

ATM 接入网络中非对称性周期传输过程分析*

李俊生** 彭 兵 赵东风*** 余建坤 蔡 群

(云南省蒙自师专计算机科学系 云南蒙自 661100)

【摘要】 利用嵌入 Markov 链和概率母函数, 对 ATM 接入网络中离散时间情况下的非对称周期查询门限服务 $\sum_{i=1}^N G_i / \sum_{i=1}^N G_i / 1 / (\sum_{i=1}^N H_i) / S$ (FCFS) 模型进行了数学解析。并进行了计算机模拟, 模拟结果与理论分析吻合。

关键词 异步转移模式; 非对称周期查询; 概率母函数; 队长; 延时; 丢失率

中图分类号 TN913.2

周期查询式系统理论在工业过程控制、计算机集成制造系统(CIMS)、计算机系统、通信网络、ATM 等方面都得到了广泛应用。因此, 该课题的研究一直受到关注^[1-4], 并取得了巨大的进展。本文在此基础上, 以离散时间情况下的非对称周期查询门限服务模型为框架, 对 ATM 接入网络中非对称性周期传输过程进行了详细的分析。其创新之处在于其非对称性, 具体为: 1) 到达任一队列的信元数是任意分布的; 2) 服务为一般服务。但由于被服务的信元具有固定长度 (每一信元为 53 字节), 所以仿真时采用定长服务; 3) 队列数为 N , 服务窗口数为 $K (K \geq 1)$, 即每一服务窗口对应 N 个队列。由于服务台的对称性 (即其参数相等), 因此只需分析任一服务窗口即可 (即一个服务器); 4) 服务台对 N 个队列的服务是门限服务, 即对任一队列 i , 当服务器抵达时, 若此时具有 α_i 个信元, 则服务器就仅对这 α_i 个信元服务; 当服务完这 α_i 个信元以后则转向服务下一个队列 (若该队列是空时, 则直接转向下一队列)。服务时间可视业务不同而异。对于某一具体队列, 则为先到先服务 (FCFS)。

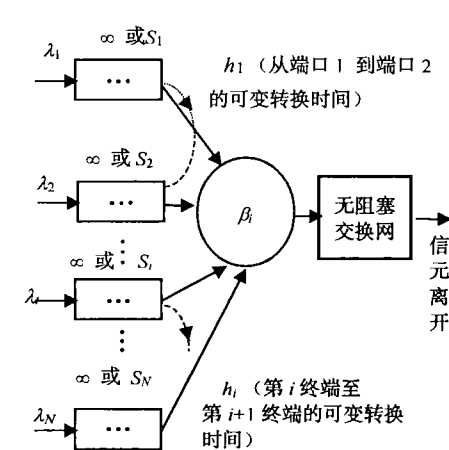


图 1 排队系统逻辑模型框图

相应的传输服务排队模型为 $\sum_{i=1}^N G_i / \sum_{i=1}^N G_i / 1 / (\sum_{i=1}^N H_i) / S$ (FCFS)。此类排队系统的逻辑模型框图见图 1。

1 解析参量的设定

解析参量的设定如下: 1) 系统是统计平稳的; 2) t_n 时刻, 在单位时间内到达第 i 个输入缓冲队列的信元流为马尔科夫链, 但其分布形式是任意的, 其分布的概率母函数、均值和方差分别为 $A_i(z)$, $\lambda_i = A_i'(1)$ 和 $\sigma_{i\lambda}^2 = A_i''(1) - \lambda_i^2 + A_i'(1)$; 3) t_n 时刻, 系统对第 i 个输入缓冲队列成功服务一个信元的时间分布的概率母函数、均值和方差分别为 $B_i(z)$, $\beta_i = B_i'(1)$, $\sigma_{i\beta}^2 = B_i''(1) - \beta_i^2 + B_i'(1)$; 4) 第 i 队列到第 $i+1$ 队列间的查询转换时间服从于一个相互独立的概率分布, 其分布的概率母函数、均值和方差分别是 $H_i(z)$, $h_i = H_i'(1)$, $\sigma_{ih}^2 = H_i''(1) + h_i - h_i^2$ 。

