ 、 $D_i$ 的值。

显然它对应的矩阵符合定理1、定理2的条件,则总系统软件可靠性为

$$R = A_i + B_i C_i \sum_{k=0}^{\infty} D_i^k = A_i + \frac{B_i C_i}{1 - D_i} \quad (1)$$

显然式(1)中只有 $C_i$ 、 $D_i$ 的值与节点 $i$ 的可靠度 $r_i$ 有关。设 $C_i = r_i C'_i$  ;  $D_i = r_i D'_i$  , 则

$$R = A_i + \frac{B_i (r_i C'_i)}{1 - r_i D'_i} \quad (2)$$

故模块 $i$ 的可靠度对总系统可靠性的影响率为

$$E_i = \frac{\partial R}{\partial r_i} = \frac{B_i C'_i}{(1 - r_i D'_i)^2}$$

的可靠度对总系统可靠性的影响率时设系统为近似完美系统(即除模块 $i$ 之外其他模块的可靠度为1),  $r_j = 1, j \neq i$  且 $j=1,2,\dots,n$ 。则

$$\begin{aligned} A_i &= a_i \\ B_i &= b_i \\ C'_i &= c_i \\ D'_i &= d_i \\ E_i &= \frac{b_i c_i}{(1 - d_i)^2} \end{aligned}$$

又由 $c_i = 1 - d_i$ , 故

$$E_i = \frac{b_i}{1 - d_i} \quad (3)$$

### 1.2 可靠性分配

为了满足系统总体可靠性要求,常常需要对各模块的可靠度作一粗略分配。设当要求的系统总体可靠度为 $R$ 时,模块 $i$ 的可靠度为 $r_i$ , 由式(2)得

$$r_i = \frac{R - A_i}{B_i C'_i + D'_i (R - A_i)} \quad (4)$$

当要求的系统总可靠度已知,各模块节点间转移概率已知,且除模块 $i$ 之外其他模块的可靠度已知,则由式(4)可求出模块 $i$ 的可靠度 $r_i$ 。由于除模块 $i$ 之外其他模块的可靠度事先并不知道,所以仍可将系统作为近似完美系统加以考虑。设除模块 $i$ 之外其他模块可靠度为1,即 $r_j = 1, j \neq i$  且 $j=1,2,\dots,n$ 。  $A_i = a_i, B_i = b_i, C'_i = c_i, D'_i = d_i$  , 则

$$r_i = \frac{R - a_i}{b_i c_i + d_i (R - a_i)}$$

由 $b_i = 1 - a_i, d_i = 1 - c_i$ 得

$$r_i = \frac{R - a_i}{(1 - a_i)c_i + (R - a_i)(1 - c_i)}$$

## 2 举例

如图2所示分支系统。设模块1为初始运行节点,模块 $j$ 的可靠度为 $r_j$ ,模块 $i$ 到模块 $j$ 的转移概率为 $p_{ij}$ 。由式(2)可得

$$\begin{aligned} A_1 &= 0 \\ B_1 &= 1 \\ C_1 &= r_1 p_{1T} + \sum_{j=2}^n \{ r_1 p_{1j} [ \sum_{k=0}^{\infty} (r_j p_{jT})^k ] r_j p_{jT} \} = r_1 p_{1T} + \sum_{j=2}^n \frac{r_1 p_{1j} r_j p_{jT}}{1 - r_j p_{jT}} \end{aligned}$$

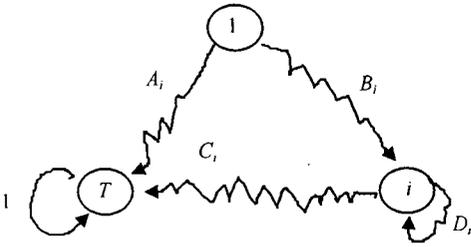


图1 状态转移图

$$D_i = r_i p_{i1} + \sum_{j=2}^n \{r_i p_{ij} [\sum_{k=0}^{\infty} (r_j p_{jj})^k] r_j p_{j1}\} = r_i p_{i1} + \sum_{j=2}^n \frac{r_i p_{ij} r_j p_{j1}}{1 - r_j p_{jj}}$$

因而分支系统总可靠度为

$$R = \frac{r_1 p_{1T} + \sum_{j=2}^n \frac{r_1 p_{1j} r_j p_{jT}}{1 - r_j p_{jj}}}{1 - r_1 p_{11} - \sum_{j=2}^n \frac{r_1 p_{1j} r_j p_{j1}}{1 - r_j p_{jj}}} \tag{5}$$

$$a_1 = 0 \tag{6}$$

$$b_1 = 1 \tag{7}$$

$$c_i = p_{iT} + \sum_{j=2}^n \{p_{ij} [\sum_{k=0}^{\infty} (p_{jj})^k] p_{jT}\} = p_{iT} + \sum_{j=2}^n \frac{p_{ij} p_{jT}}{1 - p_{jj}} \tag{8}$$

$$d_i = p_{i1} + \sum_{j=2}^n \{p_{ij} [\sum_{k=0}^{\infty} (p_{jj})^k] p_{j1}\} = p_{i1} + \sum_{j=2}^n \frac{p_{ij} p_{j1}}{1 - p_{jj}} \tag{9}$$