2 数学解析

由于系统的非对称性, 即 $\lambda_i \neq \lambda_j$ (对 $i \neq j$)。假设 t_n 时刻第 i 个缓冲器的信元开始接受服务, 此时

1998 年 12 月 14 日收稿

* 国家自然科学基金资助项目, 基金号: 69862001

** 男 36 岁 硕士 副教授

*** 男 42 岁 硕士 副教授 云南大学信息与电子科学系

缓冲器中的信元数为 $\xi(t_n)$, 其概率为 $p_i(\xi_i(t_n) = \alpha_i)$ 。对第 i 队列而言, 某一查询周期内到达该缓冲器的信元数为 $\xi_i(t_{n+1})$, 则此时该缓冲器的系统状态为 $\xi_i(t_{n+1}) = n_i$, 其概率为 $p_i(\xi_i(t_{n+1}) = n_i)$ 。由此可得 t_n 时刻的概率母函数为

$$G_{i,n}(z) = \sum_{k_i=0}^{\infty} P(\xi_i(t_n) = k_i) z^{k_i} \tag{1}$$

在稳态下, 在查询周期内第 i 个终端到达 n_i 个信元的概率为 $P_{a,n}(j)$, 因此对于门限服务有

$$P_{n_i} = \sum_{a_i=0}^{\infty} P_{a_i} P_{a_i,n_i}(n_i) \tag{2}$$

对式(2)进行 z 变换, 可得到 t_{n+1} 时刻第 i 个终端的状态概率母函数为

$$G_{i,n+1}(z) = \mathcal{O}_i(A_i(z)) \tag{3}$$

式中 $\mathcal{O}_i(A_i(z))$ 为 t_n 时刻第 i 个终端的查询周期的概率母函数。

2.1 平均查询周期

查询周期定义为服务器连续两次服务于第 i 个终端的时间间隔, 其分布的概率母函数和均值为

$$\theta_i(z) = \prod_{i=1}^N H_i(z) G_{i,n}(B_i(z)) \tag{4}$$

$$\theta_i = \sum_i (h_i + \bar{q}_i \beta_i) \tag{5}$$

式(3)对 z 求导, 并令 $z \rightarrow 1$ 有

$$1 - G_{i,n}(0) = \frac{\lambda \beta}{1 - \lambda \gamma} \tag{6}$$

由此可得平均查询周期 $\theta_i = \theta (i = 1, 2, \dots, N)$

$$1 - G_{i,n}(0) = \frac{\lambda \beta}{1 - \lambda \gamma} \tag{7}$$

2.2 输入缓冲器的容量为无限时的系统性能

1) 缓冲器中信元的平均队长等于稳态时某一时刻缓冲器中还有的等待服务的信元数的平均。

所以由式(6)得第 i 端的平均队长 $\bar{q}_i = \lambda_i \theta_i$ 。

2) 定义一个信元进入缓冲器到输出时, 为这一个信元在第 i 缓冲器中的时延。若令 $\rho_i = \lambda_i \beta_i$, 并假设第 i 端缓冲器的时延的概率母函数为 $w_i(z)$, 则均值为 $w_i'(z)|_{z \rightarrow 1} = \bar{w}_i$ 。信元在第 i 缓冲器中的平均时延为

$$\bar{w}_i = \frac{\rho_i A_i''(l)}{2\lambda_i^2} + \frac{(1 + \rho_i)(\sum_{j=1}^N \rho_j)}{2\sum_{j=1}^N \rho_j(1 + \rho_j)} \left\{ \frac{\sum_{j=1}^N H_j''(l)}{\sum_{j=1}^N h_j} + \sum_{j=1}^N h_j - \frac{\sum_{j=1}^N h_j^2}{\sum_{j=1}^N h_j} + \right. \\ \left. \frac{\sum_{j=1}^N [\beta_j^2 A_j''(l) + \rho_j^2 (\sum_{k=1}^N \rho_k)^{-1} (\sum_{k=1}^N h_k - 1) + \lambda_j B_j''(l) + (\sum_{k=1}^N h_k + 1) \rho_j]}{1 - \sum_{j=1}^N \rho_j} \right\} \tag{9}$$

2.3 输入缓冲器容量有限时的系统性能

1) 信元丢失率 由于缓冲器容量有限, 所以存在信元丢失率。为求信元丢失率, 并考虑到业务的突发性, 某一查询周期内第 i 端的状态转移图如图 2 所示。此时, 当进入第 i 端的突发信元数总和一旦超过缓冲区容量 S_i 时, 信元将丢失。因此, 利用式(1)可推出第 i 端的信元丢失率为

$$p_{is_i} = 1 - \sum_{j=0}^{s_i} \frac{1}{j!} G_{it_n}^{(j)}(0) \tag{10}$$

式中 $G_{it_n}^{(j)}(0)$ 的计算可通过数学机械化而实现^[5,6]。

2) 平均队长 \bar{q} 和平均时延 \bar{w} 由于队长长于 s_i 时会造成溢出, 所以此时在第 i 端的实际信元到达率为

$$\tilde{\lambda}_i = \lambda_i(1 - p_{is_i}) \tag{11}$$

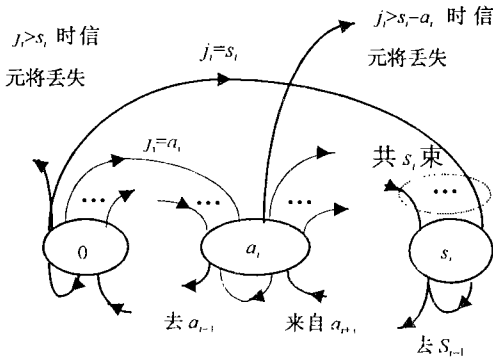


图 2 某一查询周期内的状态转移图

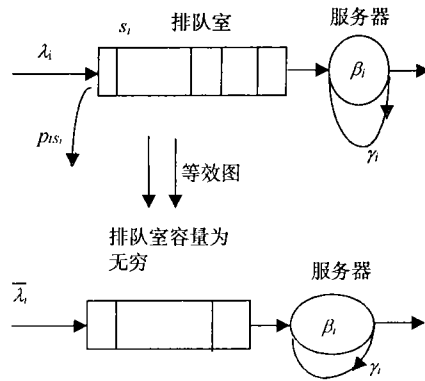


图 3 缓冲容量有限的系统逻辑模型图

在新的实际信元到达率下, 对于缓冲容量为 s_i 的排队室, 其丢失率可视为零, 即此时可用无限缓冲容量的模型来近似分析系统的性能, 这样可得系统模型图如图3所示。

令此时有效到达第 i 缓冲器的信元数的状态概率母函数、均值和方差分别为 $\tilde{A}(z)$, $\tilde{\lambda} = \tilde{A}'(1)$, $\tilde{\delta}_i^2 = \tilde{A}''(1) - \tilde{\lambda}^2 + \tilde{A}''(1)$; 则可以得到相应的第 i 个缓冲器的查询周期、缓冲器的信元平均排队队长和平均时延。

表1 计算结果

λ_i	β_i	h_i	$\lambda_i \beta_i$	$\lambda_i \theta$	\bar{q}_i cells ($\times 10^{-2}$) (模)	\bar{q}_i cells ($\times 10^{-2}$) (理)	$\bar{w}_i / \mu s$ (模)	$\bar{w}_i / \mu s$ (理)	$\theta_i / \mu s$ (模)
0.005	4	1	0.02	0.0375	3.750 17 ± 0.009 26	3.750 00	8.762 201 ± 0.009 821	8.762 524	7.500 232 ± 0.000 301
0.010	4	1	0.04	0.075 0	7.499 68 ± 0.010 18	7.500 00	8.763 127 ± 0.009 862	8.765 821	7.500 236 ± 0.000 294
0.010	4	2	0.04	0.075 0	7.500 33 ± 0.010 27	7.500 00	8.760 981 ± 0.009 910	8.768 917	7.500 237 ± 0.000 293
0.010	5	1	0.05	0.075 0	7.500 42 ± 0.010 41	7.500 00	9.769 772 ± 0.108 120	9.774 325	7.500 237 ± 0.000 293
0.004	5	0	0.02	0.030 0	3.000 13 ± 0.008 35	3.000 00	9.770 125 ± 0.010 870	9.769 828	7.500 238 ± 0.002 920
0.010	3	1	0.03	0.075 0	7.500 30 ± 0.009 31	7.500 00	7.750 201 ± 0.009 230	7.754 741	7.500 239 ± 0.002 930