又当  $i \neq 1, i = 2, 3, \dots, n$  时

$$a_i = \frac{p_{iT} + \sum_{j \neq i | j=2}^n \frac{p_{ij} p_{jT}}{1 - p_{jj}}}{1 - p_{i1} - \sum_{j \neq i | j=2}^n \frac{p_{ij} p_{j1}}{1 - p_{jj}}} \tag{10}$$

$$b_i = \frac{p_{i1}}{1 - p_{i1} - \sum_{j \neq i | j=2}^n \frac{p_{ij} p_{j1}}{1 - p_{jj}}} \tag{11}$$

$$c_i = p_{iT} + p_{i1} a_i = p_{iT} + \frac{p_{i1} \{p_{iT} + \sum_{j \neq i | j=2}^n \frac{p_{ij} p_{jT}}{1 - p_{jj}}\}}{1 - p_{i1} - \sum_{j \neq i | j=2}^n \frac{p_{ij} p_{j1}}{1 - p_{jj}}} \tag{12}$$

$$d_i = p_{i1} + \frac{p_{i1} p_{i1}}{1 - p_{i1} - \sum_{j \neq i | j=2}^n \frac{p_{ij} p_{j1}}{1 - p_{jj}}} \tag{13}$$

将式(6)~(13)代入式(3)即可求出各模块的可靠度对总系统可靠度影响率  $E_k$ 。同理，当要求总系统可靠性为  $R$  时，求各模块可靠度  $r_i$ ，可假设除模块  $i$  之外其他模块  $j(j \neq i)$  的可靠度为 1。故  $A_i = a_i, B_i = b_i, C_i = c_i, D_i = d_i$ 。由式(4)得

$$r_i = \frac{R - a_i}{b_i c_i + d_i (R - a_i)} \tag{14}$$

将式(6)~(13)代入式(14)即可初步求出各模块的可靠度。

对图 2 所示系统，当  $n = 4$ ； $p_{11} = 0.25, p_{12} = 0.25, p_{13} = 0.2, p_{14} = 0.15, p_{1T} = 0.15$ ； $p_{21} = 0.5, p_{22} = 0.4, p_{2T} = 0.1$ ； $p_{31} = 0.2, p_{33} = 0.5, p_{3T} = 0.3$ ； $p_{41} = 0.6, p_{44} = 0.2, p_{4T} = 0.2$ ； $p_{TT} = 1$ 。 $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 0.9$  时，代入式(5)可得  $R = 0.61$ 。又可求得

$$E_1 = 2.863\ 961\ 819 \quad E_2 = 1.193\ 317\ 423 \quad E_3 = 1.145\ 584\ 733 \quad E_4 = 0.536\ 992\ 846$$

$E_1 > E_2 > E_3 > E_4$ 。故模块 1 的可靠度对总系统可靠性影响最大，其次是模块 2，再就是模块 3，其中模块 4 的可靠度对总系统可靠性影响最小。当要求  $R = 0.9$  时，可粗略估算得  $r_1 = 0.962\ 65, r_2 = 0.902\ 65, r_3 = 0.899\ 98, r_4 = 0.788\ 01$ 。取  $r_1 = 0.99, r_2 = 0.95, r_3 = 0.9, r_4 = 0.9$  时，可得  $R = 0.94306$ 。

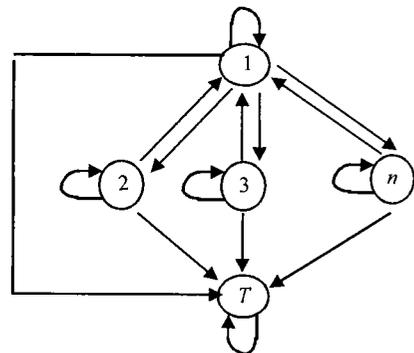


图 2 分支系统状态转移图

## 参 考 文 献

- 1 童 兆页, 程代杰. 多处理机及智能多机系统. 重庆: 重庆大学出版社, 1988: 167~200
- 2 Leung YIU-WING. Software reliability growth model with debugging efforts. *Microelectro & Rel.*, 1992, 32(5): 699-704
- 3 Goel A L, Okumoto K. A time-dependent error-detection rate models for software reliability and other performance measures. *IEEE Trans Rel.*, 1979, 28(3): 206-211
- 4 肖位枢. 图论及其算法. 北京: 北京航空工业出版社, 1993: 19~32, 251~281
- 5 陈大新. 矩阵理论. 上海: 上海交通大学出版社, 1991
- 6 史荣昌. 矩阵分析. 北京: 北京理工大学出版社, 1996: 168~188

## A Object-oriented Multicomputer Software System Reliability Model

Mei Denghua

(School of Computer of Comm. Eng., Southwest Jiaotong University Chengdu 610031)

**Abstract** The software reliability of object-oriented multicomputer systems is closely related with the user profile. In this paper, a Markov model is given for object-oriented multicomputer software reliability with the matrix theory. The effect of every module reliability of computer software system to the whole system reliability(sensitivity) is analyzed and the module reliability allocation meeting the whole software system reliability is discussed. In the end, an example is given.

**Key words** object-oriented multicomputer system; software reliability model; the user profile; Markov model

· 科研成果介绍 ·

### 0.94 $\mu\text{m}$ 激光目标特性研究

主研人员: 何 毅 吴 健 杨展强 陈孝香 张建国 喻 胜

该项目完成了以下研究内容:

- 1) 目标光散射分布自动化测试系统研制;
- 2) 0.83  $\mu\text{m}$  激光坦克前甲(裸露)散射的数据采集和分析;
- 3) 矢量微扰动理论及计算分析;
- 4) 粗糙度参数可控表面制作技术的理论及实验研究;
- 5) 10.6  $\mu\text{m}$  激光目标散射的实验研究。