3 数值计算与计算机模拟结果

为检验理论的正确性, 我们进行了计算机模拟实验. 并假设抵达第 i 个缓冲区的信元服从泊松分布, 服务时间与间歇时间按定长分布, 理论与计算采取相同的参数, 结果如表 1 和图 4 所示。

4 结 束 语

本文以非对称周期查询门限服务模型为框架，建立了一种 ATM 局域网中离散时间情况下的非对称周期查询门限 $\sum_{i=1}^N G_i / \sum_{i=1}^N G_i / 1 / (\sum_{i=1}^N H_i) / S$ (FCFS) 系统模型，并得出了系统的第 i 队列的查询周期、平均队长、平均时延和信元丢失率的数学解析表达式。与一般现有的模型比较^[1]，该模型具有表达式简单，处理问题更一般化（即非对称性）的特点。在计算机模拟实验时，选取置信度为 95% 的概率取值的置信区。随着调用时隙的增大，模拟值越来越逼近模拟结果精确到 10^{-9} ），所以模拟的结果显示了理论的正确性，并从中可看出误差相当小。

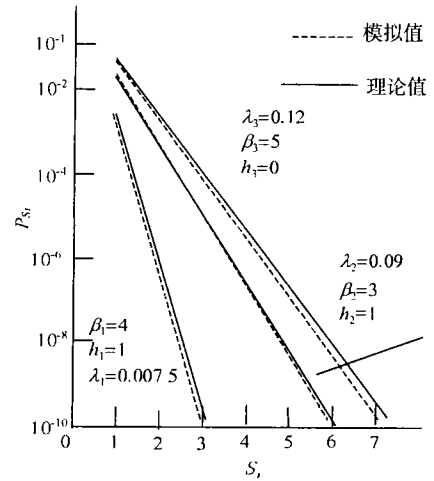


图4 计算结果
终端数 $N=3$ ，负荷 $\rho=0.9975$ ， $\theta=20 \mu s$

参 考 文 献

- 1 Hanoch Levy, Moshe Sidi. Polling systems: application, modeling, and optimization. IEEE Transactions on Communications, 1990,38(10): 1750~1759
- 2 Lavelha A C J, Moreira de Souza J B, Ribeiro do Val. Approximate analysis of multiqueue systems with multiple cyclic servers. Performance Evaluation, 1994,20: 391~412
- 3 Karlsson J M. Adaptive polling schemes for an ATM bus with burst arrivals. Computer networks and ISDN Systems, 1991: 93~103
- 4 李俊生, 赵东风, 石晶林, 等. Analysis of asymmetric loop lan queuing model. PROCEEDINGS, ISTST'1996, Kunming, China, 中国建材工业出版社, 1996,9:56~59
- 5 沈凤贤. Mathematica 手册. 北京: 海洋出版社, 1992
- 6 董安明. Mathematica 高级编程人员实例参考. 北京: 学苑出版社, 1994

Analysis of Asymmetric Cyclic Transmission Process in ATM Access Network

Li Junsheng Peng Bing Zhao Dongfeng* Yu Jiankun Cai Qun

(Department of Computer Science, Mengzi Teacher's College Mengzi, Yunnan 661100)

(*Department of Information and Electronics Science, Yunnan University Kunming 650091)

Abstract In this paper, a new queuing model $\sum_{i=1}^N G_i / \sum_{i=1}^N G_i / 1 / (\sum_{i=1}^N H_i) / S$ (FCFS) is set up for the support of asymmetric Cyclic polling model with gated service in discrete time transmission process in ATM access network. According to the imbedded Markov chain theory and the generating function, mathematical analysis and computer simulation are developed in this paper. The results of computer simulation show their concordance with the theoretical analysis.

Key words asynchronous transfer mode; asymmetric cyclic polling; probability generating function; queue length; delay time; loss rate